

## ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации А. Н. Ветохина  
*Метод неординарных семейств в теории бэрровских классов показателей Ляпунова,*

представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 (дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление)

Качественная теория дифференциальных уравнений, к которой относится теория показателей Ляпунова, является динамично развивающейся областью математики. А вопросы устойчивости решений дифференциальных уравнений, для решения которых и были открыты Ляпуновым, носящие его имя показатели, имеют к тому же и большое практическое значение: ведь этому учат всех инженеров. Поэтому актуальность тематики диссертации Ветохина вне всяких сомнений.

Диссертация Ветохина состоит из пяти глав.

В первой главе диссертации выделены простые препятствия принадлежности первому классу Бэра на пространстве линейных систем с компактно-открытой и равномерной топологией, с помощью которых во второй главе диссертации доказано, что минимальная полунепрерывная сверху мажоранта  $k$ -го показателя Ляпунова на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией не принадлежит первому классу Бэра. С другой стороны для любого семейства непрерывно зависящего от любого метрического параметра доказана принадлежность всех показателей ляпуновского типа ко второму классу Бэра.

Вторая глава диссертации Ветохина посвящена Бэровской классификации мажорант и минорант показателей Ляпунова. Кроме упомянутого выше результата о мажорантах, во второй главе доказано, что максимальная полунепрерывная снизу миноранта  $k$ -го показателя Ляпунова на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией не принадлежит второму классу Бэра. Во второй главе диссертации построено такое семейство линейных систем, непрерывно зависящее от вещественного параметра, которое не имеет точек полунепрерывности у целого ряда ляпуновских показателей. Этот результат, в частности, позволил дать ответ на вопрос В.М.Миллионщикова о типичности точек полунепрерывности снизу миноранты  $k$ -го показателя Ляпунова.

В третьей главе диссертации доказано, что все нижние вспомогательные показатели Миллионщикова, кроме старшего, не принадлежат второму классу Бэра на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией. Там же доказано, что старший экспоненциаль-

ный показатель Изюбова на пространстве линейных систем с компактно-открытой топологией не принадлежит второму классу Бэра. И, наконец, в третьей главе установлена непринадлежность промежуточных верхних вспомогательных показателей третьему классу Бэра. Отметим, что из доказанного невозможно полное совпадение никаких промежуточных верхних и нижних показателей.

Четвертая глава диссертации посвящена свойствам показателей Ляпунова правильных линейных систем. Здесь диссертанту удалось доказать, что множество неправильности параметрического семейства систем всегда является множеством типа  $G_{\delta\sigma}$  и привести пример, когда оно не является множеством типа  $F_{\sigma\delta}$ . В четвертой главе также дан положительный ответ на вопрос Миллионщикова о строгости включения двух естественных расширений подмножеств правильных линейных систем.

Пятая глава диссертации посвящена изучению топологической энтропии липшицевых отображений компактных метрических пространств. В результате серьезных исследований автору удалось точно определить бэровский класс функции топологическая энтропия на пространстве липшицевых функций и получить ряд результатов о точках полунепрерывности топологической энтропии. Отмечу также результат, о том, что в типичной по Бэру точке топологическая энтропия пространства липшицевых функций равна нулю.

В диссертации Ветохина даны ответы на многие трудные вопросы качественной теории дифференциальных уравнений. При этом основные результаты диссертации получены единым, разработанным в диссертации новым методом, который можно было бы назвать "методом сингулярных параметрических семейств линейных систем". Суть метода в построении непрерывно зависящих от (вещественного) параметра линейных систем дифференциальных уравнений с необычным поведением ляпуновских показателей.

Создание этого метода позволяет квалифицировать диссертацию Ветохина как новое перспективное научное направление. Результаты диссертации могут быть использованы специалистами, работающими в МГУ, МИРАН, МПГУ, Петрозаводском госуниверситете, Томском госуниверситете, Львовском госуниверситете и других университетах, в частности, при чтении спецкурсов по дифференциальным уравнениям. Ряд результатов уже нашел применение в работах специалистов.

Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, новы, получены лично автором и строго доказаны. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками. Основные результаты диссертации опубликованы в открытой печати. Свыше десятка работ автора по теме диссертации вышли в зарубежных

и отечественных журналах из списка ВАК. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Диссертация Ветохина удовлетворяет п.7 "Положения о порядке присуждения ученых степеней", а ее автор Ветохин А. Н. заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 (дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление).

Член-корреспондент РАН, главный научный сотрудник института математики РАН им. В.А. Стеклова, доктор физико-математических наук

15.09.2016

 Е. В. Щепин

Щепин Евгений  
Витальевич,  
главный научный  
сотрудник отдела  
геометрии и  
топологии  
института математики  
РАН им. В.А. Стеклова  
scepin@mi.ras.ru  
+7(495)9848141\*3787

Подпись Е.В. Щепина  
Удостоверяю





А. Осиков  
Ученый секретарь МИАН