

## ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Ветохина Александра Николаевича «Метод неординарных семейств в теории бэровских классов показателей Ляпунова», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Специальность 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Одной из фундаментальных проблем качественной теории дифференциальных уравнений является исследование свойств ляпуновских инвариантов в зависимости от параметров, определяющих структуру самих дифференциальных уравнений.

Еще Перроном было установлено, что сами показатели Ляпунова не являются непрерывными функциями на пространстве линейных систем с равномерной метрикой на полупрямой. Поэтому естественно возникает вопрос насколько «плохими» могут быть эти функции.

Начиная с 1980 года В.М. Миллионщиковым и его учениками были получены оценки сверху для номеров бэровских классов целого ряда ляпуновских инвариантов. В результате возник естественный вопрос о неулучшаемости полученных результатов, т.е. об адекватных оценках для тех же номеров бэровских классов снизу.

Первой работой в указанном направлении была, по всей видимости, работа М.И. Рахимбердиева, в которой с помощью довольно тонких построений установлено, что показатели Ляпунова не принадлежат первому классу Бэра на пространстве линейных однородных систем с равномерной (а тем более и с компактно-открытой) топологией.

В дальнейшем, с помощью аналогичных построений, другими авторами была доказана непринадлежность первому классу Бэра еще некоторых ляпуновских инвариантов на пространстве линейных систем с равномерной топологией или с компактно-открытой топологией. Методы же доказательства непринадлежности показателей второму, третьему и т.д. классам Бэра некоторое время оставались неизвестными.

В диссертации установлены необходимые (просто проверяемые) условия принадлежности ляпуновских инвариантов первому классу Бэра на пространстве линейных систем с равномерной и с компактно-открытой топологиями. При помощи этих условий удалось доказать, что наименьшие полунепрерывные сверху мажоранты показателей Ляпунова, рассматриваемые как функционалы на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией не принадлежат первому классу Бэра (доказательство принадлежности второму классу Бэра было проведено проф. И.Н. Сергеевым). Это окончательно решило задачу В.М. Миллионщикова о нахождении наименьшего класса Бэра, которому принадлежат мажоранты показателей Ляпунова.

В диссертации установлено, что максимальная полунепрерывная снизу миноранта показателя Ляпунова на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией не принадлежит второму классу Бэра (доказательство принадлежности третьему классу Бэра для трехмерного случая было проведено проф. И. Н. Сергеевым, а для произвольного случая В.В. Быковым и Е.Е. Саловым). Это окончательно решило задачу В.М. Миллионщикова о нахождении наименьшего класса Бэра, которому принадлежат миноранты показателей Ляпунова.

Для исследования стохастической устойчивости показателей Ляпунова линейных систем В.М. Миллионщиков ввел верхние и нижние вспомогательные показатели,

старшие из которых совпадают с верхним центральным показателем, а младшие с нижним центральным показателем, введенными Р.Э. Виноградом. Тогда же В.М. Миллионщиков предположил, что промежуточный верхний и соответствующий ему нижний вспомогательный показатели совпадают.

В диссертации установлена непринадлежность промежуточных верхних вспомогательных показателей третьему классу Бэра на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией.

Нижние вспомогательные показатели принадлежат третьему классу Бэра (результат В.Г. Феклина), и в диссертации доказано, что не принадлежат второму классу Бэра на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией. Отсюда, кстати попутно, вытекает, что никакие промежуточные верхние и нижние вспомогательные показатели не могут полностью совпадать друг с другом.

Отметим, что в диссертации также установлены точные классы Бэра других ляпуновских инвариантов.

Результаты диссертации прошли многочисленную апробацию, они неоднократно докладывались на международных конференциях и были опубликованы в журналах из перечня ВАК.

Все полученные в диссертации результаты являются новыми и строго доказанными.

Основываясь на автореферате, считаю, что диссертационная работа Александра Николаевича Ветохина «Метод неординарных семейств в теории бэровских классов показателей Ляпунова», представленная на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, является крупным научным достижением в области качественной теории дифференциальных уравнений. Считаю, что диссертационная работа «Метод неординарных семейств в теории бэровских классов показателей Ляпунова» удовлетворяет всем требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор Ветохин Александр Николаевич без сомнения заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Профессор кафедры нелинейных динамических систем и процессов управления факультета ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, д. ф.-м. н. (01.01.02), профессор, ([fursov@cs.msu.ru](mailto:fursov@cs.msu.ru)).

22 сентября 2016

А.С. Фурсов

Подпись А.С. Фурсова заверяю

