

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научной работе и  
стратегическому развитию  
Московского физико-технического  
института (государственного  
университета),  
доктор физико-математических наук



Аушев Тагир  
Абдул - Хамидович

2016 г.

## ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию

**Перная Владимира Витальевича**

«Пространства, порождённые обобщённой мажорантой частных сумм»,  
представленную на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

**Актуальность темы диссертации.** Мажоранты частных сумм играют важную роль в задачах сходимости функциональных рядов. Исследованию этих вопросов посвящены труды многих ведущих математиков XX века. При исследовании сходимости кратных функциональных рядов возникают обобщённые мажоранты частных сумм, свойства которых непосредственно связаны со свойствами семейства дискретных множеств, по которому берется верхняя грань. Определенные свойства этого семейства можно трактовать как его «сложность». Представленная диссертационная работа посвящена исследованию пространств, норма в которых порождается обобщённой мажорантой частных сумм по семействам множеств с определённой сложностью. Эта тематика относится к одному из направлений геометрии нормированных пространств на стыке с теорией приближений, теорией кратных рядов и дискретной математикой.

**Научная новизна и основные результаты диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. В кратком введении сформулированы цели исследования, дан краткий исторический обзор и приведены основные результаты диссертации.

Первая глава диссертации посвящена изучению типа пространств, норма в которых порождена обобщённой мажорантой частных сумм по семействам множеств с определёнными ограничениями на сложность, в частности, если семейства имеют структуру, аналогичную семейству  $d$ -мерных параллелепипедов. Для таких семейств получены оценки постоянных типа 2.

Результаты второй главы диссертации обобщают оценки  $\Phi$ -поперечников, полученные Ж. Бургейном и Б.С. Кашиным. А именно, неравенства для постоянной типа 2, полученные в первой главе, применяются для получения оценок  $\Phi$ -поперечников множества, аналогичного евклидову шару, в пространствах с нормой, порождённой обобщённой мажорантой частных сумм по семействам множеств с определенной сложностью.

Третья глава диссертации посвящена изучению семейств множеств, удовлетворяющих ограничениям на сложность из первых двух глав. С.В. Конягиным был поставлен вопрос о том, удовлетворяет ли указанным ограничениям на сложность семейство множеств, состоящее из всевозможных пересечений выпуклых подмножеств куба с целочисленной решеткой. Ключевым результатом этой главы является теорема, показывающая возможность хорошей аппроксимации указанного семейства семейством множеств простой структуры, удовлетворяющим ограничениям на сложность из первых двух глав.

В заключении сформулированы основные утверждения диссертации и указаны перспективы дальнейших научных исследований по тематике диссертации.

**Критический анализ диссертации.** По содержанию работы можно высказать следующие замечания.

1. В главе 3 на стр. 54 автор, желая показать, что точка  $a'_i$  является концом вектора  $\sum_{j=0}^d \overrightarrow{a_i a_j}$ , начало которого находится в точке  $a_i$ , применяет

нестандартную операцию сложения точки и вектора, которую следовало бы пояснить.

2. В главе 3 при аналитическом построении объемлющего симплекса автору стоило дать простую геометрическую трактовку этого симплекса, а именно, что он может быть получен как пересечение гиперплоскостей, проведенных через вершины обычного симплекса параллельно противоположным граням.
3. Отметим также что в диссертации имеются несколько легко устранимых опечаток.

Указанные замечания не влияют на общую оценку диссертации.

**Достоверность результатов диссертации.** Результаты диссертации являются новыми и полностью обоснованными. Диссертант продемонстрировал хорошее владение методами теории приближений, теории случайных процессов и геометрии нормированных пространств.

**Научная и практическая значимость.** Автором получены оригинальные результаты, имеющие теоретическую ценность. Результаты диссертации могут найти применение в теории приближений, теории кратных рядов и дискретной математике.

**Полнота опубликования основных результатов диссертации.** Результаты диссертации опубликованы в 2-х статьях в журнале «Математические заметки», издаваемом РАН и входящем в перечень ВАК.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. Диссертационная работа «Пространства, порождённые обобщённой мажорантой частных сумм» является завершённым научным исследованием и соответствует всем требованиям Постановления Правительства РФ от 24.09.2013 N 842 (ред. от 21.04.2016) "О порядке присуждения ученых степеней", а ее автор – Пернай Владимир Витальевич несомненно заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв на диссертацию Перная В.В. составлен доктором физико-математических наук Голубовым Борисом Ивановичем, обсужден и одобрен на научном семинаре кафедры высшей математики МФТИ «27» мая 2016 г., протокол № 6.

Профессор кафедры высшей математики,  
доктор физико-математических наук

Голубов Борис Иванович

Почтовый адрес: 141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер.,9

Телефон: 8 (495) 408 8172

Адрес электронной почты: golubov@mail.mipt.ru

Организация – место работы: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико–технический институт (государственный университет)»

Заведующий кафедрой высшей математики МФТИ,

доктор физико-математических наук, профессор

Половинкин Евгений Сергеевич

Почтовый адрес: 141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер.,9

Телефон: 8 (495) 408 7781

Адрес электронной почты: polovinkin@mail.mipt.ru

Организация – место работы: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико–технический институт (государственный университет)»

Сведения о ведущей организации  
по диссертации **Перная Владимира Витальевича**  
«Пространства, порожденные обобщенной мажорантой частных сумм»  
по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональ-  
ный анализ.

Полное наименование организации в соответствии с уставом	Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)»
Сокращенное наименование организации в соответствии с уставом	МФТИ
Ведомственная принадлежность	Министерство образования и науки Российской Федерации
Место нахождения	г. Москва
Почтовый индекс, адрес организации	141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский переулок,9
Веб-сайт	<a href="http://www.mipt.ru">http://www.mipt.ru</a>
Телефон	8 (495) 408-57-00
Адрес электронной почты	rector@mipt.ru
Список публикаций сотрудников МФТИ по теме диссертации соискателя в рецензируемых научных изданиях за последние 5 лет	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Волосивец С.С., Голубов Б.И.. Равномерная сходимость и интегрируемость мультипликативных преобразований Фурье // Матем. Заметки. 2015. Т. 98, выпуск 1. С. 44-60.</li> <li>2. Golubov Boris, Volosivets Sergey. Absolute convergence of the series of Fourier-Haar coefficients // Sampling Theory and Image Processing. 2014. V. 13, No 2. P. 125-149.</li> <li>3. Golubov B.I., Volosivets S.S. Fourier transforms in generalized Lipschitz classes // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. 2013. No 1. Pleiades Publishing, Ltd. ISSN: 0081-5438. P. 120-131.</li> <li>4. Волосивец С.С., Б.И. Голубов. Весовая абсолютная сходимость рядов из коэффициентов Фурье-Хаара // Теория функций, её приложения и смежные вопросы. Труды Математического центра им. Н.И. Лобачевского. 2013. Т. 46. Изд-во Казанского ун-та. С. 10-17.</li> </ol>

5. Golubov B.I. Absolute convergence of double series of Fourier-Haar coefficients for functions of bounded  $p$ -variation // Russian Mathematics. 2012. V. 56, No. 6. Allerton Press, Inc. ISSN: 1066-369X. P. 1-10.
6. Голубов Б.И. Сферический скачок функции и средние Бохнера-Рисса кратных рядов и интегралов Фурье // Математические заметки. 2012. Т. 91, выпуск 4. С. 506-514.
7. Golubov B.I., S.S. Volosivets. Fourier cosine and sine transforms and generalized Lipschitz classes in uniform metric // Ukrainian Math. J. 2012. V. 64, No 5. P. 616-627.
8. Golubov B.I., Volosivets S.S. Generalized absolute convergence of single and double Fourier series with respect to multiplicative systems // Analysis Mathematica. 2012. V. 38, No 2. P. 105-122.
9. Golubov Boris. Absolute convergence of multiple series of Fourier-Haar coefficients of functions of bounded  $p^{\text{th}}$ -power Hardy type variation // Communications in Mathematics and Applications. 2012. V. 3, No 3. P. 243-252.
10. Голубов Б.И., Волосивец С.С. Обобщенная весовая интегрируемость мультипликативных преобразований Фурье // Труды МФТИ. 2011. Т. 3, № 1(9). С. 49-56.
11. Волосивец С.С., Б.И. Голубов. Весовая интегрируемость мультипликативных преобразований Фурье // Труды Мат. ин-та им. В.А. Стеклова РАН. 2010. Т. 269. С. 71-81.
12. Golubov B.I. The Walsh transform belonging to the space  $L^p (1 < p < 2)$  // Annales Univ. Sci. Budapest. Section Comput. 2010. V. 33. P. 205-218.

	<p>13. Иванов Г.М., Половинкин Е.С. Одно обобщение теоремы об усреднении множеств // Математические заметки. 2012. Т. 92, выпуск 3. С. 410-416.</p> <p>14. Половинкин Е.С. Об одном контр-примере в анализе // Математические заметки. 2014. Т. 95, выпуск 1. С. 123-128.</p>
--	---

«Верно»

Проректор по учебной работе  
и стратегическому развитию МФТИ,  
доктор физико-математических наук



Аушев Тагир Абдул-Хамидович

«31» мая 2016 года

МП

