

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по НИР ФГБОУ ВО  
«СГУ имени Н.Г.Чернышевского»  
доктор физ. мат. наук, профессор  
А. А. Короновский

«30» мая 2016 г.



## ОТЗЫВ

ведущей организации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г.Чернышевского»

на диссертацию

МЕЛЕШКИНОЙ АННЫ ВЛАДИМИРОВНЫ

«О коэффициентах разложения функций некоторых классов  
по ортонормированным базисам и фреймам»,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01— вещественный, комплексный и функциональный анализ.

В диссертации Мелешкиной А. В. получено решение некоторых задач вещественного и функционального анализа, относящихся к теории приближения функций и теории ортогональных рядов. Исследованы современные вопросы пелишейной аппроксимации ( $n$ -членные приближения отдельных функций и классов функций) в контексте теории фреймов и классические вопросы абсолютной сходимости кратных рядов Фурье по общим ортогональным системам. Указанная тематика является глубоко исследованной и весьма популярной и среди широкого круга специалистов по теории функций. Несмотря на это обстоятельство, Мелешкиной А. В. удалось получить принципиально новые результаты по тематике диссертационной работы при помощи подходящих постановок вспомогательных задач и удачного выбора методов их решения, которые не всегда прямо и непосредственно продиктованы содержанием подлежащих изучению основных вопросов.

Диссертационная работа состоит из Введения, Глав 1–4 и Заключения. Введение правильно отражает содержание работы, содержит формулировки всех основ-

ных результатов и указывает на их новизну в сравнении с известными классическими и современными результатами по рассматриваемой тематике.

Основные результаты, полученные Мелешкиной А. В., заключаются в следующем. В главе 1 диссертационной работы доказана теорема 1.1, которая является развитием классического результата С. Н. Бернштейна о связи абсолютной сходимости тригонометрического ряда Фурье функции и ее показателем липшицевости. Теорема 1.1 устанавливает существование функции с предельным или близким к предельному показателем липшицевости, для которой не сходится абсолютно ряд из ее коэффициентов по произвольному нормированному базису в  $L^p[0, 1]^d$ ,  $1 < p < \infty$ . Этот результат развивает известные результаты Б. С. Митягина и Б. С. Кашина, полученные, соответственно, для ортонормированного базиса на  $d$ -мерном кубе и для произвольного нормированного базиса, но при  $d = 1$ .

В главе 2 приведены теоремы 2.1 и 2.2, дающие оценку снизу и, соответственно, сверху  $n$ -членных приближений канонического разложения по жесткому равномерно ограниченному в  $L^p$  фрейму для класса характеристических функций интервалов. Задача получения таких оценок является одномерным вариантом одного вопроса С. В. Конягина. Автор диссертационной работы отмечает, что для получения оценок снизу  $n$ -членных приближений класса характеристических функций интервалов не применим известный геометрический подход и использует другой метод, основанный на технике теории ортогональных рядов, и развивает этот метод, распространяя его на канонические разложения по жестким фреймам, которые являются обобщением полных ортонормированных систем функций. Автор диссертационной работы указывает, что теоремы 2.1 и 2.2 второй главы получены в их совместных работах с Б. С. Кашиним. По поводу теоремы 2.2 заметим, что в процессе ее доказательства в явном виде построен ортонормированный базис, проекцией которого (ограничением функций с отрезка  $[0, 1]$  на  $[0, \frac{1}{2}]$ ) является жесткий фрейм с искомыми свойствами. Хорошо известно, что всякий жесткий фрейм является проекцией ортонормированного базиса объемлющего пространства, но явное конструктивное задание такого базиса в конкретных ситуациях часто вызывает известные трудности, которые в ситуации доказательства теоремы 2.2 были успешно преодолены.

В главе 3 изучается поведение коэффициентов Фурье характеристических функций интервалов по ортонормированным базисам, ограниченным в  $L^p[0, 1]$ ,  $2 < p < \infty$ .

Наконец, в заключительной главе 4 строится пример функции двух переменных с условием на ее модуль непрерывности, ряд Фурье которой не сходится абсолютно. Снова отметим, что доказательство соответствующей теоремы 4.1 носит конструктивный характер.

Все основные результаты, полученные в диссертации Мелешкиной А. В., являются новыми и вносят свой вклад в развитие теории функций и приближений, теории ортогональных рядов и близких областей вещественного и функционального анализа.

Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть использованы специалистами по вещественному и функциональному анализу, работающими в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова, Математическом институте РАН имени В. А. Стеклова, Саратовском национальном исследовательском университете имени Н. Г. Чернышевского, Казанском федеральном университете, Воронежском государственном университете, Уральском федеральном университете, Институте математики и механике имени Н. Н. Краковского УрО РАН других университетах и научных центрах.

Достоверность полученных в диссертационной работе результатов подкрепляется строгими математическими доказательствами с использованием методов теории функций, теории приближений функций.

Основные результаты диссертационной работы докладывались на международных и российских конференциях, а также на научных семинарах.

Основные результаты диссертации в полной мере опубликованы в 4 статьях, из которых 3 статьи без соавторов и 1 статья в соавторстве с Б. С. Кашиным (эта статья, как отмечается в диссертационной работе, легла в основу материала главы 2, остальные главы 1, 3, 4 выполнены на основе материала статей Мелешкиной А. В. без соавторов). Все упомянутые 4 статьи опубликованы в журналах, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования (по состоянию на 17 февраля 2016 года).

Автореферат полно отражает основные результаты диссертации.

Содержание и полученные результаты данной диссертационной работы соответствуют паспорту специальности 01.01.01— вещественный, комплексный и функциональный анализ.

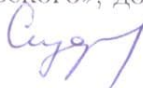
Замечаний по существу содержания диссертационной работы нет. Во всем тексте диссертации имеются единичные опечатки, не оказывающие влияния на понимание сути работы. Например, в разделе Используемые обозначения на стр. 4 при определении нормы  $\|f\|_{L^p(\Omega)} = \left( \int_{\Omega} |f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}$  жирным шрифтом следует выделить не только  $x$  после знака дифференциала, но и в аргументе функции  $f$ ; на стр. 21 в 9-й строке сверху вместо ... саратовского ... следует написать ... саратовской ..., там же в 9-й строке снизу вместо ... журнала ... - ... журналах.

Отмеченные замечания существенно не влияют на достоверность результатов и значимость диссертационной работы А. В. Мелешкиной. Полученные результаты являются новыми, представляют несомненный научный интерес.

Диссертационная работа Мелешкиной Анны Владимировны «О коэффициентах разложения функций некоторых классов по ортонормированным базисам и фреймам» является законченным научным исследованием и соответствует требованиям п. 9-14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденному постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор заслуживает присуждения искомой степени по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв составлен профессором кафедры теории функций и приближений ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», д.ф.-м.н. Павлом Александровичем Терехиным.

Отзыв одобрен и утвержден на заседании кафедры теории функций и приближений ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» (протокол N 12 от 30 мая 2016 года).

Заведующий кафедрой теории функций и приближений  
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н. Г. Чернышевского», доктор  
физико-математических наук (01.01.01)  Сергей Петрович Сидоров

410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, 9 учебный корпус СГУ, к. 320  
email: SidorovSP@info.sgu.ru, тел.+7 (8452) 51-55-32

