

## ОТЗЫВ

Официального оппонента

на диссертацию Калиниченко Артема Александровича  
«Меры, порождаемые диффузиями на группах токов»,  
представленную на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 01.01.01 –  
вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертация развивает новые методы исследования случайных полей со значениями в группах Ли. В ней изучаются вопросы построения диффузионных мер на группах непрерывных отображений (группах токов). Диссертация направлена на распространение теории дифференцируемых мер, впервые предложенной в работах С.В. Фомина и разработанной в исследованиях О.Г. Смолянова и его учеников, на случай многообразий, состоящих из функций на конечномерных многообразиях со значениями в группах Ли. В настоящее время теория диффузий на бесконечномерных многообразиях является активно развивающейся областью исследования, представленной, в частности, в работах В.И. Богачева, Ю.Л. Далецкого, Я.И. Белопольской, В. Стебловской, М. Рёкнера, Р. Леандра. Используемые в диссертации методы более близки к направлению, развиваемому в последние годы в работах Л. Гросса, П. Маллявэна, И. Шигекавы, и многих других. Помимо прочего, в работе успешно применяется предложенный О.Г. Смоляновым метод формул Фейнмана, его использование в таком нестандартном контексте открывает новые возможности для дальнейших исследований в этом направлении. Таким образом, тема диссертации А.А. Калиниченко безусловно является актуальной.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Во введении определены цели работы, дан обзор литературы по исследуемым задачам и приведены основные результаты диссертации.

В первой главе разрабатывается подход к построению диффузионных процессов общего вида на группе непрерывных отображений из компактного риманова многообразия в компактную группу Ли, опирающийся на методы теории меры. Некоторые из полученных ранее в работах Х. Куо и М.А. Пич результатов, касающиеся диффузий на абстрактных винеровских пространствах, распространяются теперь на группы токов, которые можно рассматривать как многообразия, модельным пространством для которых является абстрактное винеровское.

Во второй главе для построения мер на группах отображений применяется иной метод, идейно основывающийся на так называемых формулах Фейнмана, использующихся для нахождения решений многих уравнений математической физики. Этот метод связывает аппроксимации сильно непрерывных полугрупп итерациями конструктивно определяемых семейств отображений с аппроксимациями процессов Леви на бесконечномерных группах Ли. Такой подход позволяет также исследовать меры на группах разрывных отображений, что демонстрируется на примере построения двухпараметрических процессов Леви.

В третьей главе доказывается квази-инвариантность распределения броуновского движения на группе токов относительно потоков преобразований пространства, по-

рожденных классом дифференциальных операторов, называемых касательными процессами. Эти операторы, в ситуации пространства путей конечномерного многообразия впервые введенные в статье П. Маллявэна и А.Б. Крузейро, представляют собой естественное обобщение производной Маллявэна на неплоский случай. В диссертации доказывается существование порожденных такими операторами потоков для случая пространства путей группы токов и выводятся соответствующие формулы интегрирования по частям.

В четвертой главе изучается изменение дифференцируемых мер на суперпространствах, содержащих конечное число антикоммутирующих координат, под действием достаточно регулярных потоков преобразований пространства. Выводятся формулы преобразования логарифмических производных мер и приводится явный вид для производной Радона-Никодима результирующей меры относительно исходной, что распространяет на случай суперпространств известную теорему Рамера, а также ее обобщение на негауссовские меры, доказанное в работах О.Г. Смолянова и Г. фон Вайцекера.

В заключении содержится список основных полученных результатов и предлагаются возможные направления для дальнейших исследований.

К диссертации имеются некоторые замечания редакционного характера. Так, например, при формулировке задачи главы 1 на стр. 10 используется не определенное до этого момента понятие абстрактного винеровского пространства, определение которого приводится в дальнейшем изложении на стр. 12. В формулировке условий леммы 1.1.1 имеет место путаница с обозначением констант ( $b$  вместо  $c$  в формуле 1.7). В лемме 1.2.2 не указана область изменения параметра  $p$ , но, как видно из доказательства, она такая же, как и в лемме 1.2.1. Эти незначительные недочеты несколько не снижают впечатления от полученных в диссертационной работе результатов.

В качестве пожеланий для дальнейших исследований по развиваемым в диссертации направлениям хотелось бы предложить А.А. Калиниченко исследовать следующие вопросы, связанные с зависимостью предельного поведения аппроксимаций в методе формул Фейнмана от упорядочения некоммутативных сомножителей.

1. Имеет ли место компактность множества значений аппроксимирующих распределений со всевозможными способами упорядочения сомножителей?

2. Какие предельные процессы, помимо полученного во второй главе диссертации, может описывать последовательность аппроксимирующих распределений при изменении порядка сомножителей, формирующих аппроксимацию?

В целом, несмотря на приведенные замечания, оценка диссертации остается положительной. Результаты диссертации являются новыми и полностью обоснованными. Они относятся к актуальной области исследований теории меры. Основные результаты диссертации опубликованы в 3 статьях в математических журналах, рекомендованных ВАК РФ, и доложены на профильных конференциях и семинарах. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Диссертация удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и



науки Российской Федерации, а ее автор, Калиниченко Артем Александрович, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ».

**Официальный оппонент:** доцент, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01, профессор кафедры высшей математики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)»

 / Сакбаев Всеволод Жанович /  
15 сентября 2016 г.


Почтовый адрес: 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д.9

Телефон: +7(495)408-81-72

Эл. почта: fumi2003@mail.ru.

Подпись В.Ж. Сакбаева удостоверяю,

Ученый секретарь МФТИ

 Ю.И. Скалько

