

ОТЗЫВ

официального оппонента
на диссертацию Лысака Михаила Дмитриевича
**«Некоторые свойства ляпуновских характеристик
блуждаемости решений дифференциальных систем»**
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

Диссертация М.Д. Лысака посвящена исследованиям в области качественной теории дифференциальных уравнений. В работе изучаются ляпуновские характеристики блуждаемости решений линейных однородных дифференциальных уравнений и систем. Основные усилия автора направлены на получение оценок спектров скоростей и показателя блуждания линейных однородных систем дифференциальных уравнений произвольного порядка, ряда систем специального вида, а также дифференциальных уравнений второго и третьего порядка.

Тематика исследований данной работы находится на стыке двух разделов качественной теории дифференциальных уравнений и систем, а именно: теории показателей Ляпунова и теории колеблемости. Характеристические показатели были введены А.М. Ляпуновым как инструмент для исследования устойчивости движения (в частности, для исследования условной устойчивости). Существенный вклад в развитие теории показателей Ляпунова внесли Б.Ф. Былов, Р.Э. Виноград, Д.М. Гробман, Б.П. Демидович, В.М. Миллионщиков, Н.А. Изобов, Н.Х. Розов, М.И. Рахимбердиев, И.Н. Сергеев, Е.А. Барабанов, С.Н. Попова, К.Е. Ширяев, А.С. Фурсов, А.Н. Ветохин, В.В. Быков, Ю.И. Дементьев и многие другие. В результате их исследований и благодаря разработанным ими методам теория показателей Ляпунова развилась в самостоятельную теорию. В настоящее время она является одним из важных разделов качественной теории дифференциальных уравнений, а ее методы применимы для решения многих прикладных задач.

Истоки проблематики колеблемости лежат в работах Ж. Штурма и А. Кнезера. Впоследствии этими вопросами занимались многие известные математики, такие как В.А. Кондратьев, И.Т. Кигурадзе, Т.А. Чантурия, А.Н. Левин, И.В. Асташова, А.Ю. Колесов, Н.Х. Розов и другие. Заметим, что перечисленных авторов в основном интересовали вопросы, связанные с наличием у заданного уравнения хотя бы одного колеблющегося решения, а также с описанием всего множества таких решений или каких-либо дополнительных

их свойств. Последнее время в результате бурного развития теории колебаний возник вопрос об определении аналогов показателей Ляпунова для описания колебательных свойств решений дифференциальных уравнений и систем.

Новое направление исследований в смежной области было задано в относительно недавних работах И.Н. Сергеева, определившего характеристические частоты решений ляпуновского типа и получившего целый ряд содержательных результатов для частот решений линейных однородных дифференциальных уравнений и систем. В частности, им было доказано, что спектр полных и векторных частот, а также показателей блуждаемости и блуждания для любой автономной системы совпадает с множеством модулей мнимых частей всех собственных значений задающего ее оператора (тогда как множество всех их действительных частей совпадает со спектром показателей Ляпунова). Для фиксированного уравнения второго порядка состоит ровно из одного числа (т.е. показатели колеблемости и блуждаемости всех его решений одинаковы), которое к тому же непрерывно зависит от коэффициентов уравнения (т.е. мало меняется при равномерно малых возмущениях коэффициентов уравнения).

Представленная диссертация М.Д. Лысака продолжает исследования в теоретически важных и практически актуальных задачах о нахождении точных границ спектров характеристик блуждаемости решений линейных однородных дифференциальных уравнений и систем.

Основное содержание диссертационной работы разбито на 4 главы, содержащие в общей сложности 21 раздел.

В первой главе получены точные границы спектров верхней и нижней скорости блуждания на классах полных, диагональных, треугольных двумерных систем (с ограниченными заданной константой коэффициентами), а также для систем, отвечающих линейным однородным дифференциальным уравнениям второго порядка (с ограниченными заданной константой коэффициентами).

Во второй главе получены оценки сверху спектра верхней скорости блуждания для класса линейных дифференциальных уравнений второго и третьего порядка при условии малости их коэффициентов.

В третьей главе исследованы спектры скорости блуждания и показателей блуждания и блуждаемости на решениях трехмерных систем специального вида. Установлены достаточные условия совпадения спектра показателей блуждания и блуждаемости с граничными значениями спектра скорости блуждания, а также условия совпадения показателя блуждаемости со скоростью блуждания и с показателем блуждания.

В четвертой главе получены спектры верхней и нижней скоростей блуждания на классах полных систем четной размерности (с ограниченными задан-

ной константой коэффициентами), а также диагональных систем произвольной размерности. Приведена оценка сверху спектра скорости блуждания на классе полных систем нечетной размерности (с ограниченными заданной константой коэффициентами), а также указан отрезок, принадлежащий этому спектру.

Сформулированные в диссертации результаты являются новыми. Их доказательства потребовали от ее автора не только высокой квалификации в исследуемой области, но и немалой изобретательности, направленной на построение дифференциальных уравнений и систем, множества решений которых обладают наперед заданными свойствами.

Среди недостатков диссертации следует отметить наличие некоторого количества опечаток и технических погрешностей, связанных с представлением формул. Сделаю, кроме того, два в большей степени пожелания, чем замечания: во-первых, ключевые результаты работы стоило бы проиллюстрировать на большем числе примеров; и, во-вторых, полезно было бы более подробно обсудить возможности численной оценки введенных в диссертации величин.

Перечисленные замечания никоим образом не сказываются на научной ценности полученных диссертантом результатов и общей положительной оценке самой диссертации.

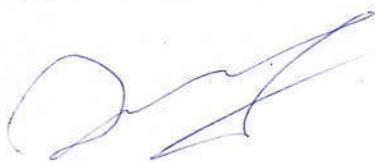
Описанные в работе методики и полученные в ходе данного исследования результаты могут применяться для изучения широкого класса задач качественной теории динамических систем, что свидетельствует о теоретической и практической значимости работы соискателя. Представленная М.Д. Лысаком диссертация является самостоятельным, законченным, актуальным научным исследованием, вносящим значительный вклад в теорию ляпуновских характеристик блуждаемости. Текст диссертации написан ясным математическим языком. Все полученные результаты четко сформулированы и сопровождаются строгими математическими доказательствами. Применяемый диссертантом математический аппарат – аналитические методы качественной теории дифференциальных уравнений.

Изложенные в работе результаты опубликованы в десяти печатных научных работах, в том числе в двух статьях из числа ведущих рецензируемых научных журналов, рекомендованных ВАК РФ. Основные положения исследования были представлены на всероссийской конференции с международным участием, а также научном семинаре по качественной теории дифференциальных уравнений механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Автореферат достаточно полно отражает структуру, содержание и основные положения диссертации, дает представление о рассматриваемых задачах, используемых методах исследования и полученных результатах.

Считаю, что диссертация «Некоторые свойства ляпуновских характеристик блуждаемости решений дифференциальных систем» соответствует требованиям п. 7 положения «О порядке присуждения ученых степеней», а ее автор Лысак Михаил Дмитриевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02,
профессор, заведующий кафедрой компьютерных сетей
факультета информатики и вычислительной техники
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный университет
им. П.Г. Демидова»



Глызин Сергей Дмитриевич

30 сентября 2016 г.

150003, г. Ярославль, ул. Советская, д.14. ЯрГУ,
кафедра компьютерных сетей факультета информатики и вычислительной
техники;
e-mail: glyzin@uniyar.ac.ru; тел. +7 (4852) 79-77-02



Подпись заверяю:
Начальник управления по работе
с персоналом

Р.И. Волкова