

УТВЕРЖДАЮ



Врио директора

Федерального государственного учреждения
«Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН»
д.ф.-м.н. _____ А.И. Аптекарев

29 сентября 2016 г.

Отзыв ведущей организации
на диссертационную работу Калиниченко Артема Александровича
«Меры, порождаемые диффузиями на группах токов»,
представленную к защите на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный
и функциональный анализ

Диссертационная работа посвящена исследованию применения конечнократных аппроксимаций по формулам Фейнмана для построения случайных процессов на группах токов и обобщает методы дифференцируемых мер применительно к бесконечномерным многообразиям.

Актуальность темы исследования. Для плоского случая дифференцируемые меры были впервые введены С.В. Фоминым, а в дальнейшем получили развитие в работах Ю.Л. Далецкого, О.Г. Смолянова, В.И. Авербуха, В.И. Богачева. В случае гауссовских мер эта теория получила наибольшее распространение в форме исчисления Маллявэна. Проблема разработки подобных методов на искривленном винеровском пространстве, типичным примером которого является пространство достаточно регулярных функций со значениями на конечномерном многообразии, и тесно связанная с ней задача построения диффузий на бесконечномерных многообразиях решалась с различных точек зрения многими авторами. В случае многообразий, смоделированных на банаховых пространствах с достаточно гладкой нормой, систематическое построение диффузионных процессов было проведено в работах Ю.Л. Далецкого и Я.И. Белопольской. В случае общих банаховых многообразий, в первую очередь для пространств непрерывных отображений в риманово многообразие, эти вопросы исследовались в работах П. Маллявэна, Л. Гросса, Б.К. Драйвера, А.Б. Крузейро, Э. Хсу, Ш. Фанга и многих других, и эта область активно развивается в настоящее время. Также активно развивается подход к построению случайных процессов и полугрупп с использованием конечнократных аппроксимаций по формулам Фейнмана. Эти вопросы рассматриваются в работах последних лет О.Г. Смолянова, Н.Н. Шамарова, В.Ж. Сакбаева, Ю.Н. Орлова. Поэтому тема диссертации А.А. Калиниченко безусловно является актуальной.

Научная новизна и основные результаты диссертации. В работе А.А. Калиниченко разработаны новые подходы к построению и исследованию мер, порождаемых диффузионными процессами на группах непрерывных отображений. В диссертации распространено на общий случай построение диффузионных мер, проведенное ранее только для частных случаев группы петель и группы путей. Также автором разработан принципиально новый подход, позволяющий изучать меры на пространствах разрывных траекторий. Кроме того, в работе выведены аналоги формул преобразования логарифмической производной дифференцируемых мер в случае пространств с антикоммутирующими координатами.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Во введении определены цели работы, дан краткий обзор имеющейся литературы и приведены основные результаты диссертации.

В первой главе строятся диффузии общего вида на группе непрерывных отображений из компактного риманова многообразия в компактную группу Ли. Приведенные конструкции обобщают построения, проведенные ранее только для некоторых частных случаев, и позволяют рассматривать последние с общей точки зрения.

Во второй главе для той же цели применяется метод фейнмановских приближений, с помощью которого сначала дается альтернативное построение броуновского движения на группе путей, а затем проведенные конструкции распространяются на случай разрывных траекторий и строятся меры на пространстве Скорохода право-непрерывных путей со значениями в группе Ли.

В третьей главе исчисление Маллявэна распространяется на пространства путей группы токов. Понятие касательного процесса, разработанное ранее для пространств путей конечномерного многообразия как обобщение производной в смысле Маллявэна, вводится в бесконечномерном случае. Для него доказываются формулы интегрирования по частям и существование потоков квази-инвариантных преобразований пространства, порожденных соответствующими дифференциальными операторами.

В четвертой главе рассматриваются меры на суперпространствах с конечномерной нечетной частью. Доказывается квази-инвариантность дифференцируемой супермеры относительно достаточно регулярных преобразований суперпространства и выводится явная формула для соответствующей производной Радона-Никодима, обобщающая на этот случай известную формулу Рамера.

В заключении приводится список основных полученных результатов и возможные направления дальнейших исследований.

Отмеченные недостатки. Следует подчеркнуть, что к научной стороне исследования замечаний нет. Определенные недостатки относятся к стилю изложения, так что замечания носят редакционный характер.

1. В качестве критических замечаний к работе следует указать, что автор допускает в некоторых местах текста несколько вольный стиль изложения – не относящийся, правда, к формулировкам и доказательствам теорем, а только лишь к обсуждению идей, предлагаемых для решения изучаемых задач, но все же вызывающий определенные напряжения у читателя. Например, в главе I, обсуждая идею построения диффузий на группе токов, т.е. на группе $S(M, G)$ непрерывных отображений компактного риманова многообразия M в компактную группу Ли G , автор говорит, что «... при разумном выборе $x(z)$ с помощью теоремы Колмогорова показывается ...». «Разумность» выбора, по-видимому, отвечает условиям в теореме Колмогорова, но это как-то не упоминается. В главе II в аналогичной ситуации обсуждения концепции построения процессов Леви на пространстве Скорохода говорится, что «... построив подходящим способом случайный процесс, при малой мелкости разбиения мы получим приближение к распределению...». «Подходящий способ» и «малая мелкость» не очень удачно отражают то, что далее делает автор.

2. Представляется, что цель работы следовало бы сформулировать более компактно. С одной стороны, краткое перечисление четырех задач, решаемых в диссертации, четко отражает суть проделанной работы. С другой стороны, будучи формально разрозненными, они представляют не одну цель, а четыре разных. Например, одна цель – применить метод конечнократных приближений для построения случайных процессов. Другая – построить (по-видимому, с помощью этого метода, но об этом не заявляется) процессы Леви на пространстве Скорохода. Было бы более уместно сформулировать объединяющую цель работы, для достижения которой следует решить те задачи, которые указаны автором.

Сделанные замечания несколько не снижают ценности полученных в диссертации научных результатов.

Научная и практическая значимость. Диссертация носит теоретический характер. Автором получены оригинальные результаты, имеющие теоретическую ценность и вносящие вклад в развитие функционального анализа и теории случайных процессов. Методы и результаты работы, кроме самостоятельного интереса с вышеуказанной точки зрения,

могут иметь применения в задачах управления и теории усреднения дифференциальных операторов. Результаты могут быть также применены для создания численных методов исследования диффузии и, в частности, квантовой динамики на графах. Они могут быть использованы в научной работе в МГУ, МИ РАН, МФТИ и других научных организациях.

Достоверность и полнота опубликования основных результатов диссертации. Все полученные в диссертации результаты сформулированы в виде теорем и снабжены строгими и подробными доказательствами. Основные результаты диссертации опубликованы в 3 статьях в журналах, включенных в перечень ведущих рецензируемых научных изданий ВАК, доложены на профильных конференциях и семинарах. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Заключение о диссертации.

Результаты, полученные в диссертации А.А. Калиниченко, несомненно, являются результатами высокого научного уровня, показывают высокую научную квалификацию автора и имеют значительную научную ценность в области теории диффузионных процессов.

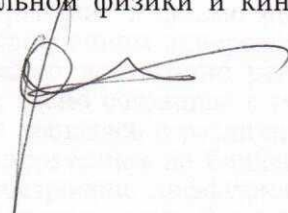
Диссертационная работа «Меры, порождаемые диффузиями на группах токов» является завершенным научным исследованием и соответствует всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации, а ее автор, Калиниченко Артем Александрович, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв заслушан и утвержден на заседании семинара по математической физике отдела вычислительной физики и кинетических уравнений Института прикладной математики им. М.В. Келдыша, заседание № 343, протокол № 1 от 06 сентября 2016 г.

Отзыв составил

И.о. заведующего отделом вычислительной физики и кинетических уравнений
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

доктор физ.-мат. наук
125047, Москва, Миусская пл., д.4
тел. 8-499-250-78-21
эл. почта: yuno@kiam.ru



Ю.Н. Орлов