

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
на диссертацию Кантониновой Елены Олеговны
“Топологическая классификация интегрируемых гамильтоновых систем на
многообразиях вращения в потенциальном поле”,
представленную к защите в диссертационный совет
Д 501.001.84
на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук
по специальности 01.01.04 - геометрия и топология

Диссертация посвящена изучению классов эквивалентности гамильтоновых систем с двумя степенями свободы и аксиальной симметрией. Более точно, речь идет о натуральных системах на многообразиях вращения, гомеоморфных сфере, у которых потенциал, тоже инвариантен относительно вращений. Изучаются топологические инварианты, позволяющие классифицировать бифуркации лиувиллевых слоев. Системы данного типа рассматриваются как модели, к которым можно свести (в смысле послышной эквивалентности) другие интегрируемые системы механики.

Исследование интегрируемых гамильтоновых систем является важной и уже два столетия интенсивно развивающейся областью дифференциальной геометрии и топологии, которая стимулировала и продолжает стимулировать развитие многих других разделов математики и физики.

Среди различных подходов к топологической классификации интегрируемых гамильтоновых систем можно выделить весьма эффективный метод, основанный на вычислении инвариантов бифуркаций лиувиллева слоя, который был разработан в 90-х годах А.Т. Фоменко, и с тех пор активно применяется математиками его научной школы и другими авторами. Е.О.Кантонинова в своей диссертации для исследования систем на многообразиях вращения пользуется этим методом и вычисляет «меченые молекулы» этих систем или так называемые инварианты Фоменко-Цишанга.

Задача об изучении топологии интегрируемых гамильтоновых систем на двумерных многообразиях вращения в потенциальном поле возникла как естественное обобщение анализа топологии интегрируемых геодезических потоков на многообразиях вращения. Последняя задача хорошо изучена. Основные результаты получены в работах А.Т. Фоменко, А.В. Болсинова, Н.В. Коровиной, М.В. Новикова, Е.А. Кудрявцевой, Т.З. Нгуена и Л.С. Поляковой. Отметим, что Т.З. Нгуену и Л.С. Поляковой принадлежит теорема топологической классификации интегрируемых геодезических потоков (без потенциала) на 2-сфере. Одной из основных задач диссертанта было обобщение этой теоремы на случай наличия ненулевого потенциала, что и сделано в рассматриваемой диссертации.

В первой главе диссертации проводится лиувиллева классификация изученного автором класса интегрируемых систем на трехмерных изокэнергетических многообразиях. Для этого Е.О. Кантонинова исследует бифуркационные диаграммы систем на многообразиях вращения, гомеоморфных сфере, приводит алгоритм построения соответствующего бифуркационного комплекса. Также автор исследует типы особых точек ранга 0 и 1 для отображения момента. Наконец, вычисляются так называемые грубые молекулы систем и вычисляются допустимые системы координат на 2-торах Лиувилля вблизи концов каждого ребра построенных молекул. В результате, вычисляются числовые метки на ребрах молекул. В результате, автор формулирует и доказывает теорему топологической классификации интегрируемых

гамильтоновых систем на многообразиях вращения, гомеоморфных 2-сфере, в инвариантном потенциальном поле.

В конце первой главы автор исследует случаи лиувиллевой эквивалентности с другими системами, а именно, находит известные ранее случаи интегрируемости, лиувиллево эквивалентные «системам вращения с потенциалом», изученным автором. Найдено много случаев эквивалентности. Среди них, например, случай Жуковского, случай динамики шероховатого эллипсоида на плоскости, случай Лагранжа, система Ковалевской.

Во второй главе диссертации автор использует решетки переменных действия. Строится решетки переменных действия для исследуемого класса систем. Пользуясь вычисленными ранее грубыми инвариантами Фоменко-Цишанга и построенными решетками, автор вычисляет меченые молекулы для систем на многообразиях вращения в потенциальном поле. С помощью решеток переменных действия во второй главе диссертации также вычислены матрицы монодромии изолированных особых значений ранга 0. Наконец, автор применяет все эти конструкции к обобщенному волчку Лагранжа.

В целом, диссертация посвящена актуальным вопросам современной дифференциальной и симплектической геометрии, имеющим практическое значение при дальнейшем исследовании подобного класса систем. Результаты работы демонстрируют способность автора решать задачи из этих областей и свидетельствуют о хорошей математической культуре и профессиональном уровне автора. Все представленные в диссертационной работе результаты являются новыми, интересными и вносящими существенный вклад в современную теорию интегрируемых гамильтоновых систем.

Диссертация содержит 135 страниц, состоит из введения (содержащегося в начале первой главы), двух глав, заключения и списка литературы из 45 источников, в том числе, - пяти публикаций автора в журналах из перечня ВАК.

Автореферат диссертации полно и четко отражает содержание диссертации и полученные в ней результаты.

Диссертационная работа выполнена на высоком математическом уровне. Изложение результатов подробное, со всеми необходимыми деталями и пояснениями. Имеются даже многоцветные рисунки (что лежит в русле современной тенденции изменения способа фиксации математической информации: от геометрической к виртуальной форме).

Замечания имеются только редакционного характера.

На странице 8 ссылка на работы автора дана в странном контексте, здесь более уместны ссылки на общую теорию гамильтоновых систем (и они там имеются).

На странице 50 в Определении 24 нельзя использовать слово «Опишем», лучше: «Назовем».

На странице 90 термин «клетка» (для группы вырожденных уровней в квантовой системе) - странный и нечетко описанный.

На странице 91 решетка в пространстве переменных действие определена как целочисленная, но, на самом деле, шаг решетки не единица, а малое число (что несколькими страницами ниже, конечно, выясняется и подробно обсуждается).

На странице 127 фразу «Эта задача была начата ...» лучше было бы заменить на более литературную: «Решение этой задачи было начато ...».

Эти замечания, однако, никак не влияют на оценку уровня диссертации.

Исходя из изложенного считаю, что диссертационная работа Е.О. Кантонишовой "Топологическая классификация интегрируемых гамильтоновых систем на многообразиях вращения в потенциальном поле" удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 - геометрия и топология.

Доктор физико-математических наук, профессор Московского института электроники и математики Национального исследовательского университета "Высшая школа экономики" (МИЭМ НИУ ВШЭ).

Михаил Владимирович Карасев

07.05.2016

Подпись М.В.Карасева за
Зам. директора МИЭМ
НИУ ВШЭ



Тумиковский С. Р.

Контактная информация.

Адрес: 123458, г.Москва, Таллинская ул., 34

Телефон: +7 495 772 95 90

Электронная почта: karasev.mikhail@gmail.com