

УТВЕРЖДАЮ:

Ректор
Московского педагогического
государственного университета,
академик РАН, академик РАО,
доктор физико-математических наук,
профессор



09/10 2016 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования

„Московский педагогический государственный университет“

о диссертационной работе Мышакова Федора Сергеевича

„Развитие теоремы Валирона–Гольдберга“,

представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

01. 01. 01. — вещественный, комплексный и функциональный анализ

Исследования зависимости между скоростью роста максимума модуля целой функции и считающей функции ее корней составляют важную часть теории целых функций. Результаты таких исследований применяются во многих разделах математики и ее приложений: в теории приближений и функциональных уравнений, включая уравнения свертки, в теоретической и математической физике, анализе Фурье и т.д. Импульс развитию этой тематике придали в конце XIX века работы французских математиков Ж.Адамара, Э.Бореля, А.Данжуа, Э.Линделефа и др.. В начале прошлого века Ж.Валирон ввел понятие уточненного порядка и вывел неулучшаемые оценки типа целой функции при произвольном уточненном порядке через верхнюю плотность множества ее корней относительно этого уточненного порядка как снизу, так и сверху (в случае, когда порядок не является целым числом). Неулучшаемость нижней оценки Валирона была доказана Б.Я.Левиным, а неулучшаемость верхней — А.А.Гольдбергом. Случай целого порядка — особый, поскольку

ку тип может оказаться бесконечным. Когда верхняя плотность множества корней целой функции целого порядка относительно некоторого уточненного порядка конечна, А.А.Гольдберг построил новый уточненный порядок и получил неулучшаемую оценку сверху типа целой функции при этом новом уточненном порядке.

Интерес к данной тематике не ослабевает на протяжении многих десятилетий. В последнее время при исследовании ряда задач оказалось недостаточным применение точных "классических" одночленных оценок. Возникла необходимость в получении многочленных оценок логарифма максимума модуля целой функции, для которой известны многочленные оценки считающих функций их нулей (заметим попутно, что многочленные асимптотики логарифма максимума модуля целой функции с заданными многочленными асимптотиками тейлоровских коэффициентов получены в течение последнего десятилетия школой украинских математиков, возглавляемой М.Н.Шереметой).

Недавно А.Ю.Поповым, научным руководителем Ф.С.Мышакова, был найден вид двучленной мажоранты логарифма максимума модуля целой функции с заданной двучленной мажорантой считающей функции ее нулей и доказано, что для широкого класса целых функций эту мажоранту уменьшить нельзя. Последнее означает точность найденной двучленной оценки сверху логарифма максимума модуля целой функции.

Нахождению точных двучленных оценок сверху логарифма максимума модуля целой функции по двучленным верхним оценкам усредненных считающих функций их нулей и посвящена диссертация Ф.С.Мышакова.

Диссертация состоит из введения, двух глав и списка литературы, насчитывающего 22 наименования. Во введении традиционно излагается постановка задач, актуальность темы, цели и методы работы, кратко описываются основные результаты.

В первой главе рассматриваются целые функции нецелого порядка ρ , имеющие конечные верхние усредненные плотности корней при некотором уточненном порядке $\rho(r)$, $\lim_{r \rightarrow +\infty} \rho(r) = \rho$.

В теореме 1 доказан аналог теоремы Валирона-Гольдберга, в которой обычная верхняя плотность корней относительно уточненного порядка заменена на верхнюю усредненную плотность относительно того же уточненного порядка. Полученная в этой теореме оценка является усилением неравенства теоремы Валирона-Гольдберга, поскольку последнее является следствием доказанной оценки.

В теоремах 2 и 3 при различных дополнительных предположениях относительно уточненного порядка и минимальных ограничениях на оценку свер-

ху усредненной считающей функции корней целой функции $f(z)$ получены неулучшаемые мажоранты логарифма ее максимума модуля. Эти теоремы являются аналогами соответствующих результатов, полученных А.Ю.Поповым, в которых используются оценки сверху обычной считающей функции корней $f(z)$. Следует отметить, что как при нахождении вида мажорант логарифма максимума модуля целой функции, так и при доказательстве их неулучшаемости для широких классов уточненных порядков пришлось существенно уточнить метод и применять новые элементы по сравнению со способом доказательства результатов А.Ю.Попова.

Во второй главе диссертации рассматриваются целые функции целого порядка ρ , имеющие конечные верхние усредненные плотности корней при некотором уточненном порядке и максимальный, т.е. бесконечный тип при этом уточненном порядке. В этом случае А.А.Гольдбергом был построен другой уточненный порядок, относительно которого тип целой функции был конечен и имел неулучшаемую оценку через обычную плотность относительно прежнего уточненного порядка. В диссертации показано, что построенный Гольдбергом уточненный порядок может быть использован при получении точных оценок типа, или нахождении неулучшаемых мажорант логарифма максимума модуля целой функции по усредненной считающей функции. В обоих случаях в диссертации получены новые неулучшаемые оценки.

В процессе получения результатов автор в основном опирался на методы, развитые ранее А.А.Гольдбергом, А.Ю.Поповым в более простых ситуациях. Однако адаптация этих методов к более сложным объектам, исследуемым в диссертации, была совсем нетривиальной задачей, решая которую соискатель преодолел значительные трудности, освоил, модернизировал очень непростую, разнообразную технику и получил результаты высокого уровня.

Проведенный анализ содержания диссертации позволяет с достаточной уверенностью утверждать, что в ней получены интересные результаты по актуальным направлениям современного анализа. Автор продемонстрировал глубокие знания и умения по ряду современных разделов вещественного и комплексного анализа. Все полученные результаты являются новыми, а их достоверность подтверждается строгостью математического обоснования, проведенного на современном уровне. Новизну и значимость результатов подтверждает также и весомая апробация — выступления автора на нескольких авторитетных конференциях и 5 публикациях из списка ВАК, из которых 3 опубликованы в ведущих зарубежных математических журналах по комплексному анализу.

Работа носит теоретический характер и ее результаты работы могут быть

полезны при исследовании различных функциональных уравнений, теории операторов, в гармоническом анализе, теории аппроксимации и других разделах комплексного анализа и его приложениях. Они могут быть использованы специалистами в перечисленных областях, работающими в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Санкт-Петербургском государственном университете, Институте математики с вычислительным центром УНЦ РАН, Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Московском государственном педагогическом университете, Саратовском государственном университете им. Н.Г. Чернышевского.

Написанная достаточно подробно и ясно диссертация не лишена некоторых недостатков, носящих, в основном, редакционный характер. Формулировки основных теорем весьма громоздки, занимают почти целую страницу. Часть формулировок, касающихся точности оценок или неулучшаемости найденных мажорант, следовало выделить в виде отдельных теорем. К замечаниям, кроме небольшого количества опечаток, (их, надо сказать, совсем немного), следует отнести также небольшой список цитируемой литературы. Только в последнее время появилось более десятка работ (например, статьи Г.Г.Брайчева и В.Б.Шерстюкова), непосредственно примыкающих к теме исследования диссертации. Возможно, отсутствие ссылок на эти работы вызвано тем, что в них используются другие методы исследования. Но и сравнение методов было бы полезным.

Приведенные замечания ни в коей мере не снижают ценности диссертационной работы, в которой установлены новые результаты, представляющие значительный научный интерес.

Заключение

На основании вышеизложенного считаем, что диссертационная работа Мышакова Федора Сергеевича „Развитие теоремы Валирона–Гольдберга“, является законченной научно-квалификационной работой, содержащей решение нескольких классических задач теории целых функций. Актуальность темы, достоверность и значимость для науки результатов исследования не вызывают сомнений.

Автореферат диссертации полно и правильно отражает содержание диссертации, которая соответствует специальности 01. 01. 01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ. Таким образом, представленная диссертация по всем параметрам удовлетворяет критериям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г., № 842, в том числе всем требованиям п.п. 9, 10, 11,

12, 13, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук.

На основании вышеизложенного считаем, что Мышаков Федор Сергеевич заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико - математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв подготовлен кандидатом физико-математических наук, профессором кафедры математического анализа федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования „Московский педагогический государственный университет“ Брайчевым Георгием Генриховичем.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры математического анализа федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования „Московский педагогический государственный университет“ (Протокол № 1 от 5 сентября 2016 г.)

Профессор кафедры математического анализа
Московского педагогического государственного
университета, кандидат физико-математических
наук, доцент

Брайчев Георгий Генрихович

Заведующий кафедрой математического анализа
Московского педагогического государственного
университета, доктор физико-математических
наук, профессор

Геворкян Павел Самвелович

Контактная информация: ФГБОУ ВО „Московский педагогический государственный университет“, 119991, г.Москва, улица Малая Пироговская, дом 1, строение 1. телефон: +7 (499) 246-60-11; e-mail@mpgu.edu. С работами по профилю диссертации Мышакова Ф.С. „Развитие теоремы Валирона-Гольдберга“ сотрудников кафедры математического анализа можно ознакомиться в сети интернет по адресу Math-net.ru, E-library.ru.

