

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор —
проректор по научной работе
ФГБОУ ВО «МГТУ им. Н.Э. Баумана»

д.т.н., профессор

В.Н. Зимин

2016 г.



Отзыв ведущей организации
о диссертационном исследовании Бирюкова Олега Николаевича
«Топологическая энтропия кос Артина»,
представленного на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.04 – геометрия и топология

Диссертационное исследование посвящено изучению энтропии различных кос Артина. Группы кос играют ключевую роль в самых различных разделах математики: в маломерной топологии и теории узлов, Римановой геометрии и комплексном анализе, в теории групп, в топологической теории Галуа. Кроме того, будучи тесно связанными с группами классов отображений, косы являются важнейшим источником динамических систем — как дискретных, так и непрерывных. Дискретные динамические системы возникают при изучении итераций кос как элементов группы классов отображений. Именно при такой точке зрения возникает понятие монодромий кос.

Вопросом о классификации классов отображений и кос занимались различные ученые, в том числе Дж. Бирман и Мл. Бествина. У задачи классификации кос, как и у многих других классических задач, имеется много различных решений. Более того, существует множество различных задач классификации: решение проблемы тождества, решение проблемы сопряженности, определение типа косы, изучение ее энтропии. Известные формулы для энтропии записаны либо неявно, либо в виде предела некоторой сходящей последовательности (Муссафир), скорость сходимости которой не установлена. В связи с этим любые явные формулы представляют собой значительное продвижение в теории кос.

В отличие от проблем тождества и сопряженности кос, которые были решены достаточно давно Артином и Гарсайдом, задачи о косах как динамических системах изучены менее. И как и у многих других ключевых понятий, у понятия энтропии имеются определения из разных наук: алгебраическое, геометрическое, топологическое.

Таким образом, диссертационное исследование бесспорно является актуальным.

Глава 1 диссертации, содержащая предварительные сведения, написана весьма подробно и обстоятельно, в частности, помимо классики теории кос (теории Гарсайда, представлений Бурау и Артина) она содержит основные понятия теории Перрона — Фробениуса. В некотором смысле она могла бы быть использоваться как глава учебника по специальным главам теорий кос.

Основные результаты диссертации приведены в главах 2 и 3 и состоят в следующем.

В главе 2 получена нижняя оценка энтропии кос с произвольным числом нитей через спектральный радиус матрицы Бурау для всех ненулевых комплексных значений параметра. Этот результат не очень сложен, но ценен, ибо демонстрирует владение автором различными методами теории кос.

Наиболее ярким результатом представляется приведенная в главе 3 явная формула для вычисления энтропии кос из трех нитей. Как оказалось, многочлены, возникающие в этой явной формуле, связаны с циклическими многогранниками. Это наблюдение автора весьма ценно и, возможно, будет использовано в обратную сторону: для изучения многогранников посредством кос.

Наконец, указан явный алгоритм линейной сложности, определяющий тип косы из трех нитей согласно классификации по Нильсену и Терстону. Этот алгоритм существенно отличается от имеющихся ранее, так как не использует понятия, ключевые для других алгоритмов.

Изложение не свободно от недостатков. Так, глава 2, содержащая первый из основных результатов автора, производит впечатление сокращенной публикации в кратких заметках, хотя этот результат мог бы быть пояснен подробнее и снабжен большим количеством примеров.

Имеются в работе некоторые стилистические неточности и неудачные с точки зрения русского языка обороты. Так, на странице 42 и на странице 61 употребляется оборот «положим $k(\beta)$ есть». Плохо звучит название подраздела 3.5. «Распознавание типа косы по Нильсену-Терстону из трех нитей». Несколько неудачен оборот в середине страницы 91.

Однако в целом это не снижает общего положительного впечатления о тексте диссертации. В исследовании решены важные математические задачи, которые имеют актуальное применение в разных областях математики. Результаты снабжены полными доказательствами, они своевременно опубликованы в печати, в том числе в журналах рекомендованных ВАК.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Диссертация вполне может быть использована специалистами из МГУ, МИАН, МГТУ, СПбГУ и других ВУЗов и институтов, где изучается маломерная топология и геометрия, дискретные динамические системы.

Диссертация является законченным научным исследованием и удовлетворяет всем требованиям Постановления Правительства РФ от 24.09.2013 №842 (ред. от 21.04.2016) «О порядке присуждения ученых степеней», а ее автор, Бирюков Олег Николаевич, за-

служивает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология.

Отзыв на диссертацию Бирюкова О.Н. составлен доктором физико-математических наук, профессором Мантуровым Василием Олеговичем, обсужден и одобрен на заседании кафедры математического моделирования Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана, протокол № 1 от « 30 » августа 2016 года.

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры математического моделирования
МГТУ им. Н.Э. Баумана,



В. О. Мантуров

Доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН,
заведующий кафедрой математического моделирования
МГТУ им. Н.Э. Баумана,



А. П. Крищенко

Сведения о ведущей организации.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)».

Почтовый адрес: 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Телефон: +7 (499) 263-6391

E-mail: bauman@bmstu.ru

Сайт: www.bmstu.ru