



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

Дубна, Московская область, Россия 141980

Dubna Moscow Region Russia 141980

Telefax: (7-495) 632-78-80

Tel.: (7-49621) 65-059

AT: 205493 WOLNA RU

E-mail: post@jinr.ru

http://www.jinr.ru

09 АВГ 2016

№ _____

на № _____

от _____

"ОТЗЫВ УТВЕРЖДАЮ"

Директор Объединенного института
ядерных исследований, академик РАН
В.А. Матвеев



ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию СТУКОПИНА Владимира Алексеевича "ЯНГИАНЫ СУПЕРАЛГЕБР ЛИ" на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Диссертация посвящена разработке теории янгианов Дринфельда супералгебр Ли классического типа. Янгианы простых супералгебр Ли были введены В.Г. Дринфельдом в середине 80-х годов 20 века, как попытка объяснить алгебраическую природу некоторых методов, используемых в математической и теоретической физике при исследовании точно решаемых моделей статистической механики и квантовой теории поля, в первую очередь алгебраического анзатца Бете и методов, развитых Р. Бакстером. В диссертации рассматривается задача суперсимметризации теории квантовых групп. Именно, строится суперсимметризация теории квантовых алгебр в важном частном случае теории янгианов - квантовых алгебр, связанных с рациональными решениями квантового уравнения Янга-Бакстера. Следует отметить, что в последнее время значительно увеличился интерес к квантовым супералгебрам и супергруппам, в связи с недавно обнаружившимися применениями этой теории в теории квантовых суперструн, именно, суперянгианы играют важную роль в AdS-гипотезе, связывающей квантовую теорию замкнутых суперструн и теорию калибровочных полей Янга-Миллса. В тоже время до настоящего момента не было попыток систематически строить теорию янгианов Дринфельда для супералгебр Ли. Поэтому задача построения такой теории является весьма актуальной в настоящее время.

Основные результаты диссертации связаны с вычислением универсальной R -матрицы квантового дубля янгиана. Понятие универсальной R -матрицы для почти кокоммутативной алгебры Хопфа было введено В.Г. Дринфельдом и является глубоко нетривиальной алгебраической структурой, из которой получаются такие важные конструкции алгебраического анзатца Бете как квантовый L -оператор и квантовая R -матрица. Задача вычисления универсальной R -матрицы для важных примеров бесконечномерных квазитреугольных алгебр Хопфа, в первую очередь для квантовых аффинных алгебр и янгианов, была поставлена в своё время В.Г. Дринфельдом. Впервые мультипликативные формулы для универсальной R -матрицы квантового дубля янгиана простой алгебры Ли были получены С.М. Хорошкиным и В.Н. Толстым. В диссертации продолжены эти исследования. Аналогичная формула получена для янгианов некоторых классов базисных и странной супералгебр Ли. Особенно хотелось бы выделить мультипликативную формулу для квантового дубля янгиана специальной линейной супералгебры Ли. Эта формула была получена первой и, вероятно, является наиболее важной для приложений в теоретической и математической физике.

Второй цикл результатов связан с исследованием конечномерных представлений янгианов супералгебр Ли. Здесь основной результат связан с теоремой о классификации конечномерных неприводимых представлений янгиана специальной линейной супералгебры Ли в терминах многочленов Дринфельда. Данная теорема является обобщением классических результатов В.О. Тарасова и В.Г. Дринфельда о классификации конечномерных неприводимых представлений янгианов простых алгебр Ли. Некоторым образом этот результат связан и с результатом В.Г. Каца о классификации конечномерных неприводимых представлений базисной супералгебры Ли.

В диссертации также сделана попытка в рамках подхода Дринфельда ввести скрученные янгианы как квантования скрученных супералгебр токов со значениями в базисной супералгебре. Подробно исследован случай скрученной супералгебры Ли со значениями в супералгебре $A(n, n)$ и специального автоморфизма. В этом случае скрученная супералгебра токов может быть наделена структурой биалгебры. В результате деформации такой бисупералгебры появляется янгиан странной супералгебры, введённый и исследованный впервые М.Л. Назаровым, но другими методами с использованием подхода, обычно называемого подходом Решетихина-Фаддеева-Тахтаджяна. В диссертации развит альтернативный подход к определению янгиана странной супералгебры Ли в рамках которого используются аналоги образующих Дринфельда.

В диссертации получены и результаты, относящиеся к квантовым аффинным алгебрам. Это, во-первых, мультипликативная формула для универсальной R -матрицы квантовой аффинной супералгебры $U_q(A^{(1)}(m, n))$, а, во-вторых, результаты о связи

янгиянов и квантовых аффинных супералгебр. Эти исследования имеют долгую историю и первые результаты здесь были получены С.М. Хорошкиным и В.Н. Толстым и независимо диссертантом в соавторстве с С.М. Левендорским и Я.С. Сойбельманом. В развитом второй группой авторов методе существенную роль играла конструкция квантовой аффинной группы Вейля, которая использовалась при построении векторов псевдовыпуклых базисов. Следует отметить, что впоследствии эти методы были развиты в работах Дж. Бека. После этого различные варианты формулы были получены многими авторами, например, интегральные формулы для универсальной R-матрицы были получены С.М. Хорошкиным и Дж. Дингом.

Работа состоит из введения, 6 глав, заключения, приложения и списка цитированной литературы, содержащего 278 наименований. Объем диссертации - 323 страницы.

Кратко остановимся на содержании диссертации. Во введение приведен обзор литературы, перечислены научные семинары и конференции на которых докладывались результаты диссертации и приведен список обозначений, используемый в тексте. Первая глава носит вводный характер и содержит вспомогательные результаты, относящиеся к супералгебрам и бисупералгебрам Ли, супералгебрам Хопфа, а также деформациям бисупералгебр Ли.

Вторая глава содержит конструкцию янгияна Дринфельда $Y(A(m, n))$ специальной линейной супералгебры Ли, а также описание янгияна $Y(A(m, n))$ в терминах аналогов новой системы образующих Дринфельда. Определены корневые образующие. Сформулирована и доказана теорема Пуанкаре-Биркгофа-Витта для $Y(A(m, n))$. Дана конструкция квантового дубля янгияна $Y(A(m, n))$. Основным результатом главы - доказательство мультипликативной формулы для универсальной R-матрицы квантового дубля янгияна $Y(A(m, n))$. В качестве следствия получена также формула для универсальной R-матрицы янгияна $Y(A(m, n))$.

Третья глава посвящена теории представлений янгияна специальной линейной супералгебры Ли. Основным результатом этой главы - теорема о классификации конечномерные непроектируемых представлений янгияна $Y(A(m, n))$. Помимо этого в главе содержится теорема о классификации конечномерные непроектируемых представлений янгияна $Y(A(n, n))$.

Четвертая глава посвящена янгиянам базисных супералгебр Ли и повторяет по структуре главу 2. Основным объектом, исследуемым в этой главе, янгиян ортосимплектической супералгебры Ли. Основное внимание уделено янгиянам серий $D(m, n)$ и $B(m, n)$. Янгияны этих супералгебр Ли определены в терминах аналогов новой системы образующих Дринфельда. Для них сформулирована и доказана теорема Пуанкаре-Биркгофа-Витта. Описан янгиянный дубль и получены мультипликативные формулы для уни-

версальных R-матриц.

В пятой главе исследован янгиан $Y(Q_n)$ странной супералгебры Ли. Янгиан странной супералгебры Ли был ранее определен М. Назаровым, с использованием образующих, являющихся матричными элементами трансфер-матриц и соотношений, задаваемых в терминах квантовой K-матрицы. В диссертации развивается альтернативный подход при котором янгиан странной алгебры Ли описывается в терминах аналогов образующих и соотношений Дринфельда. В целом структура главы совпадает со структурой глав 2 и 4. Главные результаты главы - конструкция квантового дубля янгиана странной супералгебры Ли и мультипликативная формула для универсальной R-матрицы квантового дубля янгиана странной супералгебры Ли.

В шестой главе исследуются квантовые аффинные алгебры и супералгебры, именно, $U_q(A_n^{(1)})$ и $U_q(A^{(1)}(m, n))$. Содержание главы распадается на две части. Первая часть посвящена получению мультипликативной формулы универсальной R-матрицы $U_q(A_n^{(1)})$, а во второй части построен изоморфизм между пополнением квантового дубля янгиана специальной линейной супералгебры Ли и факторалгеброй $U_q(A^{(1)}(m, n))$ по центру.

В приложении рассмотрена общая конструкция скрученного янгиана Дринфельда, обобщающая конструкцию главы 5 янгиана странной супералгебры Ли.

Диссертация является цельным научным исследованием. Принципиальных возражений по содержанию и изложению нет.

Отметим также недостатки, не являющиеся принципиальными. Есть отличие в обозначении супералгебры Ли $A(m, n)$ в главе 2 от общепринятого. В соответствии с общепринятым обозначением следовало бы писать $A(n, m)$. В главе 5 странная супералгебра обозначается в начале главы как Q_n , а потом появляется как Q_{n-1} . В главе 2 для супералгебры Ли $A(m, n)$ используется матрица Картана A для выделенной системы корней, для симметризованной матрицы Картана используется обозначение A^{sym} , а в главе 3 буквой A обозначается симметризованная матрица Картана. Это, правда, оговаривается, но, вероятно, удобнее для читателя было бы использование одного обозначения. Буква τ используется в главах 1,2 для обозначения индексов нечётных корней, а в главе 4 для этой же цели используется значок $I(\tau)$, а буква τ уже используется для обозначения самих нечётных корней. Есть и другие мелкие замечания, не отражающиеся на положительной оценке работы.

На основе вышеизложенного считаю, что диссертация является законченным научным исследованием, в котором построены основы теории янгианов Дринфельда супералгебр Ли классического типа.

Результаты, полученные в диссертации, были доложены 25 ноября 2015 года на семинаре отдела "Современной математической физики" Лаборатории теоретической

физики им. Н.Н.Боголюбова Объединенного института ядерных исследований и получили высокую оценку.

Диссертационная работа Стукопина Владимира Алексеевича "Янгианы супералгебр Ли", представленная на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 (математическая логика, алгебра и теория чисел), соответствует требованиям пункта 9 "Положения о порядке присуждения учёных степеней" ВАК РФ к докторским диссертациям, а автор диссертации заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук.

Отзыв составил в.н.с. ЛТФ ОИЯИ д.ф.-м.н. С.З.Пакуляк

Контактная информация

Адрес: 141980, Дубна, Московская область, ул. Жолио-Кюри 6, ОИЯИ

Телефоны: +7(496)2165089 +7(916)3047673

Электронная почта: stanislav.pakuliak@jinr.ru

