

**ОТЗЫВ**  
официального оппонента на диссертационную работу

Калиниченко Артема Александровича  
«Меры, порождаемые диффузиями на группах токов»,  
представленную на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 01.01.01 —  
вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертационная работа посвящена проблемам функционального анализа, которые связаны с теорией мер в бесконечномерных топологических линейных пространствах, в частности с теорией дифференцируемых мер. Впервые меры в бесконечномерных пространствах функций ввел Н. Винер в своих работах, заложивших основы строгой математической теории броуновского движения. В дальнейшем эти работы получили продолжение в теории случайных процессов, теории стохастических уравнений и стохастических интегралов, развивавшихся П.Леви, А.Н. Колмогоровым, Р. Камероном, В. Мартином, И.И. Гихманом, А.В. Скороходом, Дж. Дубом, К.Ито и многими другими. Другим источником для развития теории мер в бесконечномерном анализе стали работы Р. Фейнмана по квантовой механике и электродинамике, в которых был введен так называемый интеграл Фейнмана. Доказательство формулы Фейнмана для представления решения уравнения Шредингера в случае конфигурационного пространства было сделано Э. Нельсоном в 1964 году с использованием теоремы Троттера и в случае фазового пространства О.Г. Смоляновым, А.Г. Токаревым, А. Труменом в 2002 году с использованием теоремы Чернова. Строгое рассмотрение интеграла Фейнмана сыграло ключевую роль в работах А. Джаффе, Дж. Глимма, Б. Саймона по математическому обоснованию квантовой теории скалярного поля в двумерном пространстве-времени. Одной из актуальных тем в современном бесконечномерном анализе является исследование дифференцируемых мер. Впервые они были введены С.В. Фоминым и в дальнейшем исследовались в работах Ю.Л. Далецкого, О.Г. Смолянова, Х. фон Вайцзеккера, А. Трумена, В.И. Авербуха, В.И. Богачева и многих других. Для случая гауссовых мер аналогичное значение имеет исчисление Маллявэна. Эти теории могут рассматриваться как бесконечномерный аналог таких обла-

стей, как геометрическая теория меры, теория пространств Соболева и теория обобщенных функций.

Диссертация содержит следующие оригинальные результаты.

В первой главе для операторов второго порядка с переменными коэффициентами получен новый способ построения диффузионных мер на пространстве путей в произвольной группе токов, допускающий обобщения на процессы с разрывными траекториями.

Во второй главе броуновское движение рассматривается на основе конечномерных приближений, которые строятся с использованием теоремы Чернова, являющейся обобщением формулы Троттера. Построены двухпараметрические процессы Леви на пространстве Скорохода право–непрерывных путей со значениями в компактных группах Ли, имеющих левые пределы в каждой точке.

В третьей главе вводится аналог касательных процессов для пространства путей в группе токов и строятся порожденные ими потоки, оставляющие распределение броуновского движения квазинвариантным.

В четвертой главе получено обобщение теоремы Рамера о квазинвариантности гауссовских мер относительно некоторого широкого класса нелинейных преобразований на случай наличия антимонотонных координат и строятся потоки на суперпространствах, которые оставляют рассматриваемую супермеру квазинвариантной. Доказана явная формула для производной Радона–Никодима, аналогичная формуле Рамера.

К диссертации имеются некоторые замечания. Вводная часть имеет несколько сжатый и узкоспециальный характер. Во введении и в автореферате сначала кратко излагаются результаты, полученные в главах 1, 3 и 4, а затем результаты главы 2. Кроме того, во введении диссертации и в разделе автореферата «краткое содержание диссертации» не указано, какие именно теоремы выносятся на защиту автором. Даные замечания носят стилистический характер и не влияют на оценку значимости полученных результатов.

Диссертация имеет теоретический характер. Результаты диссертации могут быть полезны в работах по теории мер в бесконечномерном анализе, теории случайных процессов и стохастических уравнений,

дифференциальной геометрии. Этот круг вопросов имеет многочисленные приложения в квантовой механике и квантовой теории поля, статистической физике и финансовой математике.

Результаты диссертации своевременно опубликованы в трех статьях автора в ведущих научных изданиях из списка, рекомендованного ВАК. Основные результаты диссертации апробированы на трех международных научных конференциях и неоднократных выступлениях на научных семинарах в МГУ им. М.В. Ломоносова и в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация А.А. Калиниченко «Меры, порождаемые диффузиями на группах токов» отвечает требованиям ВАК, которые предъявляются к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор заслуживает присуждения ему степени кандидата физико-математических наук.

#### Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук (специальность 01.01.03 — математическая физика), ведущий научный сотрудник кафедры математики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

/ Печень Александр Николаевич /  
05 сентября 2016 г.

Почтовый адрес: 119991, г. Москва, Ленинский просп., д. 4  
Телефон: +7 (499) 236-70-28

Адрес электронной почты: apechen@gmail.com

3

