

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор Института математики  
НАН Беларуси  
академик



И.В. Гайшун

«16» мая 2016 г.

### ОТЗЫВ

*ведущей организации*

*на диссертацию Миценко Вадима Валериевича*

*«О характеристиках блуждаемости и колеблемости ляпуновского типа  
решений дифференциальных систем»*

*на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление*

В диссертации В.В. Миценко изучаются частоты колебаний проекций решений линейных однородных дифференциальных систем на всевозможные прямые, проходящие через начало координат, а также минимизация скорости блуждания (временного среднего скорости движения следа, который вектор решения линейных однородной дифференциальной системы оставляет на единичной сфере за определенный промежуток времени) по всем преобразованиям координат. Основным объектом исследования в работе служат спектры характеристик блуждаемости и колеблемости на множестве решений линейных однородных уравнений второго и более высоких порядков (с ограниченными коэффициентами), а также диагональных и треугольных линейных систем произвольной размерности (с ограниченными коэффициентами).

Идея качественного описания устойчивости решений дифференциального уравнения и системы путем введения на множестве всех предполагаемых решений специальных функционалов восходит к работам А.М. Ляпунова. Введенные им показатели, впоследствии названные его именем, открыли целое направление в качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Оказалось, что, с определенной точки зрения, свойство колеблемости решений дифференциальных уравнений также поддается качественному описанию с помощью функционалов ляпуновского типа. Так, благодаря работам И.Н. Сергеева, в качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений была намечена новая область, в которой методы теории показателей Ляпунова были приложены к теории колебаний. Введенные функционалы на пространстве решений диффе-

ренциальной системы позволили количественно различать колеблющиеся проекции решения на прямые (проходящие через начало координат) по среднему числу их нулей на числовой полуоси.

Несмотря на большое число работ по указанной тематике, оставалась недостаточно исследованной задача об установлении точных границ спектров изучаемых характеристик на множестве решений линейных однородных уравнений и систем с ограниченными коэффициентами. Также оставался открытым вопрос о близости характеристик блуждаемости к нулю для решений систем, отвечающих линейным уравнениям произвольного порядка, при условии малости коэффициентов этого уравнения. Данная диссертация представляет собой важное продвижение в данном актуальном теоретическом вопросе. Исследование в ней ведется по следующим основным направлениям:

- 1) установление точных границы спектров характеристик блуждаемости и колеблемости на множестве решений линейных однородных уравнений и систем с ограниченными коэффициентами;
- 2) исследование возможных спектров скорости блуждания линейной системы, отвечающей ограниченному линейному однородному дифференциальному уравнению второго порядка с ограниченными коэффициентами;
- 3) исследование близости характеристик блуждаемости к нулю для решений систем, отвечающих линейным уравнениям произвольного порядка, при условии малости коэффициентов этого уравнения.

Основным достижением диссертации в первом направлении следует признать нахождение точных границ спектров показателей блуждания и блуждаемости и всех характеристик колеблемости в классах диагональных и треугольных ограниченных линейных однородных дифференциальных систем произвольной размерности, а также в классе систем, отвечающих ограниченным линейным однородным дифференциальным уравнениям второго порядка.

Исследование по второму направлению диссертационной работы привело к следующему результату: доказано существование линейной системы, отвечающей линейному однородному дифференциальному уравнению второго порядка с ограниченными коэффициентами, спектр скорости блуждания которой содержит отрезок числовой прямой.

В третьем направлении диссертации установлен факт стремления к нулю верхних границ спектров показателей блуждания и блуждаемости решений систем, отвечающих линейным однородным дифференциальным уравнениям произвольного порядка, при стремлении к нулю их коэффициентов.

Основное содержание диссертации опубликовано в ведущих рецензируемых математических журналах, причем две печатные работы — в журналах из перечня ВАК. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Текст диссертации написан достаточно подробно и ясно. Работа является законченным систематическим исследованием, вносящим весомый вклад в теорию ляпуновских характеристик блуждаемости и колеблемости. Все результаты диссер-

тационной работы являются новыми, строго доказанными, а сама диссертация является законченной научной работой. Применяемый диссертантом математический аппарат — аналитические методы качественной теории дифференциальных уравнений.

Результаты диссертации являются новыми и могут быть использованы специалистами по дифференциальным уравнениям, работающими в МГУ, МИРАН, Институте математики НАН Беларуси, Белгосуниверситете, СПбГУ, УдГУ, КазНУ, а также в других российских и зарубежных научных и педагогических центрах. Они прошли апробацию на всероссийской конференции с международным участием, а также на научных семинарах по качественной теории дифференциальных уравнений механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Диссертация В.В. Миценко «О характеристиках блуждаемости и колеблемости ляпуновского типа решений дифференциальных систем» удовлетворяет всем требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» Минобрнауки РФ, а ее автор Миценко Вадим Валериевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании Отдела дифференциальных уравнений Института математики НАН Беларуси 16 мая 2016 г., протокол № 03(166)/16.

Главный научный сотрудник  
отдела дифференциальных  
уравнений, академик НАН Беларуси,  
доктор физ.-мат. наук, профессор  
*01.01.02, izobov@im.bas-net.by*

Н.А. Изобов

Заведующий отделом  
дифференциальных уравнений,  
доктор физ.-мат. наук, профессор

Е.К. Макаров

Подписи Н.А. Изобова и Е.К. Макарова заверяю.

Ученый секретарь  
Института математики  
НАН Беларуси,  
кандидат физ.-мат. наук  
телефон: +375(017)284-17-84,  
220072, Республика Беларусь,  
г. Минск, ул. Сурганова, 11.



В.В. Лепин