

О Т З Ы В

научного руководителя о диссертационной работе
Бирюкова Олега Николаевича
«Топологическая энтропия кос Артина»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.04 – геометрия и топология

Диссертационная работа Бирюкова Олега Николаевича посвящена вычислению топологической энтропии кос, трактуемых как классы гомотопий гомеоморфизмов диска с вырезанным набором открытых дисков из внутренности исходного диска. Топологическая энтропия косы β определяется как нижняя грань топологических энтропий $\inf_{f \in \beta} h(f)$ динамических систем $\{f^n, n \in \mathbb{Z}\}$, определяемых гомеоморфизмами f из класса косы β . Неформально, топологическая энтропия выражает показатель экспоненциальной скорости разбегания близких точек при итерациях гомеоморфизма f . Это неотрицательное вещественное число выражает хаотичность поведения траекторий в динамической системе. В случае если траектории «не перемешиваются» и их поведение периодическое, то топологическая энтропия равна нулю. Если же топологическая энтропия отлична от нуля, то поведение траекторий точек достаточно сложное. При этом чем больше энтропия, тем быстрее «разбегаются» близкие траектории. Поскольку наше пространство компактное, расстояние между траекториями не может возрастать бесконечно, и траектории начинают хаотично перемешиваться. Кроме того, ненулевая энтропия делает невозможным практические предсказания поведения в динамической системе, поскольку любые измерения допускают некоторую погрешность, а в системе с ненулевой энтропией погрешность экспоненциально возрастает со временем. Все сказанное указывает на важность вычисления топологической энтропии изучаемых динамических систем, её оценки сверху и снизу или поиска минимальной и максимальной топологической энтропии в данном классе систем, поиск необходимых и достаточных условий нулевой или ненулевой энтропии.

После первой главы, где приведены все необходимые алгебраические сведения о косах, группах кос, их представлениях, а также о связи кос с гомеоморфизмами поверхностей вида диска с «дырками» и последующей классификацией кос в соответствии с классификацией гомеоморфизмов по Нильсену-Тёрстену, во второй главе дается непростое строго математическое определение топологической энтропии гомеоморфизмов или их классов гомотопии. Описаны некоторые свойства такой энтропии. Дается определение алгебраической энтропии и показано, что топологическая энтропия косы не меньше алгебраической энтропии автоморфизма свободной группы индуцированного косой. Описан подход Ж.О.Муссафира для получения явной формулы для топологической энтропии кос и пояснено, что она не годится для конкретных вычислений топологической энтропии кос. Затем найдены верхняя и нижняя оценки для топологической энтропии

кос, в которых используется гомологическое представление группы кос, а именно, представление Бурау. Нижняя оценка уточняет и усиливает ранее найденую оценку Д.Фрайдом и Б.Колевым.

В третьей главе, с использованием гомологического представления группы кос из трех нитей, найдена явная формула для вычисления топологической энтропии псевдоаносовских кос из трех нитей. Также найден явный вид полиномов P_n , которые, в итоге, выражают топологическую энтропию любой псевдоаносовской косы β из трех нитей через целочисленные показатели из записи косы $\beta = \sigma_1^{k_1} \sigma_2^{-m_1} \dots \sigma_1^{k_s} \sigma_2^{-m_s}$ в стандартных образующих Артина. Описаны свойства полученных многочленов. Показано, что условие четности Гейла, которому удовлетворяют вершины циклического многогранника, принадлежащие одной гипергранни, совпадает с условием, которому удовлетворяют переменные, принадлежащие одному моному полинома P_n . Глава завершается предъяснением алгоритма линейной сложности для распознавания псевдоаносовских кос среди всех кос из трех нитей.

Текст диссертационной работы написан ясно, в хорошем стиле, с исчерпывающим разъяснением понятий и исчерпывающей полнотой рассуждений. О.Н.Бирюков проявил самостоятельность в подборе и изучении литературы по теме диссертационной работы. Он освоил широкий широкий круг дополнительных вопросов из топологии, анализа, алгебры, динамических систем и дифференциальных уравнений необходимый для работы над диссертационной темой. Проявил огромное трудолюбие и настойчивость при освоении известных результатов и получении своих новых результатов. Проявил способность к научному общению, консультируясь со многими специалистами. Бирюков получил результаты, которые с уважением были восприняты специалистами по проблематике вычисления топологической энтропии динамических систем.

Работа О.Н. Бирюкова, по моему мнению, удовлетворяет необходимым требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, по специальности 01.01.04 – геометрия и топология, а ее автор Бирюков Олег Николаевич, заслуживает присуждения ему степени кандидата физико-математических наук.

27 марта 2015 г.

Доктор физико-математических наук,
профессор

(В.П.Лексин)

Подпись Лексина В.П. заверяю

Проректор по научной работе МГОСГИ,
доктор физико-математических наук

(С.П.Хэкало)

