

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Е. А. Кудрявцевой
Топология пространств функций Морса и инварианты бездивергентных полей,
представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.04 (геометрия и топология)

Функции Морса являются одним из ключевых орудий топологии многообразий, имеющих многочисленные применения. Этот статус они приобрели после работ С. Смейла по обобщенной гипотезе Пуанкаре. Значительный вклад в исследование топологии пространств функций на многообразиях внесли такие известные математики как В. И. Арнольд и В. А. Васильев. А инварианты бездивергентных полей связаны с исследованиями по топологии гамильтоновых систем, которые проводились А. Т. Фоменко, С. В. Матвеевым, Х. Цишангом, А. В. Болсиновым (для интегрируемых полей и систем), Е. Калаби, В. И. Арнольдом, А. Банныгой (для произвольных бездивергентных полей и гамильтоновых систем) и другими отечественными и зарубежными математиками. Поэтому актуальность тематики диссертации Кудрявцевой вне всяких сомнений.

Диссертация Кудрявцевой состоит из пяти глав.

В первой главе диссертации задача о реализации (необязательно морсовских) гладких функций на замкнутой двумерной поверхности в виде функции высоты при погружении в трехмерное пространство получила исчерпывающее решение. Здесь не только дано необходимое и достаточное условие существования такого погружения, но и перечислены все компоненты связности пространства погружений. Доказаны свойства поднятия пути. Полноту и глубину полученных в этой главе диссертации результатов хорошо иллюстрирует полученное Кудрявцевой новое эффективное доказательство знаменитой теоремы Смейла о "выворотке сферы".

Вторая глава диссертации носит вспомогательный, технический характер. Здесь получен критерий топологической эквивалентности функций Морса и их возмущений на произвольной компактной поверхности. Доказана бесконечность количества связных компонент пространства функций Морса на компактной связной поверхности с закрепленными критическими точками, при наличии седел. Изучена факторгруппа группы диффеоморфизмов, сохраняющих компоненту связности данной функции в пространстве функций, по ее подгруппе, порожденной диффеоморфизмами, сохраняющими какие-либо функции из этой компонен-

ты.

Третья глава диссертации посвящена описанию структуры разбиения пространств морсовских функций на двумерных компактных многообразиях на классы топологической эквивалентности, а также описанию гомотопического типа этого бесконечномерного пространства. Для описания этих структуры и гомотопического типа Кудрявцева вводит понятие косоугольного цилиндрически-полиэдрального комплекса. Для функций, некоторые из критических точек которых помечены различными метками (т.е. пронумерованы), с достаточно большим числом отмеченных критических точек (у которых количество отмеченных критических точек превосходит эйлерову характеристику области определения) построены косоугольный цилиндрически-полиэдральный "комплекс оснащенных функций Морса" и стратифицированное многообразие — универсальное пространство модулей оснащенных функций Морса. В терминах этих комплекса и стратифицированного многообразия описаны гомотопический тип и строение рассматриваемого пространства функций.

В четвертой главе диссертации изучается вопрос о существовании непрерывных C^0 -траекторных инвариантов на пространстве невырожденных интегрируемых несжимаемых течений на компактном трехмерном многообразии, а также близкий вопрос о существовании непрерывных инвариантов C^0 -сопряженности гамильтоновых систем на компактных поверхностях. Основные результаты заключаются в введении бесконечной серии бициклических атомов, обнаружении относительно-продолжимых m -инвариантов гамильтоновых систем на бициклических атомах по отношению к соответствующим классам бициклических возмущений. Получены эффективные условия устойчивой несопряженности пар гамильтоновых систем.

Пятая глава диссертации посвящена изучению топологических инвариантов несжимаемых течений на компактных трехмерных многообразиях. Основным результатом неожиданный: оказалось, что вполне естественные и на первый взгляд слабые требования (типа регулярности) к рассматриваемым инвариантам влекут сводимость последних к хорошо известному функционалу спиральности, представляющему собой усредненный коэффициент зацепления пар интегральных траекторий.

Следует отметить, что пространства морсовских функций, которым посвящены первые три главы диссертации, и несжимаемых течений, изучаемые в ее четвертой и пятой главах, органически связаны друг с другом. Например, пространство невырожденных гамильтоновых систем из главы 4 является открытым подмножеством прямого произведения пространства функций из главы 3 и стягиваемого пространства симплектических структур. Таким образом, диссертация Кудрявцевой обладает

необходимым внутренним единством.

В диссертации Кудрявцевой даны ответы на многие трудные вопросы топологии пространств функций Морса и гамильтоновых систем. Совершенство систематически изложенного в диссертации значительного объема нового первоклассного научного материала создает критическую массу, которая позволяет квалифицировать диссертацию Кудрявцевой как новое перспективное научное направление. Результаты диссертации могут быть использованы специалистами, работающими в МГУ, МИРАН, МПГУ, Петрозаводском госуниверситете, Томском госуниверситете и других университетах, в частности, при чтении спецкурсов по дифференциальной топологии. Ряд результатов уже нашел применение в работах специалистов.

Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, новы, получены лично автором и строго доказаны. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками. Основные результаты диссертации опубликованы в открытой печати. Свыше десятка работ автора по теме диссертации вышли в зарубежных и отечественных журналах из списка ВАК. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Диссертация Кудрявцевой удовлетворяет пп. 9, 10, 11, 13, 14 "Положения о порядке присуждения ученых степеней", а ее автор Кудрявцева Е. А. заслуживает присуждения ей ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.04 (геометрия и топология).

Член-корреспондент РАН, главный научный сотрудник института математики РАН им. В.А. Стеклова, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.04

6.X.2016 *Щепин* Е. В. Щепин

Подпись Е.В. Щепина
удостоверяю *Щепин*

Ученый секретарь
П. А. Яковлев



Почтовый адрес: Россия, 119991, Москва, ул. Губкина, д. 8, комн. 534.
Тел.: +7(495) 984 81 41 * 37 87.
E-mail: scepin@mi.ras.ru.