

Отзыв официального оппонента

на диссертацию Авдеева Вадима Александровича «Исследование вероятностных моделей рейтинговых систем», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика.

Диссертационная работа Авдеева В.А. посвящена вероятностным моделям рейтинговых систем, используемым для оценки различных величин по результатам их зашумленного сравнения друг с другом. Наиболее широко распространены рейтинговые системы в спорте, где требуется оценивать уровни мастерства игроков по результатам сыгранных ими партий. Актуальной задачей в последние годы, в связи с наблюдаемым развитием интернета и массовых сетей, также является ранжирование поисковых ссылок и рекламных объявлений по истории переходов пользователей.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Работа изложена на 141 странице, список литературы включает 58 наименований.

Первая, вводная глава диссертации содержит обзор литературы по тематике диссертации. Приводится исторический обзор исследуемой области с двадцатых годов прошлого века, рассказывается о моделях Терстоуна и Брэдли-Терри, кратко описываются рейтинговые системы Эло, TrueSkill и некоторые другие. По результатам обзора сделан ряд выводов, характеризующих современные рейтинговые системы.

Во второй главе рассматривается рейтинговая система Эло, которая в силу своей относительной простоты при достаточной точности является одной из наиболее широко используемых рейтинговых систем. В начале главы описывается соответствующая системе Эло вероятностная модель, после чего рассматривается случай бесконечной серии игр между двумя соперниками. Тогда процесс изменения рейтинга одного из них является цепью Маркова с дискретным временем и непрерывным пространством состояний. При этом, в отличие от других процессов схожего типа у предшествующих исследователей, рассмотренный в данной главе случайный

процесс имеет нелинейную итерационную зависимость от предыдущего состояния.

Для таким образом определяемой цепи Маркова затруднительно воспользоваться классическими результатами теории марковских цепей с непрерывным фазовым пространством, когда для расчета переходных функций используются линейные интегральные уравнения.

Основным результатом второй главы является доказательство, что введенный марковский процесс имеет предельное стационарное распределение, для чего рассматривается вспомогательный случайный процесс с обратным порядком композиции переходных функций. При определенных ограничениях на параметры модели удается доказать существование предельного распределения, пользуясь монотонностью переходных функций. В общем случае это свойство не выполняется, поэтому приводится технически более сложное доказательство, что возникающая итерационная функциональная система является локально сжимающей с определенным образом выбранной функцией нормировки. В заключении главы высказывается предположение, что рассматриваемое предельное распределение процесса является сингулярным, и как следствие, не имеет плотности.

В третьей главе рассматривается рейтинговая система TrueSkill. В начале главы описывается соответствующая ей вероятностная модель, после чего подробно рассказывается о сложном алгоритме пересчета рейтингов, использующем графическую вероятностную модель фактор-графов, и в общем случае являющемся итерационным. Доказываются необходимые для этого алгоритма свойства нормального и усеченного нормального распределений. После демонстрации работы алгоритма на нескольких примерах, доказываются различные свойства этой рейтинговой системы. В случае двух игроков выводятся формулы для точных апостериорных распределений их уровней мастерства, после чего происходит сравнение этих распределений с приближенными, используемыми в алгоритме пересчета рейтингов. Отметим, что даны примеры, поясняющие теоретические результаты; примеры сопровождаются графическими иллюстрациями конкретных фактор-графов.

В конце третьей главы рассматриваются возможные улучшения системы TrueSkill и задача автоматического подбора оппонентов в играх.

Диссертационная работа имеет существенное значение в области изучения рейтинговых систем. Результаты диссертации открывают новые возможности по изучению рейтинговых систем более сложной структуры.

Проведенное Авдеевым В.А. исследование отличают систематичность и полнота. Во второй главе при доказательстве основных теорем автором рассмотрены и проанализированы все многочисленные варианты значений параметров принятой вероятностной модели Эло для двух игроков. Для каждого из вариантов получены явные аналитические формулы оценки сверху рассматриваемых при доказательствах функций, что потребовало довольно тонких и больших по объему рассуждений средствами математического анализа. Отметим тщательно подобранные числовые константы, необходимые для установления оценок сверху. Так, например, числа $\sqrt{\frac{164}{165}}$ и $\sqrt{\frac{41}{11}}$ на с. 54, 55 текста диссертации, и так далее.

Текст работы содержит отдельные неточности и опечатки:

с. 8. Запись $\mathcal{B}(1, q)$ не объяснена.

с. 19. Запись $\Phi(\frac{1}{\sqrt{2}}) \approx 76,02\%$ недопустима. Правильно $\Phi(\frac{1}{\sqrt{2}}) \approx 0,7602$. $\Phi(x)$ — функция распределения стандартного нормального закона.

с. 71. Следовало бы отметить, что в системе Эло не рассматриваются ничьи только при предсказании (ср. с. 23), и при этом ничьи рассматриваются как один из случаев исхода игры при пересчете рейтингов.

Вторую главу можно было бы дополнить, возможно и простыми, числовыми примерами, иллюстрирующими пересчет рейтинга игрока при наблюдении выигрыша (соответственно, проигрыша) игрока.

Эти замечания носят редакционный характер и не влияют на положительную оценку диссертационной работы.

Основные результаты диссертации опубликованы автором в трех работах, в том числе в двух статьях в журнале «Дискретная математика» из перечня ВАК. Результаты работы докладывались на научных конференциях и ряде семинаров.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Диссертационная работа Авдеева В.А. является законченным научно-исследовательским трудом, выполненным автором на высоком научном уровне. Доказательства теорем и утверждений проведены на строгом математическом уровне. Все полученные в диссертации результаты являются новыми. Диссертацию можно квалифицировать как решение актуальной научной задачи в области теории вероятностей, имеющей существенное значение для дальнейших исследований в данной области. Работа носит теоретический характер, ее результаты могут быть использованы в теории случайных процессов, теории итерационных функциональных систем и для построения более точных и оптимальных алгоритмов расчета рейтингов.

Считаю, что диссертация Авдеева Вадима Александровича «Исследование вероятностных моделей рейтинговых систем» соответствует всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» Минобрнауки, предъявляемым к кандидатским диссертациям. Автор Авдеев В.А. заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика.

Сведения об официальном оппоненте.

ФИО: Калинин Александр Вячеславович

Место работы: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана»

Должность: профессор кафедры высшей математики

Ученая степень: доктор физико-математических наук (специальность 05.13.18)

Ученое звание: профессор

Почтовый адрес: 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

Телефон: 84992636640

Адрес электронной почты: kalinkin@bmstu.ru

Доктор физико-математических наук,
профессор

Подпись Калинкина А.В. заверяю.



А.В. Калинин

А. Г. МАТВЕЕВ

НАЧ. УПРАВЛЕНИЯ КАДРОВ

ТЕЛ. 8499-263-67-69