

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе  
Московского авиационного института

(национального исследовательского университета)

д. т. н., профессор Ю. А. Равикович

«1» сентября 2016 г.

## ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Кафедры теоретической механики

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего профессионального образования «Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)»

на диссертацию Е. С. Шалимовой «Некоторые задачи динамики точки,  
соприкасающейся с подвижной поверхностью»,

представленной на соискание учёной степени кандидата

физико-математических наук по специальности 01.02.01 – «Теоретическая  
механика»

Вращательные движения твердых тел имеют широкое применение в разнообразных технологических процессах. Здесь можно перечислить системы химико-механической очистки/стирки изделий и, в особенности, всевозможные системы, оснащенные вращающимися барабанами и обеспечивающими формирование/обработку гранулярных сред.

В простейших случаях движение такой среды можно приближенно описать в виде движения одной условной материальной точки, взаимодействующей с технологическими поверхностями (например – лопатками) вращающегося барабана. При этом важную роль играет модель трения при взаимодействии частицы и поверхности. После перечисленных упрощений динамическая модель может быть сведена к описанию движения материальной точки, на которую может быть наложена (удерживающая / неудерживающая) реономная связь. Плюс к этому надо добавить, что связь считается неидеальной. Оказывается, исследова-

ние устойчивости движений (стационарных и периодических) в таких задачах является исключительно трудной задачей, актуальность решения которой не подлежит сомнению.

В диссертации найдены удачные постановки механических задач с реономными связями и эти постановки, несомненно, являются новыми. В то же время, работа выполнена в классическом стиле: найдены семейства положений равновесия (абсолютного или относительного) и затем, при помощи критерия Гурвица, найдены условия устойчивости. Связи реализуются при помощи вращающейся в поле сил тяжести: сферы, кольца, параболоида. Так что имеем следующие случаи конфигурационного многообразия: размерности 2 (сфера, параболоид) и размерности 1 (кольцо). Ось вращения может быть направлена как угодно – в общем положении под углом к местной вертикали. Этот угол является одним из параметров задачи. Вторым существенным параметром задачи является коэффициент трения / вязкости при контакте частицы и поверхности.

Заметим, что существенной особенностью работы является использование избыточных координат и при вычислении положений равновесия и при исследовании их устойчивости. И во всех случаях использование избыточных координат позволяет эффективно решить задачу без значительного аналитического усложнения самого процесса решения. Такая постановка динамической задачи характерна для современных систем компьютерного моделирования динамики. Как известно, подобные системы дифференциально – алгебраических уравнений называются обычно уравнениями Лагранжа первого рода (с множителями). При этом именно множители требуются в инженерном анализе динамики, поскольку они и есть в точности реакции, искомые в процессе проектирования механических систем.

Содержание диссертации показывает, что автор достаточно эффективно справляется со значительными аналитическими трудностями, возникающими при решении задач устойчивости движения частицы на вращающихся поверхностях. Заметим здесь, что с прикладной точки зрения в технике и технологии может быть желательным не обеспечивать режимы устойчивого «залипания» части-

цы на вращающейся поверхности (этот случай соответствует процессу формирования покрытия поверхности материалом, из которого состоят частицы), а наоборот – избегать такого залипания (этот случай соответствует неустойчивости положений исследуемых равновесий и приводит в приложениях к обеспечению корректной работы технологического процесса перемешивания материала, состоящего из моделируемых частиц).

Рассматривая текст диссертации в последовательности глав отметим, что во Введении представлен достаточно подробный обзор методов исследования динамики механических систем, включающих контакты с учетом различных моделей трения. В Главе 1 изучаемая модель движения точки близка к модели, применяемой для симуляции работы устройств формирования гранул во вращающихся барабанах, в которых и формируются гранулы из влажной вязкой массы. Здесь даже в «простейшем» случае вязкого трения в контакте частицы и вращающейся сферы возникает несколько семейств положений абсолютного (относительно инерциальной системы координат) равновесия, что сразу приводит к задаче, достаточно сложной аналитически. Помимо положений равновесия рассмотрены также периодические и двояко-асимптотические решения и условия их существования. По аналогии с классическим маятником такие решения здесь могут существовать.

В Главе 2 выполнен качественный анализ условий существования положений абсолютного равновесия материальной точки, совершающей движение по шероховатой сфере с сухим трением в контакте. Как и в Главе 1, сфера совершает равномерное вращение вокруг наклонной оси. Заметим, что здесь вновь рассматривается не относительное (относительно сферы) движение частицы, а его абсолютное движение. Также заметим, что для случая сухого трения удается избежать проблемы «залипания» в силу того, что в положении (абсолютного) равновесия имеет место относительное проскальзывание, и связь остается напряженной в некоторой достаточно малой окрестности точки равновесия.

Далее, в остающихся главах диссертации, рассмотрены условия существования положений относительного равновесия материальной точки, остающейся

на вращающейся окружности, параболоиде, сфере. Аналитическое исследование семейств существования и устойчивости положений относительного равновесия проведено последовательно, четко и достаточно аккуратно. В контакте частицы и конфигурационного многообразия используется модель сухого или вязкого трения. Что касается содержания Главы 5, то здесь особенно интересно исследование устойчивости целых множеств, состоящих из неизолированных положений относительного равновесия.

Из замечаний к диссертации нами могут быть отмечены следующие:

1. Текст диссертации, в некоторой степени, конспективен (что с другой стороны можно объяснить значительным объемом аналитического материала). Поэтому не везде изложение имеет прозрачный смысл – обстоятельство, затрудняющее чтение текста работы.

2. Большое количество ссылок в Главе 3 ссылаются на объекты Главы 5 вместо объектов Главы 3.

3. Стр. 40. В первое уравнение системы (3.2) следует добавить слагаемое  $F_x$ , так как в общем случае реакция может иметь компоненту, перпендикулярную плоскости бусинки.

4. Стр. 41. К списку объектов преобразования (3.5) следует добавить компоненту реакции  $F_y$ .

5. Стр. 49. В третье уравнение системы (4.2) следует добавить слагаемое  $F_z$ , так как в общем случае реакция может иметь вертикальную компоненту.

6. Стр. 66. Неточность: многочлен в (5.13) имеет не четвертую, а вторую степень по переменной  $x$ .

7. Стр. 70. Следует дополнить громоздкое выражение на стр. 70 до подходящего условия устойчивости.

8. Стр. 71. Терминология: переменная угла  $\theta$  – это не долготная, а широтная координата.


9. В ссылке [61] не указан год издания.

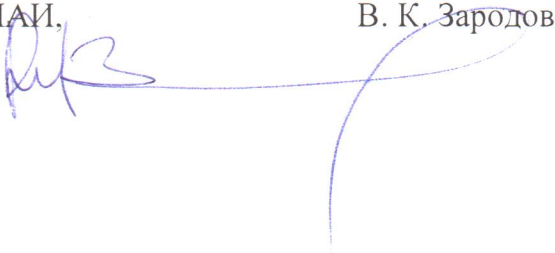
В остальном текст диссертации представляется корректным. Отмеченные недочеты не снижают общего высокого качества исполнения работы. Автор эф-

эффективно применяла самые разнообразные аналитические инструменты, продемонстрировала высокий профессиональный уровень в применении инструментов теоретической механики, математического анализа, дифференциальных уравнений. При этом на высоком уровне качества были решены задачи, представляющие теоретический и очевидный прикладной интерес. Работа очевидным образом может быть полезна специалистам как теоретического, так и прикладного профиля.

Автореферат соответствует содержанию диссертации. Представленный текст соответствует требованиям, предъявляемым к содержанию кандидатских диссертаций и его автор, Шалимова Екатерина Сергеевна, достойна присуждения ей степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв рассмотрен и утвержден на заседании кафедры теоретической механики МАИ 30 августа 2016 года (протокол № 1).

Декан факультета прикладной математики и физики МАИ,  С. С. Крылов  
к. ф.-м. н., доцент

Доцент кафедры теоретической механики МАИ,  В. К. Зародов  
к. ф.-м. н., доцент