Отзыв

официального оппонента на диссертацию Тарасова Павла Борисовича
"Об условиях равномерности систем функций многозначной логики",
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика.

Диссертационная работа П.Б. Тарасова относится к одной из центральных областей дискретной математики и математической кибернетики – математической теории синтеза управляющих систем. Основной задачей синтеза управляющих систем является построение управляющей системы, которая реализует заданную функцию и является оптимальной относительно некоторой меры сложности. Класс формул над конечными системами (обычно называемыми базисами), реализующих функции k-значной логики ($k \geq 2$) – один из основных модельных классов управляющих систем. Наиболее часто используемыми мерами сложности для формул являются число символов переменных входящих в формулу (называемое сложностью формулы) и глубина. Сложность формулы можно интерпретировать как ее стоимость, а глубину – как время вычисления, при условии, что все вычисления можно производить параллельно. Очевидным способом построения оптимальной формулы является перебор, но, с точки зрения практики, такой метод бессмысленен в силу экспоненциального роста объема вычислений от числа переменных данной функции. Поэтому возникает важная задача построения формул, близких к оптимальным, без использования перебора. Большое число методов синтеза формул было разработано для конечных систем, состоящих из булевых функций. Для полных базисов асимптотически оптимальные методы синтеза формул (и некоторых других классов управляющих систем) были разработаны О.Б. Лупановым. Оценки глубины формул в полных базисах были получены в работах С.Б. Гашкова и С.А. Ложкина. В работах А.Б. Угольникова и А.Е. Андреева изучалась сложность и глубина формул как для случая неполных систем двузначной, так и k-значной ($k > 3$) логик. В последнее время все более актуальной становится проблема вычисления функций с помощью распараллеленных вычислений. Поскольку время распараллеленного вычисления формулы прямо пропорционально ее глубине, проблема минимизации таких вычислений сводится к задаче построения формулы, реализующую данную функцию и имеющую наименьшую возможную глубину. Если функцию f можно реализовать над конечной системой

A формулой глубины не более l, то несложно получить верхнюю оценку $L_A(f) \geq n^l$ сложности $L_A(f)$ реализации функции f формулами над A, где n максимальное число переменных у функций из A. Таким образом, глубина реализации функции формулами не может быть меньше по порядку логарифма сложности этой реализации. В случае, когда эта нижняя оценка достигается, говорят о равномерности системы A. Другими словами, конечная система функций A называется равномерной, если существуют такие константы c и d (зависящие только от A), что для любой функции f, реализуемой формулой над A, выполнено неравенство

$$L_A(f) \geq c \log_2 L_A(f) + d,$$

где $L_A(f)$ и $l_A(f)$ есть сложность и глубина реализации функции f формулами над A. Таким образом, равномерные системы функций A это системы, позволяющие оптимальным образом распараллеливать вычисление функций реализуемых формулами над этими системами. Вопросы, связанные с равномерностью конечных систем в P_2, изучались во многих работах. В. М. Храпченко и независимо Ф. Спира доказали равномерность всех конечных полных систем в P_2. Методы, разработанные для полных систем в P_2, нетрудно перенести на полные системы в P_k при $k > 2$, однако они существенно используют полноту систем. В 1983 году И. Вегенером была установлена равномерность всех конечных систем, порождающих класс всех монотонных булевых функций, а в 1987 году А.Б. Угольниковым установлена равномерность всех конечных систем булевых функций и приведены примеры неравномерных систем в P_3. Таким образом, вопрос о равномерности конечных систем булевых функций решен полностью, поэтому приобретает актуальность задача исследования равномерности систем P_k при $k > 2$. Данная задача является принципиально более сложной по сравнению с аналогичной задачей для булевых функций, в связи с тем, что для замкнутых классов в P_2 существует удобное описание, приведенное в работах Э. Поста, в то время как для замкнутых классов в P_k при $k > 2$ описание отсутствует, что связано с существованием принципиальных отличий многозначных логик от двухзначной, в частности, с континуальностью семейства всех замкнутых классов в P_k при $k > 2$ и отсутствием описания всех конечно-порожденных классов в P_k при $k > 2$. Ряд публикаций посвящен задаче о соотношении глубины и сложности формул над конечными системами функций, порождающими предполные классы в P_k при $k > 2$. Изучение данных классов облегчается существованием их полного предикатного описания, полученного в работах И. Розенберга. Согласно данному описанию, все предполные классы в P_k при $k > 2$ исчерпываются замкнутыми классами типов $\mathbb{O}, \mathbb{P}, \mathbb{L}, \mathbb{E}, \mathbb{C}, \mathbb{B}$.

Равномерность всех конечных систем, порождающих предполные классы типов $\mathbb{P}, \mathbb{L}, \mathbb{E}, \mathbb{B}$ и некоторых конечных систем, порождающих предполные классы типов $\mathbb{O}$ и была установлена Р.Ф.Сафином.

С задачей нахождения достаточных условий равномерности систем функций связана задача о сравнении базисов. Конечные системы функций A и B такие, что $[A] = [B]$, называются полиномиально эквивалентными, если существуют такие константы c_1 и c_2, что для любой функции $f \in A$ выполнены неравенства

$$L_A^{c_1}(f) \leq L_B f) \leq L_A^{c_2}(f).$$

Нетрудно доказать, что если системы A и B равномерны, то они являются полиномиально эквивалентными. Из упомянутых выше результатов А. Б. Угольникова следует, что все конечные системы булевых функций, порождающие один и тот же замкнутый класс, попарно полиномиально эквивалентны. Им же был приведен пример систем в P_4, не являющихся полиномиально эквивалентными.

Диссертационная работа П.Б. Тарасова "Об условиях равномерности систем функций многозначной логики" состоит из введения, пять глав и списка литературы.

Во введении обстоятельным образом перечислены результаты других авторов, которые предшествовали настоящему исследованию и описываются основные результаты диссертации.

В первой главе, введены основные понятия, которые используются в дальнейшем.

Во второй главе получены методы доказательства достаточных условий равномерности конечных систем функций многозначной логики.

Теорема 8.1. *Произвольная конечная система функций из $P_{k,s}$, проекция на P_s которой порождает мажоритарную функцию, равномерна.*

В качестве следствия из данного утверждения с использованием результатов работ Р.Ф. Сафина и С.С. Марченкова получены следующие теоремы:

Теорема 8.2. *Все конечные системы функций k-значной логики, порождающие предполные классы типа $\mathbb{C}$, равномерны при любом $k \geq 3$*

Теорема 8.3. *При $k \le 7$ все конечные системы функций, порождающие предполные классы k-значной логики, равномерны.*

Теорема 8.4. *Все конечные системы функций из $P_{k,2}$, проекция на P_2 которых не содержатся целиком ни в одном из множеств F_4^∞, F_8^∞, P_6, S_6, L_1 равномерны.*

Здесь же рассматриваются методы доказательства равномерности конечных систем функций из $P_{k,2}$, проекция которых порождает класс монотонных булевых функций. Используя эти методы показывается, что все такие системы являются равномерными. В заключении второй главы дается достаточное условие равномерности систем монотонных функций из $P_{k,2}$.

Наряду с понятием равномерности конечных систем функций k-значной логики П.Б. Тарасов рассматривает более слабый вариант этого свойства, который он называет квази-равномерностью. А именно, конечная система функций A называется квази-равномерной, если существуют такие константы c и d (зависящие только от A), что для любой функции f, реализуемой формулой над A, выполнено неравенство

$$L_A(f) \ge c \log_2^2 L_A(f) + d.$$

В третьей главе доказывается критерий квази-равномерности конечных монотонных систем в $P_{k,2}$, который позволяет алгоритмически устанавливать квази-равномерность подобных систем.

В четвертой главе приводится пример систем функций из $P_{3,2}$, порождающих один и тот же замкнутый класс, одна из которых является равномерной, а другая не является равномерной, из чего, в частности, следует, что эти системы не являются полиномиально эквивалентными. Таким образом, получен пример систем функций 3-значной логики, не являющихся полиномиально эквивалентными.

В пятой главе приведены все основные результаты данной работы и показано, каким образом эти результаты вытекают из утверждений, доказанных в предыдущих главах.

Результаты, полученные в диссертации, являются новыми, снабжены корректными доказательствами и, вне всякого сомнения, представляют значительный научный интерес. При этом Тарасов Павел Борисович показал хорошее владение методами дискретной математики, в том числе методами теории синтеза и сложности управляющих систем и теории функциональных систем.

К недостаткам работы можно отнести наличие некоторого количества опечаток, неизбежных при таком объеме диссертации.

Основное содержание диссертации опубликовано в открытой печати. Три работы автора по теме диссертации вышли в журналах, включенных в список ВАК.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Подводя итог, можно сделать вывод, что диссертация Тарасова Павла Борисовича "Об условиях равномерности систем функций многозначной логики" представляет из себя законченную научно квалификационную работу, в которой удалось получить решение важных задач математической кибернетики и теории управляющих систем.

Все сказанное выше позволяет сделать заключение, что диссертационная работа Тарасова Павла Борисовича удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 - дискретная математика и математическая кибернетика.

Официальный оппонент
кандидат физико-математический наук,
профессор –

Стеценко В.А.

Подпись В.А. Стеценко
УДОСТОВЕРЯЮ
Начальник
Управления делами Л.А. Шведова

Контактные данные
107140, город Москва, улица Краснопрудная, дом 14, кабинет 109
Телефон: +7 (985) 973-22-89
e-mail: stetsenko.vladimir@yandex.ru
web-сайт: http://мгпу.рф/staff/stetsenko-vladimir-alekseevich/