

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор Института математики
НАН Беларуси
академик



ОТЗЫВ

ведущей организации
на диссертацию Лысака Михаила Дмитриевича
«Некоторые свойства ляпуновских характеристик
блуждаемости решений дифференциальных систем»
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

В диссертации М.Д. Лысака изучаются ляпуновские характеристики блуждаемости решений линейных однородных дифференциальных систем — скорость блуждания и показатели блуждаемости и блуждания.

Указанные асимптотические характеристики представляют собой функционалы на пространстве решений дифференциальных систем и несут важную информацию о степени колеблемости решений; они были определены только в начале этого века и потому относительно мало изучены. Верхняя и нижняя скорости блуждания решения — это асимптотически точные (соответственно, верхняя и нижняя) границы временных средних от скорости движения следа, который вектор решения системы оставляет на единичной с центром в нуле сфере. Показатели же блуждания и блуждаемости получаются минимизацией скорости движения следа по всем линейным невырожденным преобразованиям координат до и, соответственно, после операции усреднения скорости по времени.

Основным объектом исследования в работе служат спектры (множества значений) характеристик блуждаемости на множестве решений линейных однородных систем дифференциальных уравнений с ограниченными заданной постоянной коэффициентами, трехмерных систем специального вида (осуществляющих поворот в плоскости и растяжение-сжатие в ортогональном направлении), а также систем, соответствующим линейным дифференциальным уравнениям второго и третьего порядков с ограниченными заданной постоянной коэффициентами.

Идея качественного описания устойчивости решений дифференциальных уравнений и систем с помощью введения на множестве их решений специальных функционалов восходит к работам А.М. Ляпунова. Исследование введенных им показателей, впоследствии названных его именем, составляет важное активно развивающееся направление в качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Оказалось, что свойство колеблемости решений дифференциальных уравнений также поддаётся качественному описанию с помощью функционалов ляпуновского типа. Так, благодаря работам И.Н. Сергеева, в качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений была намечена новая область, в которой методы теории показателей Ляпунова прилагаются к теории колебаний. Введённые им функционалы на пространстве решений дифференциальных систем позволили количественно различать колеблющиеся проекции решения на прямые по среднему числу их нулей на числовой полуоси. Дальнейшим развитием этой теории стало введение новых характеристик ляпуновского типа — скорости и показателя блуждания, а также показателя блуждаемости. Скорость блуждания с механической точки зрения представляет собой среднюю угловую скорость вращения вектора решения, а показатели блуждания и блуждаемости учитывают только ту информацию об угловой скорости, которая сохраняется при всех линейных невырожденных преобразованиях.

Несмотря на большое число работ по указанной тематике, оставалась недостаточно исследованной задача об установлении точных границ спектров изучаемых характеристик на множестве решений линейных однородных уравнений и систем с коэффициентами, ограниченными заданной постоянной. Также оставался открытым вопрос о близости скорости блуждания к нулю для решений систем, отвечающих линейным уравнениям произвольного порядка, при условии малости коэффициентов этого уравнения. Данная диссертация представляет собой важное продвижение в этом актуальном теоретическом вопросе. Исследование в ней ведётся по следующим основным направлениям:

- 1) установление точных границ спектра скорости блуждания на множестве решений линейных однородных уравнений и систем с коэффициентами, ограниченными заданной постоянной;
- 2) получение оценок сверху спектра верхней скорости блуждания для класса неавтономных линейных дифференциальных уравнений второго и третьего порядков при условии малости их коэффициентов;
- 3) исследование спектров характеристик блуждаемости на решениях систем специального вида.

В первом направлении основное достижение диссертации состоит в установлении точных границ спектров верхней и нижней скоростей блуждания на классах треугольных, полных и диагональных систем с коэффициентами, ограниченными заданной постоянной, для второй, любой чётной и произвольной размерности, соответственно. На классе полных систем и нечётной размерности для тех же спектров приведена оценка сверху и указан отрезок, заведомо им принадлежащий. Кроме того, получены точные границы спектров верхней и нижней скоростей блуждания на классе систем, отвечающих линейным дифференциальным уравнениям второго порядка с коэффициентами, ограниченными заданной постоянной. Особо отметим тонкие рассуждения и технически сложные построения, проведённые автором при получении последнего результата.

Во втором направлении диссертации получены оценки сверху спектра верхней скорости блуждания для класса линейных дифференциальных уравнений второго и третьего порядка при условии малости их коэффициентов (а при сходимости коэффициентов к нулю полученные оценки также сходятся к нулю).

В третьем направлении исследованы спектры скорости блуждания и показателей блуждания и блуждаемости на решениях трёхмерных систем специального вида (осу-

ществляющих поворот в плоскости и растяжение-сжатие в ортогональном направлении). Установлены достаточные условия совпадения спектра показателей блуждания и блуждаемости с граничными значениями спектра скорости блуждания, а также условия совпадения спектра показателя блуждаемости со спектром скорости блуждания и показателя блуждания.

Текст диссертации написан математически аккуратно и достаточно ясно. Сколько-нибудь существенных замечаний по диссертации нет.

Автореферат диссертации правильно и полно отражает её содержание.

Работа является законченным систематическим научным исследованием, вносящим весомый вклад в теорию ляпуновских характеристик блуждаемости и колеблемости. Все результаты диссертационной работы являются новыми и строго доказанными. Применяемый диссертантом математический аппарат — методы общей и качественной теорий дифференциальных уравнений.

Результаты диссертации могут быть использованы специалистами по дифференциальным уравнениям, работающими в МГУ, МИРАН, СПбГУ, УдГУ, БГУ, ИМ НАН Беларуси, КазНУ, а также в других российских и зарубежных научных и педагогических центрах. Они прошли апробацию на всероссийской конференции с международным участием, а также на научных семинарах по качественной теории дифференциальных уравнений механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова. Основное содержание диссертации опубликовано в пяти статьях в ведущих рецензируемых математических журналах, из которых две статьи — в журналах из перечня ВАК.

Диссертация М. Д. Лысака «Некоторые свойства ляпуновских характеристик блуждаемости решений дифференциальных систем» является единым законченным квалификационным исследованием и удовлетворяет всем требованиям п. 7 «Положения о порядке присуждения учёных степеней» Минобрнауки РФ, а её автор Лысак Михаил Дмитриевич несомненно заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв обсуждён и одобрен на заседании Отдела дифференциальных уравнений Института математики НАН Беларуси 3 октября 2016 г., протокол № 7(170)/16.

Главный научный сотрудник
Отдела дифференциальных уравнений
доктор физ.-мат. наук академик

Н.А. Изобов

Ведущий научный сотрудник
Отдела дифференциальных уравнений
канд. физ.-мат. наук

Е.А. Барабанов

Подписи Н.А. Изобова и Е.А. Барабанова заверяю

Учёный секретарь Института математики
НАН Беларуси канд. физ.-мат. наук



В.В. Лепин