

ОТЗЫВ

официального оппонента Родникова Александра Владимировича
о диссертации Чернякова Глеба Анатольевича

«Исследование задачи о движении тяжёлого тела вращения по абсолютно шероховатой
горизонтальной плоскости методом Ковачича»,

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических
наук по специальности 01.02.01 – теоретическая механика.

Диссертация Г.А. Чернякова посвящена исследованию существования и описания решений задачи о движении динамически и геометрически симметричного тела по неподвижной абсолютно шероховатой горизонтальной плоскости. Уравнения движения этой задачи в результате ряда замен переменных (в том числе и независимой переменной) редуцируются к одному линейному дифференциальному уравнению второго порядка с переменными коэффициентами, зависящими от динамических (определяемых распределением масс в твердом теле) и геометрических (определяемых геометрией поверхности, ограничивающей твердое тело) параметров. В случаях, когда эти коэффициенты оказываются рациональными функциями независимой переменной, к исследованию решений выведенного уравнения оказывается применимым алгоритм Ковачича, являющийся конструктивным развитием классических методов решения обыкновенных линейных дифференциальных уравнений в классе так называемых лиувиллевых функций. Автору удается исследовать вопрос существования лиувиллевых решений для целого ряда форм поверхности твердого тела (круглого плоского диска, круглого диска ненулевой толщины со смещённым центром масс, тора, параболоида и так называемого веретенообразного тела, образуемого вращением дуги параболы). При этом устанавливается либо отсутствие лиувиллевых решений, либо получаемые решения используются для дальнейшего интегрирования и описания движения в соответствующем частном случае исходной механической задачи. По-существу, применение алгоритма Ковачича в исследуемой в диссертации ситуации можно рассматривать как некоторую альтернативу классическим методам исследования интегрируемости уравнений движения, хотя, конечно, полного ответа на вопрос об интегрируемости применяемый алгоритм не дает, что фактически показано автором на примере движения плоского диска.

Диссертация состоит из введения, пяти глав основного текста, заключения и списка литературы. Во введении в историческом аспекте дается достаточно полный обзор литературы по исследуемой задаче и используемому методу исследования.

В первой главе диссертации автор описывает алгоритм Ковачича для нахождения лиувиллевых решений линейного дифференциального уравнения второго порядка с

рациональными коэффициентами. Эта глава не содержит авторских результатов, но совершенно необходима для целостности изложения, так как описываемая последовательность действий в каждой из последующих глав непосредственно переносится на каждую из изучаемых задач. Отметим, однако, что отдельные положения этой главы (стр.9, стр.17) достаточно общеизвестны и могли бы быть исключены из текста.

Во второй главе диссертации дана постановка общей задачи о движении динамически и геометрически симметричного тела, ограниченного, вообще говоря, выпуклой поверхностью, на абсолютно шероховатой горизонтальной плоскости. Исходя из общих теорем динамики в результате ряда замен переменных, включая замену времени, с использованием интеграла энергии, уравнения движения твердого тела, соприкасающегося с неподвижной плоскостью в каждый момент времени ровно одной точкой, сводятся к одному линейному дифференциальному уравнению второго порядка. (Ниже, в четвертой главе, на примере одной из задач, решаемых в настоящей диссертации, будет указана последовательность действий, с помощью которой решения этого уравнения позволяют описать движение в исходной механической задаче). В случаях движения круглого плоского диска и круглого диска, имеющего толщину, со смещённым вдоль оси симметрии центром масс, находится замена переменных, приводящая коэффициенты уравнения второго порядка к рациональному виду. Используя описанный в предыдущей главе алгоритм Ковачича, автор доказывает, что в случае движения на абсолютно шероховатой плоскости круглого диска и круглого диска со смещённым центром масс лиувиллевых решений у этого уравнения нет.

Следует заметить, что анонсируемое во второй главе требование выпуклости поверхности, ограничивающей твердое тело, несущественно, важным является только требование единственности точки соприкосновения с неподвижной плоскостью, что и демонстрируется в следующей, третьей главе диссертации, где рассматривается задача о движении по шероховатой плоскости динамически симметричного тора. Исследуя общий и ряд частных случаев этой задачи, возникающие при реализации алгоритма Ковачича, автор доказывает, что линейное дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее качение тора, не имеет лиувиллевых решений для почти всех физически допустимых значений параметров задачи. Отметим, что (как стало ясно во время апробации представляемой к защите работы), при выполнении выкладок (во многих случаях весьма объемных и громоздких) автором использовалась система символьных вычислений Maple. Явное упоминание этого факта на стр.68, по-видимому, связано со значительными трудностями верификации получаемых результатов при рассмотрении конкретного частного случая задачи о качении тора.

В четвертой главе диссертации рассматривается задача о движении по шероховатой горизонтальной плоскости динамически симметричного параболоида вращения, центр масс

которого совпадает с фокусом. За исключением некоторых сравнительно частных случаев, эта задача оказывается единственной из рассмотренных в диссертации, где соответствующее линейное дифференциальное уравнение второго порядка имеет, как удается показать автору, только лиувиллевы решения. Используемый алгоритм позволяет автору также указать явный вид этих решений. Получаемые решения используются для достаточно полного качественного описания качения параболоида, в частности, указываются его стационарные движения и исследуется их устойчивость. Отметим использование как аналитических, так и численных методов, позволяющих не только визуализировать, но и дополнительно верифицировать получаемые результаты, хотя некоторые рисунки (например, рис.14а на стр.108) могли бы быть выполнены более качественно.

Пятая глава посвящена исследованию задачи о движении веретенообразного тела (тела, ограниченного поверхностью, образуемой при вращении дуги параболы вокруг оси, проходящей через её фокус, изучаются те движения, при которых острия не касаются неподвижной плоскости). Как и в задачах, рассмотренных во второй и третьих главах (и используя тот же алгоритм), автор доказывает отсутствие лиувиллевых решений для почти всех физически допустимых значений параметров задачи. Исключение составляет случай специального соотношения между главными центральными моментами инерции, рассматривавшемуся ранее в работе Х.М. Муштари.

В заключении формулируются основные результаты диссертации. Список цитируемой литературы достаточно полон и отражает современное состояние исследуемой задачи.

Тема представленной к защите работы является актуальной, диссертация в целом представляется законченным научным исследованием, содержащим важные научные результаты, связанные как с описанием движения с помощью найденных лиувиллевых решений, так и с доказательством отсутствия таковых. Эти результаты расширяют наше представление об одной из наиболее интересных и важных задач неголономной механики. Достоверность полученных результатов не вызывает сомнений.

Все выносимые на защиту результаты достаточно полно опубликованы и апробированы. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

В целом, принципиальных замечаний по представляемой диссертационной работе нет. Однако, имеется небольшое количество опечаток (в том числе в автореферате). Имеются отдельные шероховатости изложения. Например: на странице 16 ряд Лорана должен быть определён для проколотой окрестности точки, а не в самой окрестности; автор в первый раз ссылается на рис.3 (стр.43) ещё до того, как введены оси, указанные на этом рисунке; на стр.64,74, 77 и др. неправомерно используется знак приближенного равенства вместо просто равенства; в главах 4 и 5 для корней алгебраических уравнений используются те же обозначения, что и для связанных осей в главе 2; на стр. 67, 72, 86, 120, 129 не изложены

необходимые подробности вычислений, по всей видимости, проведенных в системе Maple; на страницах 86, 135 рассмотрен только один набор значений s (про остальные написано, что они проверяются аналогично)

Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы. В своей диссертации Черняков Глеб Анатольевич показал уверенное знание как методов аналитической механики, так и методов комплексного анализа и дифференциальной алгебры. Им продемонстрировано виртуозное владение современными методами математики, численными и аналитическими методами исследования дифференциальных уравнений и получен целый ряд новых интересных результатов.

На основании вышеизложенного можно сделать вывод, что диссертация Г.А.Чернякова «**Исследование задачи о движении тяжёлого тела вращения по абсолютно шероховатой горизонтальной плоскости методом Ковачича**» полностью соответствует критериям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата наук, а ее автор Черняков Глеб Анатольевич Считаю, что представленная диссертация удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор, **Черняков Глеб Анатольевич, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 – «Теоретическая механика».**

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук,

доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика»

Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана (МГТУ им. Н.Э.Баумана)

Почтовый адрес: 105005, Москва, ул. 2-ая Бауманская, 5, МГТУ им. Н.Э.Баумана, кафедра «Вычислительная математика и математическая физика»

e-mail: springer@inbox.ru, тел. +7(499)263-64-16



Родников А.В.

ВЕРНО:

СВАН НАЧАЛЬНИКА УПРАВЛЕНИЯ КАДРОВ

МГТУ ИМ. Н.Э. БАУМАНА

А. Г. МАТВЕЕВ

