

На правах рукописи



АГЕЕВ Алексей Игоревич

**ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ВДОЛЬ СУПЕРГИДРОФОБНЫХ  
ПОВЕРХНОСТЕЙ**

Специальность 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2015

Работа выполнена на кафедре аэромеханики и газовой динамики механико-математического факультета и в лаборатории механики многофазных сред Института механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор,  
зав. лабораторией НИИ механики  
МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва  
**Осипцов Александр Николаевич**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор,  
член-корр. АН РБ, директор Центра  
Сколковского института науки и  
технологии, Москва  
**Ахатов Искандер Шаукатович;**  
доктор технических наук, главный научный  
сотрудник Института водных проблем РАН,  
Москва  
**Беликов Виталий Васильевич**

Ведущая организация: Институт механики УНЦ РАН (г. Уфа)

Защита состоится «18» марта 2016 г. в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д.501.001.89 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, расположенного по адресу: 119234, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ декабря \_\_\_\_\_ 2015 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д.501.001.89  
доктор физико-математических наук

В.В. Измоленов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА НАУЧНОЙ РАБОТЫ

**Актуальность** исследования течений жидкости вблизи текстурированных супергидрофобных поверхностей обусловлена целым рядом их особых свойств, представляющих интерес для технологических приложений. Как показывают эксперименты, при обтекании супергидрофобной поверхности вязкой жидкостью наблюдается макроскопическое проскальзывание и заметное снижение сопротивления трения потока. Такие поверхности начинают активно использоваться не только для снижения сопротивления, но и для интенсификации массопереноса в устройствах микрофлюидики, в химической технологии, при создании покрытий, самоочищающихся от капельных загрязнений, для предотвращения обледенения элементов летательных аппаратов и технологических конструкций и др. Технологическое использование супергидрофобных поверхностей поставило проблему разработки оптимального дизайна их текстуры и изучения их гидродинамических свойств. Дизайн супергидрофобной поверхности заключается в создании контролируемой шероховатости (текстуры) поверхности, образованной системой микролунок либо микровыступов, в которых или между которыми находятся газовые пузырьки, удерживаемые силами поверхностного натяжения. При этом образуется устойчивая межфазная граница между жидкостью и поверхностями пузырьков, занимающая заметную часть общей супергидрофобной поверхности. Пониженное трение между газом и жидкостью и создает макроскопическое проскальзывание жидкости на такой поверхности. Характерные линейные размеры микролунок и микропузырьков составляют  $\sim 10^{-4}$ - $10^{-2}$  см, поэтому при описании течения на масштабе элементов текстуры поверхности, как правило, применимо приближение сплошной среды.

С точки зрения гидродинамики течение вязкой жидкости вдоль супергидрофобной поверхности может описываться как на микромасштабе – масштабе элементов текстуры и микропузырьков, так и на макромасштабе – для течений с характерными линейными размерами, значительно превосходящими размер микронеоднородностей поверхности. В последнем случае размеры шероховатости поверхности и пузырьков несущественны, и наличие текстуры моделируется заданием эффективного условия скольжения типа условия Навье на гладкой стенке. Коэффициент пропорциональности между осредненным касательным напряжением и осредненной скоростью проскальзывания называется коэффициентом скольжения (в общем случае, когда векторы касательных напряжений и скорости скольжения не коллинеарны, – тензором эффективной длины скольжения). Исследование гидродинамических свойств супергидрофобных поверхностей состоит, прежде всего, в нахождении эффективных характеристик супергидрофобных поверхностей (определении числовых значений компонент тензора эффективной длины скольжения), а также в изучении влияния эффективного проскальзывания на макроскопические параметры течения. Для практики также важно определять зависимости коэффициентов скольжения супергидрофобных поверхностей от геометрических характеристик микротекстуры.

Несмотря на значительное количество публикаций по исследованию супергидрофобных поверхностей, в литературе до сих пор не было предложено эффективного метода расчета обтекания элементов микротекстуры таких поверхностей с учетом наличия областей прилипания и проскальзывания на криволинейной поверхности пузырьков. Ощущается также необходимость в построении простых решений, описывающих течения жидкости по неоднородным супергидрофобным поверхностям на макроуровне с использованием эффективного граничного условия проскальзывания Навье, которые можно было бы достаточно просто реализовать в эксперименте и использовать для экспериментального определения коэффициентов скольжения поверхности.

В настоящей диссертации предпринята попытка устранения указанных пробелов в исследовании гидродинамических свойств супергидрофобных поверхностей. Диссертация состоит из двух частей. В первой части строятся новые приближенные решения задач растекания тонких слоев вязкой жидкости по супергидрофобным поверхностям в поле силы тяжести с использованием условий эффективного проскальзывания. Исследовано влияние проскальзывания на динамику и форму пятна смачивания. Построенные решения могут быть использованы при экспериментальном определении коэффициентов скольжения, в том числе, и для неоднородных супергидрофобных поверхностей. Вторая часть работы посвящена исследованию течений на микроуровне – рассмотрено двумерное стоковое обтекание периодической текстуры, состоящей из прямоугольных каверн с газовыми пузырьками. Предложен и реализован численный алгоритм, основанный на методе граничных интегральных уравнений, который впервые позволил исследовать наиболее общую ситуацию, когда межфазная граница имеет конечную кривизну, а ее края не совпадают с углами каверны (газовый пузырек лишь частично заполняет каверну).

**Цели диссертационной работы** состоят в создании и развитии математических моделей и методов определения числовых значений компонент тензора скольжения из решения макро- и микрогидродинамических задач о течении вязкой жидкости вдоль супергидрофобных поверхностей. Для достижения указанных целей были поставлены и решены следующие задачи:

- Об автомодельных режимах нестационарного растекания тонкого слоя вязкой жидкости от локализованного источника вдоль горизонтальной неоднородной супергидрофобной плоскости в поле силы тяжести;
- Об установившемся стекании ручейка тяжелой вязкой жидкости по наклонной неоднородной супергидрофобной плоской поверхности;
- Об эволюции тонкого слоя вязкой жидкости на супергидрофобной цилиндрической поверхности, ось которой перпендикулярна направлению силы тяжести;
- О стоковом обтекании элементов периодической микротекстуры супергидрофобной поверхности (двумерных прямоугольных каверн, частично или полностью заполненных газовой фазой, и групп каверн).

**Научная новизна.** На защиту выносятся следующие новые результаты, полученные в диссертации:

- Построены и исследованы автомодельные решения задач нестационарного растекания тонкого слоя тяжелой вязкой жидкости от локализованного линейного и точечного источников на неоднородной горизонтальной супергидрофобной плоскости при степенном и экспоненциальном (по времени) законах массоподвода.
- Исследованы задачи о стекании а) ручейка вязкой жидкой по наклонной неоднородной супергидрофобной поверхности и б) тонкого слоя вязкой жидкости с цилиндрической супергидрофобной поверхности, ось которой перпендикулярна направлению силы тяжести.
- Разработан численный алгоритм, основанный на методе граничных интегральных уравнений для стоковых течений в окрестности прямоугольной каверны, содержащей газовой пузырек.
- Впервые исследовано обтекание элемента периодической структуры супергидрофобной поверхности сдвиговым потоком в наиболее общей ситуации, когда края искривленной границы пузырька не совпадают с краями каверны. В широком диапазоне параметров проведено численное исследование структуры течения в окрестности каверны и осредненного коэффициента скольжения жидкости.

**Практическая значимость полученных результатов.** Исследованные в диссертации автомодельные решения для течений стоковой пленки с условиями проскальзывания и найденные закономерности поведения пятна смачивания могут быть использованы для экспериментального определения компонент тензора скольжения промышленных неоднородных супергидрофобных поверхностей. Разработанный численный алгоритм и набор компьютерных программ, реализующих метод граничных интегральных уравнений для двумерных стоковых течений вблизи искривленных границ со смешанными граничными условиями, могут быть использованы при производстве оптимальных промышленных супергидрофобных поверхностей, на которых достигается максимальное эффективное скольжение.

**Апробация работы.** Основные результаты, полученные в диссертации, докладывались на следующих конференциях: Конференция-конкурс молодых ученых НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова (Москва, 2011-2015); Международный молодежный научный форум "Ломоносов" (Москва, 2012-2015); Конференция "Ломоносовские чтения" (Москва, 2012-2014); Международная конференция "Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность" (Звенигород, 2014); XVII школа-семинар, посвященная памяти академика Г.Г. Черного и 55-летию НИИ механики МГУ "Современные проблемы аэрогидродинамики" (Сочи, 2014); XX Школа-семинар молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева (Звенигород, 2015); XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, 2015); XXXII Сибирский теплофизический семинар, посвященный 80-летию академика В.Е. Накорякова (Новосибирск, 2015).

За исследовательский проект "Создание и развитие новых гидродинамических моделей супергидрофобных поверхностей" автор был удостоен звания победителя во "Всероссийском конкурсе инновационных проектов"

"У.М.Н.И.К.–2014"; за работу "Течение вязкой жидкости над микрокаверной, заполненной газом" автор награжден дипломом III степени Конференции-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ (2014); за результаты, изложенные в диссертации, и опубликованные работы автору присуждена стипендия Ректора МГУ имени М.В. Ломоносова для молодых преподавателей и ученых, добившихся значительных результатов в преподавательской и научной деятельности (2014); за работу "Обтекание вязкой жидкостью периодической текстуры супергидрофобной поверхности" автор награжден дипломом III степени Конференции-конкурса молодых ученых НИИ механики МГУ (2015).

Постановки задач и полученные результаты обсуждались и получили одобрение на специализированных научно-исследовательских семинарах: семинаре кафедры аэромеханики и газовой динамики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова под руководством проф. В.В. Измоденова, проф. В.Д. Котелкина, проф. К.В. Краснобаева, проф. В.Я. Шкадова (2015); семинаре лаборатории механики многофазных сред НИИ механики МГУ под руководством проф. А.Н. Осипцова (2012-2015); семинаре по механике сплошных сред НИИ механики МГУ под руководством акад. РАН А.Г. Куликовского, проф. В.П. Карликова и члена-корр. РАН О.Э. Мельника (2015).

**Публикации.** Результаты, изложенные в диссертации, опубликованы в 18 печатных работах, из них 3 – в журналах из списка ВАК, 3 – в трудах российских конференций и 12 – в тезисах докладов.

**Личный вклад автора и достоверность результатов.** Автор принимал непосредственное участие в формулировке постановок задач, обсуждении полученных результатов и написании научных статей. Автором разработаны оригинальные численные алгоритмы для решения сформулированных задач математической физики на ЭВМ и проведены численные расчеты, выполнена обработка полученных результатов и подготовлен графический материал, представленный в диссертации. Автор лично представлял полученные результаты на научных конференциях. Достоверность результатов обеспечена использованием апробированных математических моделей классической гидродинамики, контролем точности используемых численных методов и сравнением полученных численных результатов с имеющимися литературными данными других авторов.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация содержит введение, обзор литературы, две главы, заключение, список литературы и приложение. В работе имеется 33 рисунка, 4 таблицы и 134 библиографические ссылки. Общий объем диссертации – 118 стр.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** описана предметная область исследований, сформулированы цели диссертационной работы, обоснована научная новизна, подтверждены актуальность и практическая значимость работы.

Сделан **обзор литературы**, посвященный явлению эффективного проскальзывания на текстурированных супергидрофобных поверхностях и применению

граничного условия типа условия Навье для моделирования течений вязкой жидкости вдоль таких поверхностей (*Lafuma & Querre, Gogte et al., Rothstein et al., Bazant & Vinogradova* и др.). Приведены результаты экспериментальных работ по снижению трения на супергидрофобных поверхностях при различных режимах течения и использованию свойства самоочищения таких поверхностей, обусловленного пониженным трением, в практических целях (*Fukagata & Kasagi, Rothstein et al., Vinogradova & Dubov, Furstner & Barthlott, Lv et al., Boinovich & Emelyanenko* и др.). Выделены методики, используемые для определения компонент тензора скольжения супергидрофобных поверхностей из решения микро- (на масштабе микротекстуры) и макроскопических задач гидродинамики с супергидрофобными поверхностями.

Перечислены решения простых макроскопических задач о течении вязкой жидкости вдоль супергидрофобных поверхностей с граничным условием Навье, которые используют при обработке экспериментальных измерений (*Vinogradova et al., Ou & Rothstein, Joseph et al., Maali & Bhushan, Lee et al.* и др.). Имеющиеся в литературе решения могут быть применены лишь для ограниченного класса супергидрофобных поверхностей, у которых компоненты тензора скольжения – заранее неизвестные константы.

Изложен теоретический подход, используемый для вычисления коэффициентов скольжения (осредненного проскальзывания) из решения задачи об обтекании вязкой жидкостью с заданным профилем скорости супергидрофобной поверхности на масштабе неоднородности, когда между жидкостью и газовыми пузырьками образуется устойчивая межфазная граница. Основные трудности, возникающие при решении таких задач, связаны с аппроксимацией уравнений движения жидкости и смешанных граничных условий при чередовании участков локального прилипания на твердой стенке и пониженного трения между жидкостью и газом на межфазной границе. Подавляющее большинство аналитических или численных решений получено для периодических текстур с идеализированной плоской межфазной границей, закрепленной в углах каверны, занятой газовым пузырьком (*Philip, Lauga & Stone, Vinogradova et al., Teo & Khoo, Cheng et al.* и др.). Работы, в которых учитывается кривизна мениска, носят фрагментарный характер (*Davis & Lauga*). Отмечено, что в литературе отсутствуют исследования, посвященные изучению влияния положения мениска относительно стенок каверны на величину осредненного проскальзывания. Не было предложено универсального подхода, применимого для определения компонент тензора скольжения неоднородной текстурированной супергидрофобной поверхности. Поэтому результаты, полученные в настоящей диссертации, могут устранить имеющиеся на данный момент пробелы в рассматриваемой предметной области исследований.

В **Главе 1** исследованы три макроскопические задачи о течении тонкого слоя вязкой жидкости вдоль супергидрофобной поверхности с заданным граничным условием Навье. В **Главе 2** методом граничных интегральных уравнений изучена структура течения вязкой жидкости в окрестности каверны с пузырьком газа и проведено параметрическое численное исследование величины эффективного (осредненного) скольжения от геометрических параметров микротекстуры.

В разделе 1.1 описаны автомодельные режимы нестационарного растекания тонкого слоя тяжелой вязкой жидкости по горизонтальной неоднородной супергидрофобной плоскости вдоль главного направления тензора скольжения от локализованного источника массоподвода с заданной объемной мощностью. Рассмотрены случаи точечного и линейного источников. В предположении малой относительной толщины слоя получены асимптотические уравнения стоксовой пленки на горизонтальной плоскости. Для продольной компоненты скорости  $u$  задавалось граничное условие проскальзывания Навье  $u = b(x)\partial u/\partial z$ , на внешней границе слоя задавалось условие отсутствия касательных напряжений. В граничном условии  $b(x)$  – эффективная длина скольжения, отнесенная при обезразмеривании к характерной толщине слоя. После интегрирования уравнений движения с указанными граничными условиями получено выражение для продольной компоненты скорости. С использованием этого выражения и кинематического граничного условия для безразмерной толщины  $h(x,t)$  слоя получается уравнение типа нелинейного уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{1}{x^j} \frac{\partial}{\partial x} \left( x^j \left( \frac{h^3}{3} + b(x)h^2 \right) \frac{\partial h}{\partial x} \right) = 0, \quad (1)$$

$$\int_0^{x_f(t)} x^j h(x,t) dx = Q(t), \quad h(x = x_f(t)) = 0.$$

В диссертации показано, что для рассматриваемых режимов принудительного растекания жидкости, вызванного наличием массоподвода в слой, капиллярные эффекты малы. В уравнении (1):  $Q(t)$  – заданный закон массоподвода в слой,  $x_f(t)$  – закон движения переднего фронта,  $j = 0$  или  $1$  для плоскопараллельного и осесимметричного течения. При  $b(x) = 0$  уравнение (1) принимает известный в литературе вид (Баренблатт Г.И., Huppert и др.). Учет локального скольжения и расклинивающего давления ранее был проведен в ряде работ (Ajaev&Kabov, Ajaev et al., Munch et al.) при анализе разрывов в очень тонких пленках жидкости.

В диссертации показано, что для  $b(x)$ , являющейся степенной функцией координаты  $b(x) = Bx^\delta$ , существуют два семейства автомодельных решений уравнения (1), соответствующие степенному и экспоненциальному по времени законам массоподвода в слой. Автомодельные решения для динамики тонкого слоя жидкости на обычной поверхности без проскальзывания рассматривались ранее в работах (Huppert, Осипцов А.А.). В работе Веденеевой Е.А. (2015), опубликованной после работ автора, описаны автомодельные режимы растекания лавы по горизонтальной поверхности с частичным условием проскальзывания для скорости. В диссертации получены условия существования автомодельных решений для найденной функции  $b(x)$ .

Для степенного закона массоподвода  $Q = At^\gamma$  автомодельное решение ищется в виде  $h = t^\alpha F(\eta)$ ,  $\eta = x/Ct^\beta$ , а для экспоненциального закона  $Q = A \exp(\gamma t)$  – в виде  $h = \exp(\alpha t) F(\eta)$ ,  $\eta = x/C \exp(\beta t)$ . Здесь  $A$  и  $\gamma$  – заданные константы, константы  $C$ ,  $\alpha$  и

$\beta$  находятся в процессе решения. Для каждого типа автомодельного решения получено обыкновенное дифференциальное уравнение для автомодельной функции  $F$  с условием  $F(1)=0$ . Решение полученной математической задачи заключалось в том, чтобы для заданной пары  $\gamma$  и  $B$  найти автомодельную функцию, удовлетворяющую уравнению и интегральному закону сохранения объема. В процессе решения задачи определялся и закон движения переднего фронта. На **рис. 1** представлены расчеты автомодельной функции  $F$  для степенного закона массоподвода с  $A=1$  и конкретных значений параметров  $\gamma$  и  $B$ . Решения для экспоненциального закона массоподвода качественно совпадают с кривыми, представленными на **рис. 1**. Следует отметить, что полученные асимптотические решения не применимы в малой окрестности переднего фронта и источника массоподвода.

На основе проведенного параметрического исследования полученных решений установлено взаимно-однозначное соответствие между значениями параметров  $\gamma$ ,  $B$  и решением и автомодельным законом движения переднего фронта. Поэтому, по автомодельному закону движения переднего фронта и форме поверхности слоя, измеренным в эксперименте, можно однозначно определить параметры скольжения супергидрофобной поверхности. По супергидрофобной поверхности ( $B \neq 0$ ) передний фронт слоя жидкости за то же время проходит большее расстояние, чем по обычной поверхности с условием прилипания ( $B=0$ ).

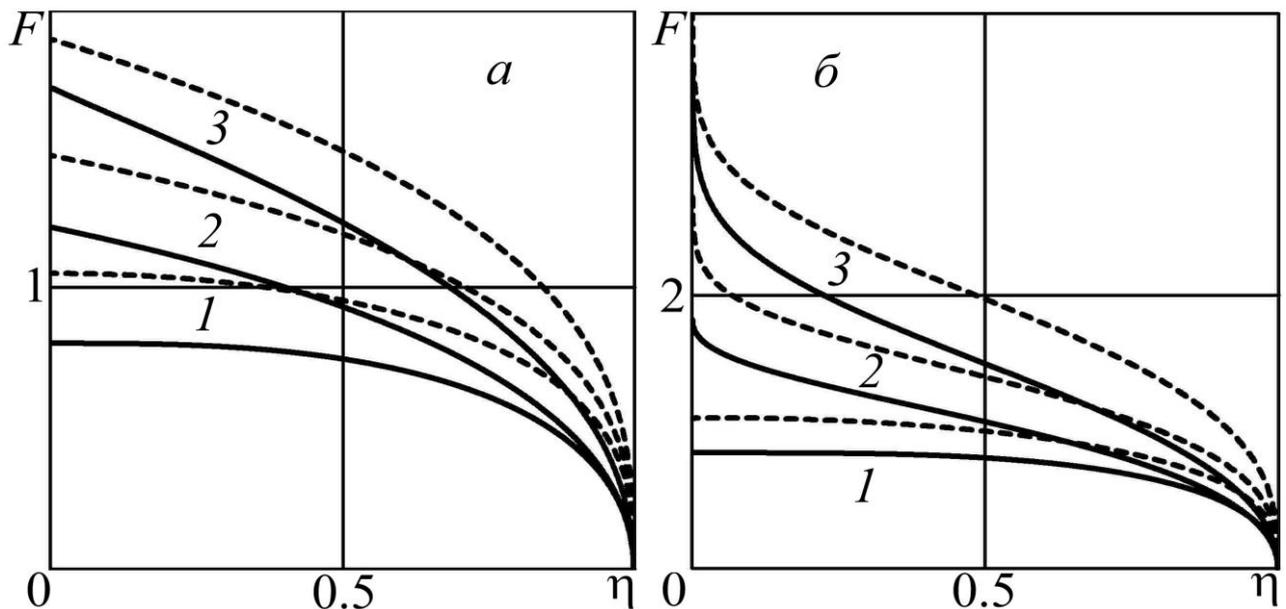


Рис. 1. Автомодельная функция  $F(\eta)$ :  $j = 0$  (а),  $j = 1$  (б);  
 $B = 0, 0.5, \gamma = 0, 0.5, 2$  (1–3); штриховые линии –  $B = 0$

В заключение раздела проведено обобщение построенных автомодельных решений для описания слабонеоднородного растекания жидкости по супергидрофобной поверхности, у которой гидрофобные свойства зависят от второй пространственной координаты. Рассмотрены случаи двумерного растекания слоя жидкости, в которых можно пренебречь азимутальным перетеканием жидкости в слое.

В разделе 1.2 изучены автомодельные решения задачи стационарного стекания ручейка вязкой жидкости в поле силы тяжести по наклонной неоднородной супергидрофобной плоскости, ориентированной под конечным углом  $\varphi$  к горизонту. Жидкость поступает на наклонную плоскость из локализованного источника массоподвода. Движение жидкости описывается в системе координат, связанной с наклонной плоскостью; начало координат совпадает с источником массоподвода. Получены асимптотические уравнения стоксовой пленки на наклонной плоскости. Для двух компонент скорости задавались граничные условия проскальзывания Навье  $u_{1,2} = b_{1,2}(x, y) \partial u_{1,2} / \partial z$ , а на границе слоя – условие отсутствия касательных напряжений. Функции  $b_{1,2}(x, y)$  – диагональные компоненты тензора скольжения, отнесенные при обезразмеривании к характерной толщине слоя. Получены выражения для компонент скорости  $u_{1,2}$ , которые использовались в кинематическом условии при выводе безразмерного уравнения в частных производных для установившейся формы поперечного сечения ручейка:

$$\sin \varphi \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{3} + b_1(x, y) h^2 \right) - \cos \varphi \frac{\partial}{\partial y} \left( \left( \frac{h^3}{3} + b_2(x, y) h^2 \right) \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0, \quad (2)$$

$$h(y = y_e(x)) = 0, \quad (\partial h / \partial y)_{y=0} = 0.$$

В уравнении:  $h(x, y)$  – форма поперечного сечения ручейка,  $x$  и  $y$  – продольная и поперечная координаты на наклонной плоскости,  $b_{1,2}(x, y) = B_{1,2} x^\gamma y^\delta$ , линия  $y_e(x)$  – боковая граница ручейка (на которой толщина слоя равняется нулю) определяет форму пятна смачивания, второе краевое условие выражает симметрию поперечного сечения. Для уравнения (2) в предположении постоянного расхода жидкости через поперечное сечение ручейка (являющегося следствием интегрального закона сохранения массы) найдены автомодельные решения. Вид автомодельных решений  $h = x^\alpha F(\eta)$ ,  $\eta = y / Cx^\beta$  ( $\alpha, \beta, C$  – некоторые константы) аналогичен решениям для обычной поверхности без проскальзывания, исследованным ранее в работах (*Smith, Lister, Duffy & Moffat*). Отметим, что стекание ручейка жидкости по обычной поверхности без проскальзывания ранее рассматривалось в задачах интенсификации теплообмена (*Барташевич М.В., Кабов О.А.* и др.). В диссертации получены условия существования автомодельных решений для найденных функций  $b_{1,2}(x, y)$ .

Из уравнения (2) получается обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка для автомодельной функции  $F$  с условиями  $F(1) = 0$  и  $F'(0) = 0$ . Цель сформулированной математической задачи заключалась в нахождении для заданных параметров  $B_{1,2}$  и  $\gamma, \delta$  автомодельной функции, удовлетворяющей уравнению и условию сохранения расхода. Форма пятна смачивания определялась в процессе решения задачи. На рис. 2 представлены примеры расчета автомодельной функции  $F$  для конкретных значений параметров. Для других значений параметров графики автомодельной функции качественно совпадают с кривыми, представленными на рис. 2.

На основе проведенного параметрического исследования решений установлено, что для каждого  $\varphi$  существует конечный диапазон значений  $B_1$ , внутри которого двум разным  $B_1$  соответствует одинаковая форма пятна смачивания. Поэтому при использовании решений, полученных в **разделе 1.2**, для обработки экспериментальных измерений необходимо дополнительно фиксировать толщину слоя на оси симметрии. Полученные решения могут быть приближенно применены для супергидрофобных поверхностей с постоянным проскальзыванием.

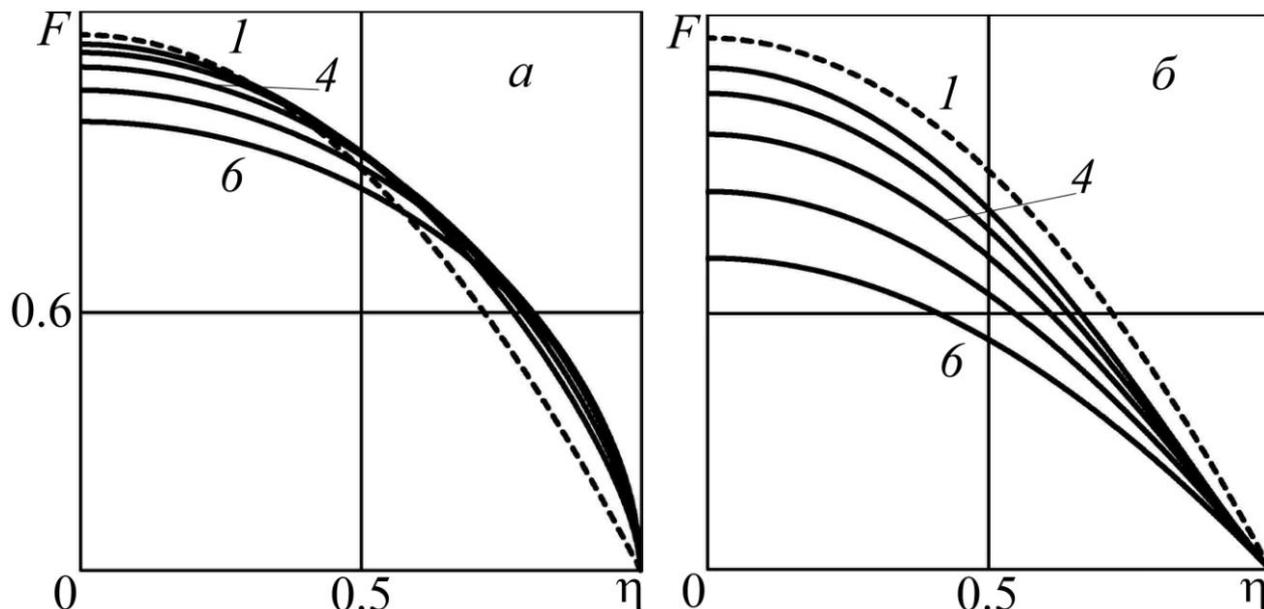


Рис. 2. Автомодельная функция  $F(\eta)$ : (а) –  $B_2 = 0$ , (б) –  $B_2 = 2B_1$ ,  
 $B_1 = 0, 0.05, 0.1, 0.2, 0.4, 0.8$  (1–6);  $\delta = 0, \gamma = -1/7, \varphi = \pi/4$ ;  
 штриховые линии –  $B_{1,2} = 0$

В **разделе 1.3** исследована эволюция тонкого слоя жидкости на поверхности горизонтального супергидрофобного кругового цилиндра, ось которого перпендикулярна вектору силы тяжести. Азимутальный угол  $\varphi$  отсчитывается от верхней точки цилиндрической поверхности. Предполагается, что жидкость покрывает поверхность цилиндра сплошным слоем (отсутствуют краевые углы смачивания); поверхностное натяжение не учитывается. Получены асимптотические уравнения Стокса для тонкого слоя на цилиндрической поверхности. Для азимутальной компоненты скорости  $u$  задавалось условие эффективного проскальзывания Навье  $u = B \partial u / \partial r$ ,  $B = \text{const}$ , на внешней границе слоя – условие отсутствия касательных напряжений. Получено выражение для азимутальной компоненты скорости, которое использовалось в кинематическом условии при выводе уравнения гиперболического типа, описывающего эволюцию слоя на цилиндре:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \left( \frac{h^3}{3} + B h^2 \right) \sin \varphi \right) = 0, \quad h(0, \varphi) = 1. \quad (3)$$

Уравнение (3) при  $B = 0$  использовалось ранее для изучения эволюции тонкого слоя на обычной цилиндрической поверхности без проскальзывания

(*Reisfield et al., Huppert & Takagi* и др.). Для исследования влияния проскальзывания на интенсивность стекания слоя уравнение (3) представлено в виде системы уравнений вдоль характеристических направлений:

$$\frac{d\varphi}{dt} = (h^2 + 2Bh)\sin\varphi, \quad \varphi(0) = \varphi_0,$$

$$\frac{dh}{dt} = -\left(\frac{h^3}{3} + Bh^2\right)\cos\varphi, \quad h(0) = 1.$$

На **рис. 3** представлена эволюция толщины слоя в верхней и нижней точках цилиндрической поверхности для конкретных значений коэффициента скольжения  $B$ . Для других значений азимутального угла зависимость толщины слоя от времени качественно повторяет кривые, представленные на **рис. 3 (а)**. На основе проведенного параметрического исследования установлено взаимно-однозначное соответствие между величиной проскальзывания  $B$  и характерным временем утончения слоя. Чем больше проскальзывание на цилиндрической поверхности, тем быстрее происходит утончение слоя и стекание жидкости.

На основе проведенного исследования полученных решений установлено, что также как с условием прилипания предложенная модель с эффективным проскальзыванием описывает эволюцию жидкости на начальном этапе стекания слоя по поверхности цилиндра. Тем не менее, предложенная математическая модель может быть использована для определения величины эффективного скольжения супергидрофобных поверхностей с постоянным проскальзыванием. Кроме того, показано, что наличие проскальзывания на цилиндрической поверхности приводит к интенсификации стекания жидкости по цилиндрической поверхности.

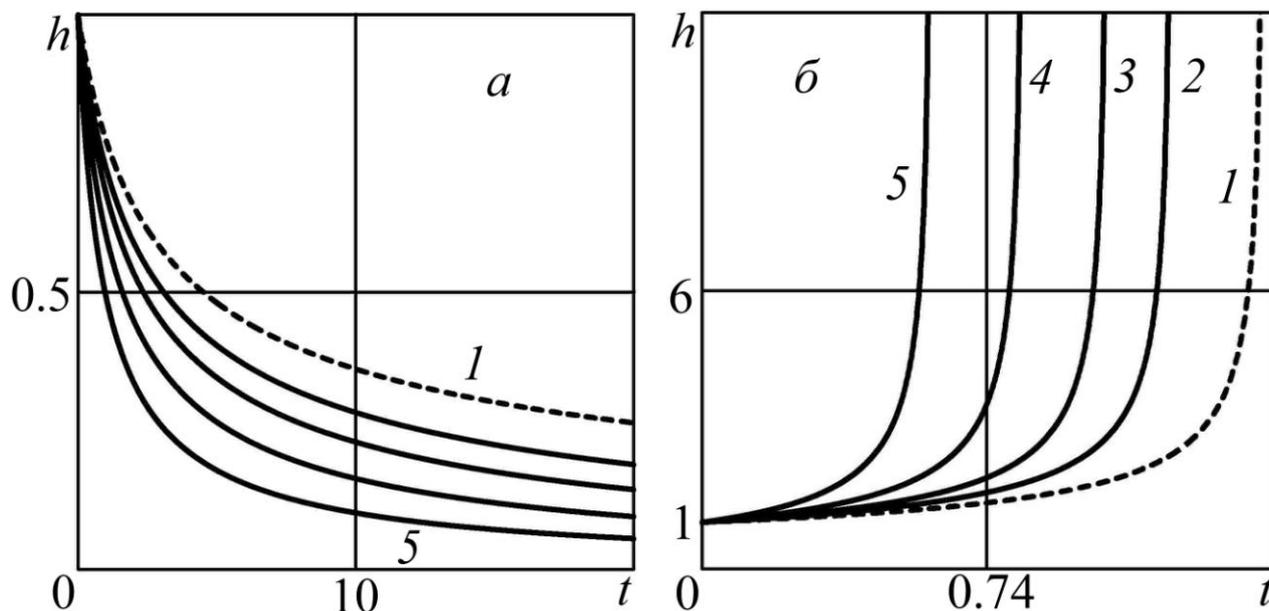


Рис. 3. Толщина слоя в верхней (а) и нижней (б) точках цилиндра:  
 $B = 0, 0.1, 0.2, 0.4, 0.8$  (1–5); штриховые линии –  $B = 0$

Решенные задачи и полученные в **Главе 1** результаты могут быть использованы для обработки экспериментальных данных, цель которых – определение

тензора скольжения некоторых классов неоднородных супергидрофобных поверхностей.

В диссертации предложены новый теоретический подход и метод вычисления осредненного скольжения из решения задачи о медленном течении жидкости в окрестности микротекстуры супергидрофобной поверхности. Для этого в **Главе 2** методом граничных интегральных уравнений исследуется двумерная задача об установившемся стоксовом течении в тонком канале, нижняя стенка которого – текстура супергидрофобной поверхности, состоящая из периодически расположенных каверн с прямыми стенками, в которых силой поверхностного натяжения статически удерживаются газовые пузырьки с искривленной поверхностью (**рис. 4**). Верхняя стенка канала может быть неподвижной либо двигаться с постоянной скоростью.

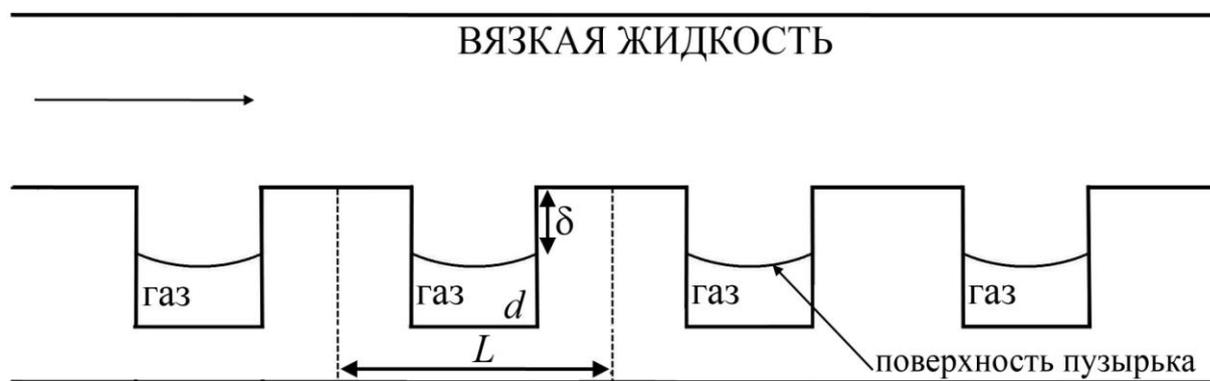


Рис. 4. Область течения жидкости над текстурой поверхности, удерживающей газы

В диссертации рассмотрена наиболее общая ситуация, когда точки закрепления межфазной границы не совпадают с угловыми точками каверны. Масштаб неоднородности текстуры  $10^{-4}$ - $10^{-2}$  см, поэтому числа Рейнольдса малы, а течение жидкости описывается безразмерными уравнениями Стокса:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \Delta \mathbf{u} - \nabla p = 0.$$

Постановка задачи завершается заданием граничных условий на границе рассматриваемой области течения. Для компонент вектора скорости  $\mathbf{u}$  на твердых стенках ставятся условия прилипания; на входном и выходном сечениях области задаются одинаковые профили продольной компоненты скорости  $u_0(y)$ . На межфазной границе ставятся условия непротекания для скорости  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$  и отсутствия касательных напряжений  $p_{ij} n_j \tau_i = 0$ . Здесь  $\mathbf{n}$  и  $\boldsymbol{\tau}$  – внутренняя нормаль и касательный вектор к межфазной границе, соответственно,  $p_{ij}$  – компоненты тензора напряжений.

Для построения решения уравнений Стокса в сложной области со смешанными граничными условиями используется метод граничных интегральных уравнений, применяемый в стоксовой гидродинамике (Ладыженская О.А., Pozrikidis):

$$\Delta u_j(\mathbf{x}_0) = -\frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} f_i(\mathbf{x}) G_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) dl(\mathbf{x}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} u_i(\mathbf{x}) T_{ijk}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) n_k(\mathbf{x}) dl(\mathbf{x}).$$

Интегрирование ведется по всей границе области;  $\Lambda=1$  или  $1/2$  для точек внутри области и на границе;  $\mathbf{f} = p_{ij}n_j\mathbf{e}_i$ . В уравнении  $G_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$  и  $T_{ijk}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$  – двумерные “стокслет” и “стресслет”, которые имеют вид:

$$G_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = -\delta_{ij} \ln r + \frac{\xi_i \xi_j}{r^2}, \quad T_{ijk}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = -4 \frac{\xi_i \xi_j \xi_k}{r^4},$$

$$\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0, \quad r = |\boldsymbol{\xi}|.$$

Здесь  $\delta_{ij}$  – символы Кронекера. Чтобы вычислить поле скорости внутри области течения, необходимо знать компоненты векторов  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{f}$ , которые являются распределенными по границе плотностями стокслетов и стресслетов. При заданных граничных условиях компоненты векторов определяются из решения векторного интегрального уравнения, записанного для точек границы. Решение интегрального уравнения можно получить только численно. Для этого методом коллокаций векторное интегральное уравнение для граничных точек сводится к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). К СЛАУ необходимо добавить условия непротекания  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$  и отсутствия касательных напряжений на межфазной границе, понимаемых в смысле уравнений, записанных для точек на межфазной границе:

$$\mathbf{f} = p_{ij}n_j\mathbf{e}_i = f_i\mathbf{e}_i, \quad p_{ij}n_j\tau_i = \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\tau} = f_i\tau_i = 0.$$

Из решения суммарной СЛАУ, получаемой с учетом указанных граничных условий на межфазной границе, находятся плотности стокслетов и стресслетов на всей границе области течения. Затем с использованием найденных плотностей рассчитывается величина скорости жидкости в любой точке области. Численные алгоритмы, применяемые для решения получающейся СЛАУ, описаны в работах *Ахатова И.Ш.* с соавторами.

Для решения векторного интегрального уравнения в диссертации был разработан оригинальный численный алгоритм. В качестве тестовых расчетов для численного алгоритма в **разделе 2.1** решены задачи об обтекании сдвиговым потоком прямоугольных каверн, полностью занятых жидкостью (**рис. 5**), а в **разделе 2.2** о течении в тонком канале с супергидрофобной стенкой при заданном перепаде давления. Проведено сравнение расчетов с данными работы *Belyaev & Vinogradova (2011)*, в которой получено аналитическое решение аналогичной задачи для текстуры с плоской межфазной границей и периодическими граничными условиями для скорости на входе и выходе из расчетной области. Эффективная длина скольжения вычислялась по формуле  $\langle u_w \rangle = b_{\text{eff}} \langle (\partial u / \partial y)_w \rangle$ , где  $\langle \cdot \rangle$  обозначает осреднение по периоду текстуры, индекс  $w$  соответствует значениям, вычисленным на стенке. На **рис. 6** показана зависимость безразмерной, отнесенной к  $L$ , эффективной длины скольжения от доли газового участка  $d/L$  и толщины канала  $H/L$ , вычисленная для периодических профилей скорости.

В проведенных с использованием разработанного численного алгоритма тестовых расчетах получено хорошее количественное и качественное совпадение результатов с известными литературными данными.

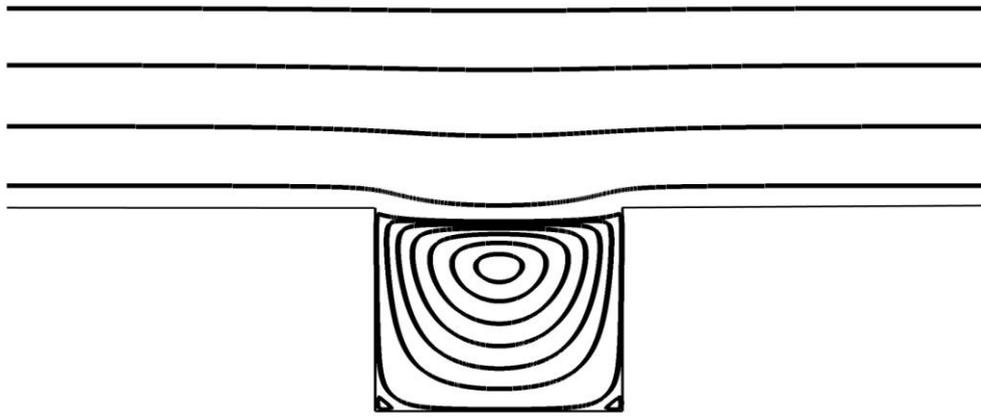


Рис. 5. Картина линий тока над квадратной каверной, полностью занятой жидкостью; в углах каверны визуализированы вихри Моффата

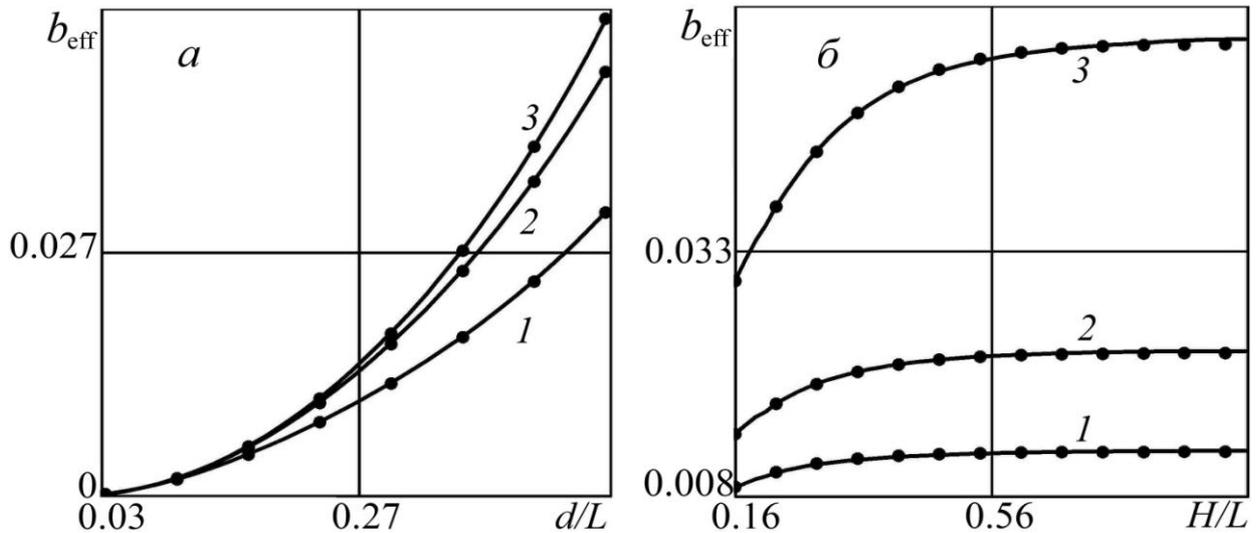


Рис. 6. Эффективная длина скольжения для течения в канале:  
 (а) 1-3 –  $H/L = 1/6, 1/3, 1/2$ ; (б) 1-3 –  $d/L = 1/4, 1/3, 1/2$ ;  
 линии – расчет методом граничных интегральных уравнений,  
 точки – аналитическое решение

В диссертации в **разделе 2.3** впервые проведено параметрическое численное исследование влияния формы и положения межфазной границы относительно стенок каверны на величину осредненного проскальзывания при обтекании сдвиговым потоком одиночной и системы каверн, удерживающих газовые пузырьки. В диссертации форма межфазной границы считается заданной и находится из условия непрерывности нормальных напряжений на межфазной границе с учетом поверхностного натяжения. Форма межфазной границы над одиночной каверной описывается уравнением:

$$x^2 + \left( y + s - \sqrt{R^2 - c^2} \right)^2 = R^2,$$

где  $R$  – безразмерный радиус кривизны межфазной границы, значение которого определяется статическим углом смачивания,  $c = d/2L$  – половина ширины каверны,  $s = \delta/L$  – положение межфазной границы относительно углов каверны. Эффек-

тивная безразмерная длина скольжения вычислялась как  $b_{\text{eff}} = \langle u_w \rangle$ . На **рис. 7** показаны примеры расчетов осредненного скольжения над искривленной межфазной поверхностью. Минимум эффективного скольжения на **рис. 7 (а)** возникает вследствие схлопывания вихря в жидкости над межфазной поверхностью и образования в каверне областей с противотоками **рис. 8**. На **рис. 7 (б)** показано изменение величины осредненного скольжения при погружении межфазной границы внутрь каверны. Зависимость эффективного скольжения для других значений параметров текстуры качественно повторяет представленные на **рис. 7** кривые.

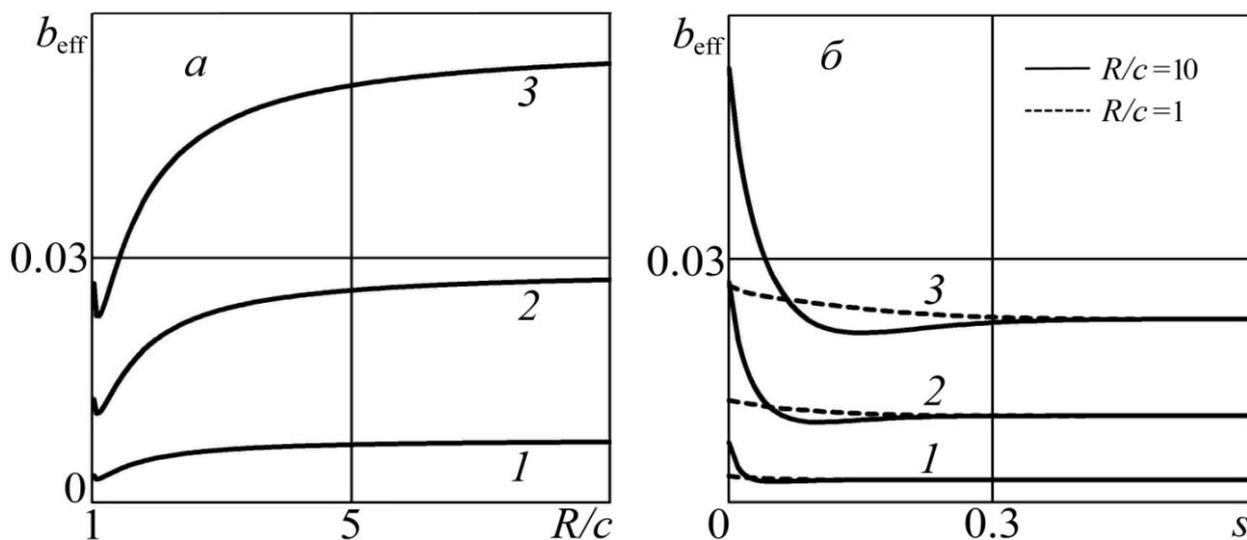


Рис. 7. Эффективная длина скольжения: (а) –  $s = 0$ , (б) –  $s \neq 0$ ;  
1-3 –  $d/L = 0.2, 0.4, 0.6$

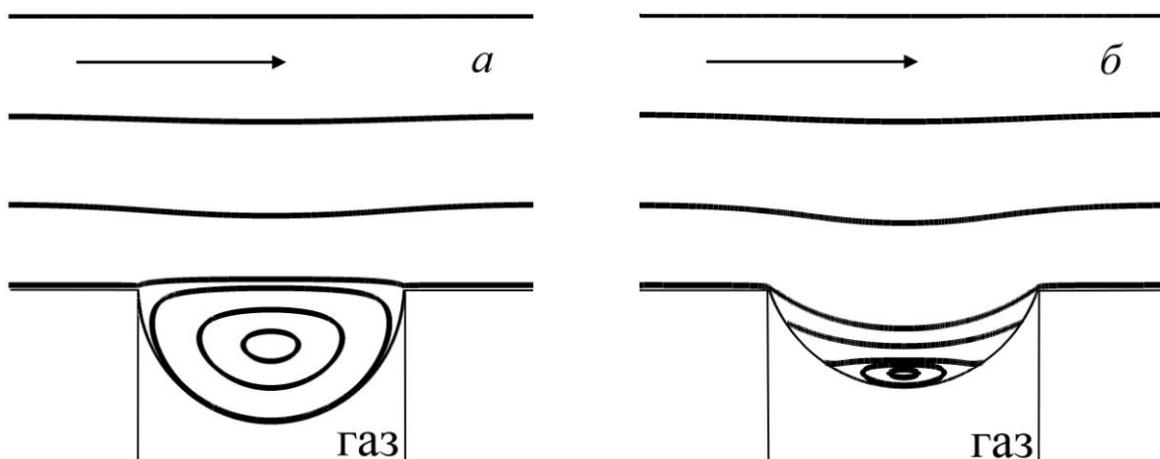


Рис. 8. Картина линий тока над межфазной границей:  
 $d/L = 0.5, R/c = 1$  (а), 1.06 (б)

Из представленных на **рис. 7** результатов следует, что учет конечной кривизны межфазной границы и ее смещения вглубь каверны приводит к резкому снижению осредненного скольжения. Максимальное проскальзывание достигается на текстурах с плоской межфазной границей. Влиянием формы мениска на величину осредненного проскальзывания можно пренебречь, когда радиус кривизны мениска на порядок превосходит размер газового участка.

В разделе 2.4 проведено обобщение результатов раздела 2.3, полученных для одиночной каверны, на случай обтекания сдвиговым потоком периодической системы каверн. Численно найден профиль скорости, вырабатывающийся в промежутке между кавернами при их близком расположении.

Разработанные в Главе 2 методы расчета могут быть применены для вычисления осредненного скольжения над периодическими текстурами, образованными кавернами различной формы.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Рассмотрены три различные задачи о движении тонкого слоя вязкой жидкости вдоль супергидрофобных поверхностей с условием эффективного проскальзывания Навье и заданным тензором скольжения. Найден неоднородные супергидрофобные поверхности, характеризуемые тензором скольжения, зависящим от координат точки поверхности, для которых удалось построить семейства автомодельных решений. Установлены критерии существования автомодельных решений для неоднородных супергидрофобных поверхностей. Определены характеристики рассмотренных течений, которые могут быть использованы для экспериментального определения компонент тензора скольжения промышленных супергидрофобных поверхностей.

2. В задаче о нестационарном растекании тонкого слоя тяжелой вязкой жидкости вдоль горизонтальной супергидрофобной поверхности от локализованного источника, мощность которого задана степенной либо экспоненциальной функцией времени, исследованы автомодельные законы движения переднего фронта смачивания в зависимости от параметров, задающих величину проскальзывания скорости. Показано, что проскальзывание на поверхности увеличивает расстояние, которое проходит передний фронт слоя при растекании жидкости. Установлено взаимно-однозначное соответствие между параметрами скольжения, характеризующими супергидрофобную поверхность, и законом движения переднего фронта. Из проведенного анализа следует, что этой информации достаточно, чтобы по заданному закону массоподвода и закону движения переднего фронта смачивания определить параметры скольжения супергидрофобной поверхности из эксперимента. Особенно удобным такой метод может быть при определении компонент тензора скольжения супергидрофобных поверхностей, у которых микро-рельеф имеет осевую симметрию. Проведено обобщение полученных автомодельных решений на случай слабой зависимости решения от второй пространственной координаты, когда можно пренебречь трансверсальным перетеканием жидкости в движущейся пленке.

3. На основе проведенного параметрического исследования области смачивания, образующейся при установившемся стекании ручейка жидкости по наклонной супергидрофобной поверхности, установлено, что для такой геометрии течения информации только об области смачивания недостаточно, чтобы однозначно определить эффективные характеристики супергидрофобной поверхности. Необходимо также фиксировать толщину слоя на оси симметрии ручейка. Полученные

для рассмотренной геометрии результаты приближенно могут быть применены для однородных супергидрофобных поверхностей с постоянным коэффициентом проскальзывания.

4. Выполнено математическое моделирование начального этапа стекания тонкого слоя жидкости по супергидрофобной поверхности горизонтального цилиндра. Показано, что проскальзывание на супергидрофобной поверхности значительно уменьшает время стекания слоя по сравнению с обычной цилиндрической поверхностью (без проскальзывания). Таким образом, продемонстрировано, что супергидрофобные поверхности могут быть использованы для интенсификации самоочищения поверхности. Проанализировано взаимно-однозначное соответствие между временем утончения слоя и величиной проскальзывания, что может быть использовано при экспериментальном определении компонент тензора скольжения супергидрофобных поверхностей с постоянным проскальзыванием.

5. Решена двумерная задача об установившемся стоксовом обтекании вязкой жидкостью элементов микротекстуры супергидрофобной поверхности в наиболее общей постановке, когда угловые точки межфазной границы, образующейся между газовым пузырем и жидкостью, не совпадают с угловыми точками каверны. Рассмотрены каверны с прямыми стенками; форма мениска найдена из условия статического удержания газового пузырька в каверне. Для вычисления поля скорости жидкости в области над межфазной границей разработан эффективный численный алгоритм, основанный на методе граничных интегральных уравнений. Численный алгоритм протестирован на решениях известных модельных задач. Получено хорошее количественное и качественное совпадение численных расчетов с известными результатами.

6. Проведено параметрическое численное исследование эффективной длины скольжения вязкой жидкости над текстурой супергидрофобной поверхности в сдвиговом потоке. Эффективное скольжение вычислялось из осредненного по периоду текстуры локального условия проскальзывания Навье. Получены зависимости эффективного скольжения от различных геометрических параметров текстуры: доли газового участка, формы мениска и его положения относительно стенок каверны. Установлена немонотонная зависимость эффективного скольжения от геометрических параметров текстуры. Качественная зависимость полученных результатов совпадает с расчетами других авторов для текстур с плоской межфазной границей. Показано, что учет эффектов, обусловленных наличием мениска и его положением, приводит к значительному уменьшению эффективного скольжения по сравнению с текстурами с идеализированной плоской межфазной границей.

7. Разработанный метод расчета эффективного скольжения из решения задачи обтекания системы каверн может быть использован для получения оценок величины эффективного скольжения над периодической текстурой супергидрофобной поверхности, состоящей из близко расположенных микрокаверн, когда предположение о сдвиговости потока в области между кавернами нарушается. Кроме

того, разработанный численный алгоритм применим для вычисления эффективного скольжения для супергидрофобных поверхностей с текстурами, образованных кавернами произвольной формы. Полученные результаты важны для понимания явления эффективного проскальзывания на супергидрофобных поверхностях и могут быть применены для оптимизации периодической текстуры промышленных супергидрофобных поверхностей и достижения максимального эффективного проскальзывания.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Агеев А.И. Растекание пленки жидкости по супергидрофобной поверхности // Тр. конф.-конкурса молодых ученых. 12-14 октября 2011 г. Под ред. акад. РАН Г.Г. Черного, проф. В.А. Самсонова. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2013. С. 90-95.
2. Агеев А.И., Осипцов А.Н. Пленочные течения жидкости по супергидрофобной поверхности // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. 16-25 апреля 2012 г., Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. – 165 с.
3. Агеев А.И. Пленочные течения жидкости по супергидрофобной поверхности // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2012». 2012.  
URL: [http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov\\_2012/index.htm](http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2012/index.htm) .
4. Агеев А.И., Осипцов А.Н. Автомодельные режимы растекания пленки по неоднородным супергидрофобным поверхностям // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. 15-23 апреля 2013 г., Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2013. – 171 с.
5. Агеев А.И. Стеkanie ручейка вязкой жидкости по наклонной супергидрофобной поверхности // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2013». 2013.  
URL: [http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov\\_2013/index.htm](http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2013/index.htm) .
6. Агеев А.И., Осипцов А.Н. Растекание тонкого слоя вязкой жидкости вдоль супергидрофобных поверхностей // Материалы международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность». 25 февраля-4 марта 2014 г. Моск. обл., панс. «Звенигородский» РАН. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2014. – 270 с.
7. Агеев А.И. Эволюция тонкого слоя тяжелой жидкости на супергидрофобной цилиндрической поверхности // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. 14-23 апреля 2014 г., Москва, МГУ имени М. В. Ломоносова. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2014. – 177 с.
8. Агеев А.И. Стеkanie тонкого слоя вязкой жидкости по горизонтальной супергидрофобной цилиндрической поверхности // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2014». 2014.  
URL: [http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov\\_2014/index.htm](http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2014/index.htm) .

9. Агеев А.И. Эволюция тонкого слоя тяжелой жидкости на супергидрофобной цилиндрической поверхности // Тр. конф.-конкурса молодых ученых. 8-9 октября 2013. Под редакцией акад. РАН А.Г. Куликовского, проф. В.А. Самсонова. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2014. С. 76-83.
10. Агеев А.И., Осипцов А.Н. Автомодельные режимы растекания тонкого слоя жидкости вдоль супергидрофобной поверхности // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2014. № 3. С. 37–51.
11. Агеев А.И., Осипцов А.Н. Автомодельные режимы растекания тонкого слоя тяжелой вязкой жидкости вдоль супергидрофобных поверхностей // Современные проблемы аэрогидродинамики: Тезисы докладов XVII школы-семинара, посвященной памяти академика Г.Г. Черного и 55-летию со дня основания НИИ механики МГУ. 20-30 августа 2014 г., Сочи, «Буревестник» МГУ. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2014. – 116 с.
12. Агеев А.И., Осипцов А.Н. Стеkanie ручейка вязкой жидкости по наклонной супергидрофобной поверхности // Доклады академии наук. 2014. Т. 458. № 6. С. 652–655.
13. Агеев А.И. Гидродинамические течения вязкой жидкости вблизи супергидрофобных поверхностей // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2015». 2015.  
URL: [http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov\\_2015/index.htm](http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2015/index.htm) .
14. Агеев А.И., Осипцов А.Н. Гидродинамика вязкой жидкости в окрестности супергидрофобной поверхности // Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических установках: Тезисы докладов XX Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева (24–29 мая 2015 г., Звенигород). – М.: Изд-ий дом МЭИ, 2015. – 328 с.
15. Агеев А.И., Осипцов А.Н. Гидродинамика вязкой жидкости в окрестности супергидрофобной поверхности // Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических установках: Труды XX Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева (24–29 мая 2015 г., г. Звенигород). – М.: Изд-ий дом МЭИ, 2015. С. 269-272. (CD).
16. Агеев А.И. Гидродинамические течения вязкой жидкости вдоль супергидрофобных поверхностей // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Аннотации докладов. (Казань, 20 – 24 августа 2015 г.). – Казань: Изд-во АН РТ, 2015. – 319 с.
17. Агеев А.И., Осипцов А.Н. Стоксово течение над каверной супергидрофобной поверхности, содержащей пузырек газа // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 6. С. 35–49.
18. Агеев А.И., Осипцов А.Н. Течение вязкой жидкости вблизи периодической текстуры супергидрофобной поверхности // Материалы XXXII Сибирского теплофизического семинара, посвященного 80-летию акад. В.Е. Накорякова. (19-20 ноября 2015 г., г. Новосибирск). – Новосибирск, 2015. С. 35-36. (CD).