

## ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу Тарасова Павла Борисовича «Об условиях равномерности систем функций многозначной логики», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика

**Актуальность темы диссертации.** Работа П.Б.Тарасова относится к теории синтеза и сложности управляющих систем, являющейся одной из основных областей исследования в математической кибернетике, и касается вопросов формульной реализации функций многозначной логики. Функциональные системы многозначной логики используются для описания различных моделей функционирования сложных устройств, поэтому изучение многозначных логик является одним из центральных направлений исследований в этой области. Формульная реализация функций лежит в основе их синтеза в любом другом классе управляющих систем. Таким образом, тематика работы П.Б.Тарасова является актуальной и представляет большой научный интерес.

Наиболее привлекательными в плане эффективности формульных вычислений являются формулы, у которых подформулы, находящиеся на одинаковой глубине, имеют приблизительно одинаковый размер (такие формулы естественно называть сбалансированными). Характерной особенностью сбалансированных формул является то, что их глубина равна по порядку логарифму их сложности, где под сложностью формулы понимается число содержащихся в ней символов переменных. Поэтому существование для функций, реализуемых формулами над некоторой функциональной системой, реализующих эти функции сбалансированных формул над этой системой формализуется через понятие равномерности функциональных систем: функциональная система называется равномерной, если для любой функции, реализуемой формулами над этой системой, минимальная глубина ее формульной реализации не превосходит по порядку логарифма минимальной сложности ее формульной реализации над этой системой. Поскольку сбалансированные формулы допускают эффективное распараллеливание для вычисления их значений, исследования, связанные с равномерностью функциональных систем, приобрели особую актуальность в связи с современными потребностями в кластерных вычислениях.

Задача установления равномерности систем функций многозначной логики достаточно активно исследовалась ранее в научной литературе. В частности, данная задача была полностью решена для случая двузначной логики: установлено, что все конечные системы функций двузначной логики являются равномерными. Был также получен ряд результатов в решении данной задачи для случая функций  $k$ -значной логики при  $k > 2$ : с одной стороны, показано существование неравномерных конечных систем функций  $k$ -значной логики, с другой стороны, для большинства предполных классов функций  $k$ -значной логики установлена равномерность конечных систем функций, порождающих эти классы. Отметим, что задача установления равномерности систем функций  $k$ -значной логики при  $k > 2$  существенным образом усложняется в связи с отсутствием полного описания всех замкнутых классов функций  $k$ -значной логики. Поэтому естественным подходом к решению рассматриваемой задачи в данной ситуации является выработка эффективных критериев, позволяющих устанавливать равномерность для произвольной заданной системы функций  $k$ -значной логики. Основные результаты диссертации П.Б.Тарасова связаны с реализацией этого



подхода, заключающейся в получении как необходимых, так и достаточных условий равномерности таких систем.

**Содержание диссертации.** В диссертации П.Б.Тарасова получены нетривиальные условия равномерности конечных систем функций  $k$ -значной логики при  $k > 2$ , в частности, функций из некоторых предполных классов в  $P_k$  и функций из множества  $P_{k,2}$  всех функций  $k$ -значной логики, принимающих только значения 0 и 1. Диссертация состоит из введения и четырех глав.

Во введении дано краткое изложение содержания диссертации и даны базовые определения.

В главе 1 приводятся основные определения и обозначения, используемые в работе. В частности, определяются понятия равномерной и квази-равномерной систем функций, полиномиально эквивалентных систем функций, вспомогательные понятия проекции функций, главной и составной подформулы, внешней подформулы, мажоритарной функции. Вводится также частичный порядок на множестве  $E_k$  чисел от 0 до  $k-1$ , определяемый следующим образом:  $0 < 1$  и остальные элементы  $E_k$  являются несравнимыми, и определяются исследуемые далее в работе монотонные относительно данного частичного порядка функции из  $P_{k,2}$ .

В первом параграфе 2-й главы приведены базовые результаты, на которых основываются используемые в работе методы получения достаточных условий равномерности функциональных систем. В частности, показано, что система функций  $k$ -значной логики является равномерной, если формулами над этой системой можно реализовать мажоритарную функцию. Данный результат позволяет установить равномерность очень широкого класса конечных систем функций  $k$ -значной логики, в частности, из этого результата вытекает равномерность конечных систем функций, порождающих любой предполный класс в  $P_k$  при  $k < 8$ . Во втором параграфе 2-й главы приведен пример применения разработанных в диссертации методов доказательства равномерности функциональных систем для частного случая конечных систем функций из  $P_{k,2}$ , порождающих в своей проекции на  $P_2$  класс всех монотонных булевых функций. Показано, что все такие системы являются равномерными. В третьем параграфе 2-й главы на основе предложенных в диссертации методов получены эффективные достаточные условия равномерности для конечных систем функций произвольного вида и монотонных относительно введенного частичного порядка функций из  $P_{k,2}$ .

В главе 3 рассматривается ослабленное условие равномерности функциональных систем, которое называется в работе квази-равномерностью. Система называется квази-равномерной, если для любой функции, реализуемой формулами над этой системой, минимальная глубина ее формульной реализации не превосходит по порядку квадрата логарифма минимальной сложности ее формульной реализации над этой системой. Автором получен критерий квази-равномерности конечных систем монотонных относительно введенного частичного порядка функций из  $P_{k,2}$ . На основе полученного критерия предложен эффективный алгоритм проверки квази-равномерности таких систем.

В главе 4 приводится интересный пример двух порождающих один и тот же класс конечных систем функций из  $P_{3,2}$  таких, что одна из этих систем является равномерной, а другая система не является равномерной, тем самым получен пример систем функций трехзначной логики, не являющихся полиномиально эквивалентными.



В конце диссертации автор систематизирует основные результаты, полученные в работе.

Все основные результаты диссертации являются новыми и интересными и получены автором самостоятельно. При их получении автор преодолел ряд серьезных трудностей. Полученные результаты являются существенным продвижением в исследовании вопросов, касающихся соотношения между глубиной и сложностью формульных вычислений. Материал изложен в диссертации подробно и аккуратно, все основные результаты снабжены развернутыми доказательствами. В диссертации используются методы теории функциональных систем и теории синтеза управляющих систем. Результаты диссертации могут найти применение в дальнейших исследованиях по теории сложности управляющих систем, а также в исследованиях, связанных с параллельными вычислениями. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в работах автора. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа П.Б.Тарасова «Об условиях равномерности систем функций многозначной логики» отвечает современным требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель,  
доктор физико-математических наук

Р.М. Колпаков

Подпись Р.М. Колпакова удостоверяю

И.о. декана  
механико-математического  
факультета МГУ им. М.В.Ломоносова  
профессор



В.Н.Чубариков

12 января 2016 года