

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации

ХИЛЬ ЕЛЕНА ВИКТОРОВНА

«Распределения функционалов от совокупностей локальных максимумов в последовательностях случайных величин»,

представленной на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук по специальности

01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика

Рассматриваемая в диссертационной работе Хиль Е. В. «Распределения функционалов от совокупностей локальных максимумов в последовательностях случайных величин» задача относится к задачам о вероятностных характеристиках случайных последовательностей – исследованию «локальных» свойств их распределений в терминах максимумов, минимумов и т.д. Интерес представляют как точные значения, так и предельное поведение этих характеристик. Исследования в данной области в настоящее время интенсивно развиваются, что прежде всего обусловлено появлением так называемых «больших данных», которые требуют новых методов и алгоритмов для более быстрого, качественного и менее трудоемкого анализа (см., например, работу Crescenzi P. (2003)). Это обуславливает актуальность работы.

В диссертации изучаются распределения случайных величин, определяемых локальными максимумами в последовательности случайных величин с абсолютно непрерывным распределением, а именно, распределения чисел появлений максимумов, расстояний между соседними максимумами, чисел расстояний заданной длины между максимумами и т.д. Сложность рассматриваемых задач обусловлена тем, что для каждого класса случайных последовательностей требуется свой метод исследования. Изучению точных характеристик этих случайных величин посвящены работы Зубкова А.М. и Шуваева Д.В. (2005), Кузнецова А.Г, Пак И.М. и Постникова А.Е. (1994) и др. Задача об их предельном поведении тесно связана с классической задачей об асимптотической нормальности для сумм зависимых случайных величин. Данная проблематика в настоящее время активно исследуется как в России, так и за рубежом, о чем говорит обширный список литературы, приведенный в диссертации (см., например, работы Бернштейн С.Н. (1944), Cocks W.J. (1972), Diananda P.N. (1955) и др. из списка литературы).

В диссертационной работе при доказательстве ряда утверждений используется способ, основанный на связи распределения последовательности случайных величин, значения которых зависят только от отношений порядка, и случайными перестановками. Этот прием

позволяет существенно упростить доказательства ряда утверждений и использовать известные свойства случайных перестановок для последовательностей случайных величин, являющихся перестановочными (см. работу Szpiro G.G.).

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, содержащего 43 наименования.

В главе 1 проведено исследование свойств последовательности из независимых одинаково распределенных случайных величин $\{\xi_n\}$ с абсолютно непрерывным распределением в терминах локальных максимумов, расстояний между ними $\{\lambda_j\}$ и моментов их появления $\{\tau_j\}$. Показано, что последовательность $(\lambda_j, \xi_{\tau_j})$ образует однородную марковскую цепь (теорема 1). Проведено исследование свойств цепи $(\lambda_j, \xi_{\tau_j})$, в частности, для нее найдены плотности вероятностей переходов в случае, когда наблюдаемая последовательность состоит из равномерно распределенных на $[0,1]$ случайных величин $\{\xi_n\}$ (теорема 2), а также получено совместное распределение длин соседних промежутков $\{\lambda_j\}$ между максимумами (теорема 3). Для равномерного распределения автору удастся выписать все указанные вероятности в явном виде. Это позволяет исследовать и асимптотические свойства их распределений. Автором также проведено исследование свойств цепи в случае, когда наблюдаемые случайные величины $\{\xi_n\}$ имеют абсолютно непрерывное распределение, отличное от равномерного. Получен ряд интересных свойств для условных распределений максимумов.

В главе 2 для последовательности $\{\xi_n\}$ из независимых одинаково распределенных случайных величин с абсолютно непрерывным распределением исследована структура цепочки специального вида (так называемого «оврага»), состоящей из убывающего и возрастающего участков последовательности случайных величин $\{\xi_n\}$. В случае, когда длина «оврага» стремится к бесконечности, найдена неслучайная функция специального вида, которая аппроксимирует его «глубину». Данный результат сначала получен для случайных величин $\{\xi_n\}$ с равномерным на $[0,1]$ распределением (теоремы 4,5), а затем перенесен на последовательности с произвольным абсолютно непрерывным распределением (следствие 3). Во второй главе также получена многомерная нормальная предельная теорема для вектора, компоненты которого равны числам появившихся локальных максимумов и расстояний заданной (фиксированной) длины между ними (теорема 7 и ее частный случай – теорема 8).

В главе 3 проведено исследование аналогичных характеристик для последовательностей случайных величин $\{\xi_n\}$ с абсолютно непрерывным распределением, не обладающих свойством перестановочности. Доказана многомерная центральная предельная теорема, аналогичная теореме 6, для чисел появлений локальных максимумов и чисел расстояний заданных длин между ними в последовательности, образованной скользящими суммами случайных величин (теорема 9). Кроме того, изучены свойства локальных максимумов и связанных с ними характеристик для нескольких типов последовательностей случайных величин, не являющихся перестановочными.

Основными результатами диссертации являются:

- 1) явные формулы для совместных распределений соседних локальных максимумов и длин промежутков между ними в последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин, являющихся перестановочными;
- 2) исследование структуры «оврага» – промежутка между соседними локальными максимумами при условии, что длина этого промежутка стремится к бесконечности;
- 3) многомерная центральная предельная теорема для чисел появлений максимумов и чисел расстояний заданных длин между ними;
- 4) исследование аналогичных характеристик для нескольких типов последовательностей, распределение которых отличается от указанного в п. 1;
- 5) статистический критерий для проверки гипотез о свойствах распределения наблюдаемых случайных величин.

Все основные результаты диссертации являются новыми.

Язык изложения математически строгий, все полученные автором результаты снабжены четкими математическими доказательствами.

Основные результаты диссертации носят теоретический характер. Они могут быть использованы в дальнейшем при решении задач, связанных с поведением локальных характеристик случайных последовательностей. В то же время полученные результаты могут быть использованы при разработке методов статистического анализа случайных последовательностей. В частности, автор говорит об одном таком способе в разделе 2.3.3. Это определяет теоретическую ценность и практическую значимость работы.

Результаты работы своевременно и в полном объеме опубликованы в 8 работах, из которых 2 работы – в ведущих научных журналах из списка, рекомендованного ВАК. Основные результаты диссертационной работы были представлены на научных семинарах и конференциях.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

По диссертации имеется ряд замечаний:

1) В условиях некоторых теорем не указано, о какой именно последовательности случайных величин идет речь: с равномерным распределением или с любым абсолютно непрерывным распределением (теорема 7, следствие 4 из раздела 1.4.5).

2) Вопрос о применении полученных результатов для построения статистических критериев недостаточно изучен автором. Кстати, ввиду оригинальности подхода и большой практической значимости он требует дальнейшего подробного исследования.

3) Имеются небольшие погрешности в наборе утверждений и списка литературы. Например, в теореме 7 элемент ковариационной матрицы $c_{11} = 2 / 45$, а в теореме 8, которая является частным случаем теоремы 7, приведено другое значение. Не закончена формулировка следствия 3 в разделе 1.4.1.

Приведенные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы и на научную значимость полученных результатов.

Считаю, что диссертационная работа Хиль Е. В. «Распределения функционалов от совокупностей локальных максимумов в последовательностях случайных величин» соответствует всем требованиям «Положения о присуждении научных степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор Хиль Е.В. заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика.

Официальный оппонент:

Меженная Наталья Михайловна

 12.05.2016

кандидат физико-математических наук (специальность 01.01.05),
доцент кафедры «Прикладная математика» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана»

Почтовый адрес: 105005, г. Москва, 2-ая Бауманская ул., д.5, стр. 1

Телефон: +7(499)2636326

Адрес электронной почты: natalia.mezhennaya@gmail.com

