

ОТЗЫВ НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ  
о диссертации В.А.Авдеева  
«Исследование вероятностных моделей рейтинговых систем»

В диссертации В.А.Авдеева рассматриваются и исследуются вероятностные модели рейтинговых систем, которые используются для сравнения уровней мастерства или качества участников в различных ситуациях: спортивных состязаниях, компьютерных играх, анализе релевантности узлов в информационных сетях и т.п.

В первой главе диссертации приводится небольшой исторический обзор нескольких рейтинговых систем.

Во второй главе для широко используемой (например, в шахматных соревнованиях) системы Эло описана вероятностная модель. Для простого случая, соответствующего бесконечной серии игр между двумя игроками, последовательные значения рейтинга одного из игроков образуют цепь Маркова с непрерывным множеством состояний. Доказано, что эта цепь имеет предельное распределение. Доказательство этого утверждения нетривиально, так как цепь не является харрисовской; доказательство проводится отдельно для двух видов предположений о переходных вероятностях цепи.

В третьей главе приводится математически корректное подробное описание рейтинговой системы TrueSkill, использующее нетривиальные конструкции. При описании этой системы диссертант выводит ряд новых формул, связанных со свойствами нормальных и усеченных нормальных распределений. Для случая двух игроков показано, что эта сложная система обладает рядом естественных свойств; проведено также сравнение приближенных формул пересчета рейтингов, используемых в реальной системе, с точными формулами, которые можно вывести в вероятностной модели для случая двух игроков.

Диссертант самостоятельно выбрал тему исследования и получил представленные в диссертации результаты. Моя роль как научного руководителя сводилась к постановке задач и консультациям при поиске подходящих методов доказательства теорем. Диссертация В.А.Авдеева показывает, что диссертант хорошо владеет аналитическими методами

теории вероятностей и умеет грамотно применять их при построении вероятностных моделей реальных систем, преодолевая возникающие технические трудности. Считаю, что диссертация вполне соответствует требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а В.А.Авдеев заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Доктор физ.-матем.наук,  
заведующий Отделом дискретной математики  
Математического института им.В.А.Стеклова РАН

*А.М.Зубков*  
(Зубков Андрей Михайлович)

29 февраля 2016 г.

ФГБУН Математический институт им.В.А.Стеклова РАН,  
119911, Москва, ул.Губкина, 8  
Тел. +7 (499) 941 01 84, электронная почта [zubkov@mi.ras.ru](mailto:zubkov@mi.ras.ru)

Подпись А.М.Зубкова заверяю.

*Зубков* *В.А.* *ВЧ*  
*Зубков Андрей Михайлович*  
*кадров*

