

ФАНО РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
**ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНЫХ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ
КАРЕЛЬСКОГО НАУЧНОГО ЦЕНТРА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИПМИ КарНЦ РАН)**

185910, г. Петрозаводск, ул. Пушкинская, д. 11
Тел. (814-2)78-11-08, тел./факс (814-2)76-63-13
E-mail: math@krc.karelia.ru
ОКПО 24791242, ОГРН 1021000533278
ИНН/КПП 1001041442/100101001

27.04.2016 № 17447-2115/16
На № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Федерального
государственного бюджетного
учреждения науки

Института прикладных математических
исследований Карельского научного
центра Российской Академии Наук,
доктор физико-математических наук,
профессор



Мазалов

В.В. Мазалов

«27» апреля 2016 года

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

ФГБУН Институт прикладных математических исследований

Карельского научного центра РАН на диссертацию

Хиль Елены Викторовны «Распределения функционалов от
совокупностей локальных максимумов в последовательностях
случайных величин», представленную к защите на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика

Диссертация посвящена исследованию свойств последовательностей случайных величин, имеющих непрерывные распределения вероятностей. Главное внимание уделено свойствам, связанным с локальными максимумами последовательностей и промежутками между ними. Актуальность темы определяется тем, что изучение структуры последовательностей случайных величин является одним из важнейших направлений развития современной теории вероятностей, при этом получаемые результаты находят многочисленные применения как в самой теории, так и при решении разнообразных прикладных задач.

Целями работы объявлены:

- исследование структурных свойств последовательностей случайных величин в терминах расстояний между моментами появления локальных максимумов;
- изучение возможности использования этих характеристик для проверки гипотез о вероятностной структуре исходной последовательности.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, который включает 43 наименования. Общий объем составляет 98 страниц.

Во введении дан обзор литературы по рассматриваемой тематике, сформулированы цели исследования, перечисляются полученные основные результаты и приводится краткое описание содержания диссертации.

В первой главе изучаются последовательности локальных максимумов и расстояний между ними для независимых случайных величин, имеющих одно и то же непрерывное распределение, при этом основное внимание уделено равномерному распределению на отрезке $[0, 1]$. Найдены совместные распределения моментов появления локальных максимумов и длин промежутков между ними. Показана возможность обобщения таких результатов на случай перестановочных случайных величин. Доказано, что последовательность пар моментов появления максимумов и длин промежутков образует цепь Маркова и найдена переходная плотность этой цепи.

Во второй главе рассматривается структура последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин, в частности, структура «оврага» (убывающий участок перед возрастающим). Исследовано асимптотическое поведение промежутка между соседними локальными максимумами при условии неограниченного роста его длины. Показано, что событие $\{ \lambda = 3 \}$, где λ - длина промежутка, является рекуррентным. Рассмотрены количество локальных максимумов и количества расстояний заданных длин между соседними локальными максимумами. Доказана асимптотическая нормальность совместных распределений этих характеристик. На основании полученных результатов предложен статистический критерий проверки гипотезы о том, что исходная последовательность образована перестановочными случайными величинами.

В третьей главе подобные задачи решаются для некоторых последовательностей случайных величин, не являющихся перестановочными. Это последовательности скользящих и взвешенных сумм, а также случайных величин с разными распределениями. Найдены вероятности появления локальных максимумов и распределение расстояний между ними. Предложенный в главе 2 статистический критерий дополнен соответствующей альтернативой.

В заключении приводятся краткий список основных полученных результатов и возможные направления дальнейших исследований.

Основные результаты диссертации являются новыми. Работа носит теоретический характер. Полученные выводы и использованные подходы к их доказательствам могут быть полезны при исследовании различных свойств последовательностей случайных величин, в частности, в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, в Математическом институте РАН им. В.А. Стеклова, в Институте прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН. Кроме того, они могут использоваться в учебном процессе университетов при подготовке студентов математических специальностей. Практическая ценность работы заключается в возможности применения полученных результатов при статистической обработке наблюдений с неполной информацией (содержащей только отношения «больше-меньше») и при тестировании датчиков случайных чисел, от которых требуется независимость последовательных реализаций.

Основными методами исследования в диссертации служат аналитические, асимптотические и комбинаторные методы теории вероятностей. Отметим здесь многократно использованную возможность перехода от независимых случайных величин к перестановочным, что позволяет упростить доказательства и выразить результаты в более обозримом виде. Диссертация написана очень хорошим языком и тщательно отредактирована. Доказательства теорем и утверждений изложены подробно и математически строго, поэтому их справедливость не вызывает сомнений. Во многих случаях приведены подробные обоснования выбора методов исследования и комментарии, позволяющие читателю легче понимать материал. Все это говорит о том, что автор, Е.В. Хиль, глубоко понимает рассматриваемую проблему, а не ограничивается только формализованным изложением.

Результаты диссертации опубликованы в 8 печатных работах, в том числе в двух статьях в журнале «Теория вероятностей и ее применения», входящем в списки ВАК и Web of science. Они прошли апробацию на многих международных и всероссийских конференциях. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

По мере чтения работы возникли следующие замечания.

1. Во введении при описании содержания работы сказано, что во второй главе изучается структура последовательности независимых случайных величин с

выделенными локальными максимумами, но не уточняется, какие из них выделены и почему.

2. Хотелось бы видеть чуть более подробное изложение конца доказательства теоремы 1, в частности, указание на то, чем является множество D и почему бесконечная последовательность ξ^+ , определенная в начале доказательства, в конце стала конечным множеством.
3. В формулировке Следствия 1 появился термин «граничные пики», который используется и дальше. Ясно, что это синоним введенных ранее соседних локальных максимумов, но об этом стоило бы сказать явно.
4. Вывод на стр. 36 о том, что условная вероятность $\mathbf{P}\{\lambda_j = k \mid \lambda_{j-1} = l\}$ асимптотически больше безусловной вероятности в $k/12$ раз не совсем точен. Это верно, если $l \rightarrow \infty$ примерно с такой же скоростью, что и k . Если длины соседних участков так себя и ведут, то стоило бы дать соответствующий комментарий. Возможно, однако, что стоило бы обсудить и другие соотношения между скоростями.
5. На стр. 53 вместо определения рекуррентного события приводится определение рекуррентного свойства по В. Феллеру, что, строго говоря, не совсем одно и то же. Это замечание относится только к языку изложения и не влияет на суть вопроса. Из содержания п. 2.2 осталось не совсем ясно, может ли автор что-нибудь сказать о возможности существования других, кроме $\{\lambda = 3\}$, рекуррентных событий рассматриваемых последовательностей.
6. В начале п. 2.3.1 при определении $N_k(T)$ пропущен знак суммы Σ .
7. В конце заключения предложены два направления дальнейших исследований. Первое из них связано с очевидной возможностью распространения предложенных подходов на другие классы последовательностей. Понятно, что таких задач может быть очень много. Поэтому возникает вопрос о целесообразности доказательства большого числа новых, но однотипных теорем, ведь Е.В. Хиль своей диссертацией уже доказала, что может решать подобные задачи на самом высоком уровне. Другое дело, что эта идея может служить неисчерпаемым источником задач, которых она сможет поставить перед своими будущими учениками для написания курсовых и дипломных работ, магистерских и кандидатских диссертаций. А вот второе направление – исследование последовательностей дискретных случайных величин представляется очень важным и интересным и хочется пожелать диссертанту будущих успехов именно здесь.

Очевидно, что перечисленные замечания незначительны и не влияют на высокую оценку работы. Диссертация является завершенным научным исследованием и содержит решение ряда задач о структуре последовательностей случайных величин, имеющих значение для развития современной теории вероятностей. Она полностью соответствует требованиям п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24.09. 2013 г., предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Елена Викторовна Хиль, заслуживает присуждения искомой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Отзыв рассмотрен и одобрен на заседании лаборатории теории вероятностей и компьютерной статистики Института прикладных математических исследований КарНЦ РАН *27* апреля 2016 года (протокол заседания № 1).

Главный научный сотрудник, руководитель
лаборатории теории вероятностей и компьютерной
статистики ИПМИ КарНЦ РАН, доктор
физико-математических наук, профессор
(специальность 01.01.05)
тел. 88142781218, e-mail: pavlov@krc.karelia.ru

Ю.Л. Павлов

Подпись Ю.Л. Павлова заверяю,
старший специалист по кадрам и
делопроизводству



Е.С. Петрова