

**Отзыв официального оппонента
о диссертационной работе Мышакова Федора Сергеевича
«Развитие теоремы Валирона-Гольдберга»,**

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертация посвящена актуальному в теории целых функций направлению, связанному с изучением асимптотического поведения функции в зависимости от особенностей распределения ее нулей на комплексной плоскости. Рост целой функции традиционно описывается асимптотическими оценками логарифма максимума ее модуля в круге через считающую или усредненную считающую функцию последовательности нулей. Подобные оценки выявляют связь между асимптотическими характеристиками роста целой функции (тип, нижний тип) и плотностями (обычными или усредненными) множества ее нулей.

Основополагающими в тематике являются исследования французской школы по теории функций начала двадцатого века (Ж. Адамар, Э. Борель, Ж. Валирон, А. Данжуа). Эти исследования были продолжены группами математиков Харькова, Львова, Уфы, Москвы. Так, специалистам хорошо известна классическая теорема Валирона об оценке сверху для типа целой функции конечного порядка через верхнюю плотность ее нулей. Обоснование точности этой теоремы и существенные дополнения к ней, связанные с понятием уточненного порядка, были сделаны в большом цикле работ А. А. Гольдберга в 60-х годах прошлого века. В самое последнее время важные добавления к теореме Валирона-Гольдберга даны А. Ю. Поповым. Результаты круга теоремы Валирона-Гольдберга находят применения в теории целых функций вполне регулярного роста, негармоническом анализе, вопросах аппроксимации.

Задачи, рассматриваемые в диссертации, направлены на дальнейшее развитие указанной классической ветви теории целых функций конечного порядка. При этом охватываются случаи как целого, так и нецелого порядков.

Диссертационная работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы (22 наименования) общим объемом 83 страницы.

В 1-ой главе диссертации установлен аналог теоремы Валирона-Гольдберга, дающий точную оценку сверху для типа (при заданном уточненном порядке) целой функции конечного нецелого порядка через верхнюю усредненную плотность (относительно того же уточненного порядка) множества нулей. Результат получен из более общего утверждения: при естественном ограничении на усредненную считающую функцию множества нулей целой функции выводится в определенном смысле неуплучшаемая асимптотическая оценка сверху логарифма максимума ее модуля. Подробно обсуждается вопрос о точности второго члена асимптотики, записанного в виде специального несобственного интеграла в духе классической конструкции Данжуа.

В главе 2 вводится и изучается так называемый регуляризованный интеграл Валирона. Используя этот новый объект, Ф. С. Мышаков существенно уточняет теорему А. А. Гольдберга об оценке типа (при специально подбираемом новом уточненном порядке) целой функции бесконечного типа (при заданном уточненном порядке, стремящемся к целому числу). Уточнение состоит в получении соответствующей асимптотической оценки логарифма максимума модуля такой целой функции с неуплучшаемым (в определенном смысле) вторым членом асимптотической формулы.

Самостоятельный интерес представляют доказанные в 1-ой и 2-ой главах диссертации вспомогательные утверждения, сводящие задачу об оценке канонического произведения к вопросу об оценках специальных интегралов.

В заключении кратко подведены итоги проведенного исследования и обрисованы ближайшие перспективы развития тематики.

Таким образом, основные достижения диссертанта, определяющие научную новизну его работы, состоят в следующем.

1. Доказан аналог теоремы Валирона-Гольдберга в терминах усредненной верхней плотности множества нулей целой функции.

2. При некоторых довольно общих условиях на усредненную считающую функцию нулей доказана асимптотически точная оценка логарифма максимума модуля целой функции.

3. Дано существенное дополнение к одному результату А. А. Гольдберга об оценке сверху логарифма максимума модуля целой функции целого порядка и бесконечного типа.

Все полученные автором результаты сформулированы в виде строгих математических утверждений и аккуратно доказаны. Их достоверность подтверждается проведенными в работе сопоставлениями с известными фактами. Подчеркнем, что доказанные в диссертации утверждения по большей части имеют близкий к завершеному вид — возможные дальнейшие продвижения будут, на наш взгляд, сопряжены с серьезными трудностями. В ходе исследования Ф. С. Мышаков демонстрирует хорошую аналитическую технику и владение современными методами комплексного анализа. По совокупности результатов работа вносит существенный вклад в теорию целых функций.

Диссертация носит теоретический характер. Полученные в ней результаты будут полезны в исследованиях по теории целых функций и ее приложениям, проводимых в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова, Санкт-Петербургском государственном университете, ПОМИ РАН, Южном федеральном университете, Башкирском государственном университете, Институте математики с вычислительным центром УНЦ РАН и других отечественных и зарубежных научных центрах.

Результаты диссертации своевременно и в полном объеме опубликованы в 5 работах автора, включая 3 статьи в ведущих научных журналах из списка, рекомендованного ВАК. Основные результаты докладывались на трех международных конференциях и двух научных семинарах механико-математического факультета МГУ. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертационного исследования.

По диссертации имеется несколько замечаний, в основном, редакционного характера. Укажем некоторые из них.

1. В списке литературы недостаточно полно представлены «свежие» работы, связанные с тематикой диссертации. Например, совершенно не отражены исследования, интенсивно ведущиеся в последнее время вокруг родственной задачи (восходящей к теореме Валирона-Левина) об асимптотических оценках снизу логарифма максимума модуля целой функции через считающие функции ее нулей.

2. Нет единообразия в обозначении верхнего предела функции.

3. В формулах (1.2.13) и (1.2.15) для разных функций используется одно и то же обозначение.

4. Для вывода соотношений на стр. 71 (3-я строка сверху) вместе с (1.2.6) нужно использовать еще (1.2.9); кроме того, не ясно, откуда появляется множитель e .

5. Имеются опечатки в формулах (1.4.6), (2.5.2), (2.5.22) и формуле (2) из заключения.

Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку проведенного диссертантом исследования.

Считаю, что диссертационная работа «Развитие теоремы Валирона-Гольдберга» соответствует критериям, изложенным в п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24 сентября 2013 года, а ее автор Мышаков Федор Сергеевич безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук
по специальности 01.01.01 —
вещественный, комплексный
и функциональный анализ,
доцент кафедры высшей математики
Федерального государственного
автономного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Национальный исследовательский
ядерный университет «МИФИ»

Шерстюков Владимир Борисович

115409, Москва, Каширское ш., 31,
тел. 8 (495) 788-56-99,
E-mail: info@mephi.ru

Завещать
Завещать

Подпись удостоверяю
заместитель начальника отдела
документационного обеспечения
НИЯУ МИФИ



Евгения Шашкина