ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертационной работе
Шастина Владимира Алексеевича
«Геометрические свойства модулярных групп»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.04 — геометрия и топология

Диссертация В. А. Шастина посвящена группам классов отображений поверхностей (называемым также модулярными группами Тейхмюллера). Теория модулярных групп — интереснейший, активно развиваемый раздел современной математики, находящийся на пересечении топологии многообразий малой размерности, комбинаторной и геометрической теории групп, гиперболической геометрии. В топологии малых размерностей эта область входит в разряд центральных, будучи неразрывно сплетена и с теорией трехмерных многообразий, и с теорией узлов и зацеплений. Исследования, относящиеся к теории модулярных групп, затрагивают определенные области алгебраической геометрии, теории динамических систем, теории сложности вычислений, криптографии, топологической квантовой теории поля и т. д. Таким образом, тема рассматриваемой диссертации, несомненно, актуальна.

Диссертант развивает теорию модулярных групп по двум направлениям. Первое направление относится к изучению норм (функций сложности) и метрик на группах. Для групп классов отображений И. А. Дынниковым был введен специальный подкласс в классе так называемых «сжатых» норм и метрик, обладающий рядом замечательных свойств. В диссертации доказывается, что естественные отображения модулярной группы гиперболической поверхности в ее пространство Тейхмюллера в случае поверхностей с проколами и пустым краем дают квазиизометрии между метриками Дынникова на группе и (квазиизометричными между собой) метриками Тейхмюллера, Терстона и Липшица на толстой части пространства Тейхмюллера. Это — важный качественный результат, проливающий дополнительный свет как на геометрический смысл сжатых метрик Дынникова на группах классов отображений, так и на метрики Тейхмюллера, Терстона и Липшица на пространстве Тейхмюллера.

Второе направление диссертации относится к группам кос Артина (эти знаменитые группы изоморфны группам классов отображений проколотых дисков). Группы кос представляют особый интерес, их специальным изучением занимались Дж. Александер, Э. Артин, А. А. Марков, Дж. Бирман, А. М. Вершик, В. И. Арнольд, П. Делинь, У. Терстон и другие известные математики. В диссертации изучаются псевдохарактеры групп кос. Псевдо- и квазихарактеры групп (их называют также квазиморфизмами и квазигомоморфизмами) — это вещественнозначные функционалы на группах, в определенных свойствах схожие с гомоморфизмами. Псевдо- и квазихарактеры имеют непосредственное отношение к ограниченным когомологиям групп и в последние годы исследуются и применяются в теории групп и многочисленных примыкающих областях. Псевдохарактеры групп кос и групп классов отображений применимы в теории узлов и маломерной динамике.

Псевдохарактеры группы образуют линейное пространство. Пространство псевдохарактеров групп кос бесконечномерно, оно имеет интересную, сложную, малоизученную внутреннюю структуру. И. А. Дынников и В. А. Шастин достигли существенного продвижения в исследовании этой структуры. Один из комплексов возникающих здесь задач связан с исследованием свойств и отношений между двумя подпространствами псевдохарактеров (на настоящий момент, — единственными конструктивно описанными для групп кос), возникающих из классических сигнатур зацеплений и числа переноса Пуанкаре. Часть задач этого комплекса была сформулирована в моих работах о базовых свойствах пространства псевдохарактеров групп кос, — эти задачи касались описания пересечения указанных подпространств, возможности применения псевдохарактеров, возникающих из сигнатур, к распознаванию простых узлов и зацеплений и т. п. Представленные в диссертации результаты в значительной мере отвечают на эти и некоторые дополнительные вопросы. Полученные результаты представляются мне существенными, расширяющими имеющееся на данный момент видение в указанной области исследований. Более того, представляют самостоятельный интерес и используемые в работе методы и подходы, — по всей видимости, они позволят приблизиться к новым результатам о структуре пространства псевдохарактеров групп кос и свойствах псевдохарактеров, возникающих из числа переноса Пуанкаре и сигнатур.

Существенных замечаний к работе не имеется. Можно отметить ряд недочетов редакционного характера: опечатки (например, на стр. 24 работы в некоторых случаях кольцо $S^2_{0,0}$ обозначено через $S^0_{0,2}$, а проколотая сфера $S^0_{0,3}$ — через $S^0_{3,0}$, а на стр. 64 в п. 3 определения 3.1.1 f в правой части равенства следует читать как $m(f)$), неточности в описании исключительных случаев (например, во второй части утверждения 1.2.7 не оговаривается исключительный случай пары гомотопных кривых, а при описании центров групп кос на стр. 29 не оговаривается исключительный случай $n = 2$). Подобные незначительные недочеты не могут повлиять на значимость полученных в работе результатов и общую высокую оценку работы.

Отмечу, что подача материала в работе хорошо выстроена, ключевые идеи изложены подробно и ясно, доказательства всех новых результатов даны с исчерпывающей полнотой и тщательностью, позволяющей убедиться в их корректности. Результаты прошли многократную апробацию на семинарах и конференциях, включая международные. Основные научные результаты диссертации опубликованы в рецензируемых научных изданиях. Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации. Заимствованные материалы и результаты снабжены соответствующими ссылками.

Итак, диссертация В. А. Шастина представляет собой завершенную научно-исследовательскую работу на актуальную тему, в которой решен ряд задач, имеющих важное значение для теории модулярных групп, а также для топологии многообразий малой размерности и геометрической теории групп в целом. Представленные в диссертации научные результаты новы, они сопровождаются достоверными доказательствами. Результаты работы имеют мировой уровень. Характер результатов и доказательств демонстрирует, что диссертант мастерски владеет широким набором топологических, комбинаторных, геометрических и алгебраических методов.

Таким образом, работа В. А. Шастина отвечает критериям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Шастин Владимир Алексеевич, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология.

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник
ФГБУН Санкт-Петербургское отделение
математического института им. В.А. Стеклова
Российской академии наук

28 апреля 2016 г.

Малютин Андрей Валерьевич

Адрес: 191023, Санкт-Петербург, набережная реки Фонтанки, д. 27
Телефон: (812)312-40-58
Электронная почта: malyutin@pdmi.ras.ru

Подпись руки Малютина А.В.

УДОСТОВЕРЯЮ
Помощник директора
ПОМИ РАН ______ А.Н. Антонова
28 апреля 2016 г.