

«УТВЕРЖДАЮ»  
Директор ФИЦ ИУ РАН

И.А. Соколов  
«\_\_» марта 2016 г.

Отзыв ведущей организации  
«Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН»  
на диссертацию Шаповалова Ивана Леонидовича «Исследование автоколебаний  
механических систем в переменных действие-угол», представленную  
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.02.01 «Теоретическая механика»

Явление возникновения фрикционных автоколебаний широко распространено в природе и технике и имеет разнообразные применения. Математическому описанию и изучению посвящена обширная литература, насчитывающая более ста лет. Первое математическое объяснение принадлежит Джону Уильяму Стретту (Лорду Рэлею). Для описания этого явления использовались различные модели и методы исследования, однако до сих пор остается множество невыясненных вопросов и актуальность ее исследования не уменьшается. В диссертации для решения этой задачи используется подход В.Г. Вильке, основанный на введении канонических переменных действие-угол и применении метода осреднения. Используется гладкая аппроксимация зависимости силы сухого трения от скорости скольжения многочленом пятой степени с интервалом убывания силы при возрастании скорости скольжения. Рассмотрены автоколебания в задачах о двойном осцилляторе, о торможении автомобиля с заблокированными колесами и о струне смычковых инструментов.

Диссертация (90 стр. м.п. текста) состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы (96 наименований). Во введении приведен краткий обзор литературы. В первой главе исследуется прямолинейное движение двух контактирующих тел. Первое связано пружиной с неподвижной точкой, а второе связано пружиной с точкой, движущейся с постоянной скоростью. Составлены уравнения движения и исследована устойчивость стационарного движения. Осуществлен переход к переменным действие-угол, проведено осреднение уравнений и найдены стационарные решения полученных уравнений, соответствующие одночастотным и двухчастотным колебаниям. Исследована устойчивость колебаний на основе осредненных уравнений. Построен фазовый портрет осредненной системы. Показано, что автоколебания возникают в интервалах падающей характеристики силы трения и что устойчивыми будут колебания, в которых одно из тел близко к состоянию покоя или равномерного движения.

Вторая глава посвящена задаче о торможении автомобиля после блокировки колес. Составлены уравнения движения упрощенной модели автомобиля с 5 степенями свободы и приведены результаты численного интегрирования при некоторых начальных условиях. Далее вводятся переменные действие-угол, уравнения усредняются и приводятся результаты численного интегрирования. Показано, что автоколебания возникают в интервале скоростей с падающей характеристикой силы трения и в этом режиме торможение наиболее эффективно.

В третьей главе рассматриваются колебания струны под действием смычка. Движение струны описывается бесконечной системой обыкновенных дифференциальных уравнений (связанных осцилляторов). Бесконечная система уравнений усекается до системы с одной

или двумя степенями свободы проводится процедура перехода к переменным действие-угол и осреднения. Найдены стационарные решения, соответствующие автоколебаниям, и исследована устойчивость. Для системы с одной степенью свободы и с добавлением диссипации построен фазовый портрет, разделенный на области притяжения устойчивых автоколебательных режимов.

### Замечания

1. Начало списка литературы упорядочено по алфавиту, в конце – произвольный порядок. Во введении обзор литературы приведены длинные ряды ссылок без анализа результатов и без сопоставления с результатами диссертации.
2. В первой главе не обсуждается, каким реальным системам соответствуют параметры рассматриваемой модели с двумя массами и пружинами.
3. Во второй главе при решении уравнений движения модели автомобиля делается существенное предположение (стр. 34, внизу): «Ввиду малости угла  $\varphi$ , примем  $N_1=N_2=N_0$ ». Вследствие необоснованности этого предположения результаты второй главы следует рассматривать критически.
4. Диссертация оформлена небрежно, с опечатками. Приведем лишь некоторые примеры: на рис.1 введены обозначения  $\eta_1, \eta_2$ , а далее всюду в тексте фигурируют  $n_1$  и  $n_2$ ; в формуле (2.1.1) на стр. 32 пропущена скобка; в формуле в середине стр. 33 вместо  $d_1$  стоит  $d$ ; на стр. 4 абз. 2 приведено алогическое утверждение «Автоколебания ... имеют большое значение для их изучения» и далее через две строчки имеется падежное несогласование, далее еще через две строчки – несогласованное предложение «Когда ..., но ...» и т.д.

### Выводы

Вместе с указанными замечаниями следует отметить, что в диссертации на основании применения сложной и тонкой техники введения канонических переменных действие-угол и осреднения получены интересные новые теоретические результаты. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Результаты диссертации могут быть использованы в МГУ им. М.В. Ломоносова, Вычислительном центре им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН, Институте проблем механики РАН, Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Московском авиационном институте им. С. Орджоникидзе и в других научных институтах, занимающихся теоретическими проблемами механики.

Считаем, что диссертация Шаповалова Ивана Леонидовича удовлетворяет требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, и ее автор заслуживает присуждения этой ученой степени.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании семинара отдела Механики 03.03.2016 г.

Заведующий отделом Механики  
Вычислительного центра им. А.А. Дородницына  
ФИЦ ИУ РАН  
доктор физико-математических наук,  
специальность 01.02.01

Степанов С.Я.

Телефон: 8-499-135-43-09 Email: [stepsj@yandex.ru](mailto:stepsj@yandex.ru)