

## **ОТЗЫВ официального оппонента**

о диссертационной работе Екатерины Сергеевны ШАЛИМОВОЙ  
“Некоторые задачи динамики точки, соприкасающейся с подвижной  
поверхностью”,  
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по специальности 01.02.01 - теоретическая механика

Диссертационная работа Шалимовой Екатерины Сергеевны посвящена задачам динамики тяжелой точки, соприкасающейся с подвижной поверхностью, в предположении о наличии трения между точкой и поверхностью.

### **Актуальность темы исследования**

Задача о движении точек и твердых тел по подвижным поверхностям при наличии трения является одной из классических проблем механики. Подобные задачи возникают при изучении различных прикладных систем с подвижными элементами. Наличие в системах трения приводит к тому, что уравнения движения системы имеют, как правило, переменную структуру и могут также обладать множествами неизолированных установившихся движений, зависящих от параметров. Исследование таких зависимостей, в частности, бифуркаций и устойчивости множеств установившихся движений, и возможных связанных с их наличием эффектов, является актуальной задачей.

### **Содержание работы**

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы (71 наименование). Общий объем работы – 88 страниц. Во введении приведен обзор работ по теме диссертации и дано краткое описание ее содержания.

Первая и вторая главы диссертации посвящены задаче о движении тяжелой точки по поверхности сферы, которая вращается вокруг наклонной оси, проходящей через ее центр, с постоянной угловой скоростью. В первой главе предполагается, что взаимодействие точки и сферы происходит по закону вязкого трения, во второй рассматривается случай сухого трения. Для системы находятся положения равновесия точки в абсолютном пространстве, рассматривается вопрос их устойчивости. В случае вязкого трения предлагается также восходящий к исследованиям Пуанкаре и Понтрягина подход к поиску периодических решений системы, порожденных периодическими решениями аналогичной системы в отсутствие трения. Для случая сухого трения исследуется существование в системе множеств неизолированных относительных равновесий, изучается их зависимость от параметров системы.

В третьей главе рассматривается задача о движении тяжелой бусинки, надетой на тонкий обруч, который вращается с постоянной угловой скоростью, проходящей через его центр. Бусинка и обруч взаимодействуют по закону сухого трения. Для такой системы исследуется существование множеств неизолированных положений равновесия.

Четвертая глава работы посвящена задаче о движении тяжелой точки в параболоидальной чаше, которая вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью. Предполагается, что взаимодействие точки и чаши происходит по закону сухого трения. Для этой задачи также находится условие существования множеств неизолированных положений относительного равновесия и исследуется их зависимость от параметров системы.

В пятой главе диссертации изучается задача о движении тяжелой точки по поверхности сферы, вращающейся с постоянной угловой скоростью вокруг вертикальной оси, не совпадающей с ее диаметром. Взаимодействие точки и сферы происходит по закону сухого трения. Для системы исследуется существование множеств неизолированных положений относительного равновесия, а также их зависимость от параметров системы. Также обсуждается вопрос устойчивости найденных равновесий.

В заключении приведены результаты диссертации, выносимые на защиту.

#### **Основные результаты, полученные в ходе выполнения диссертационной работы:**

В задаче о движении тяжелой точки по поверхности вращающейся сферы при наличии вязкого или сухого трения найдены положения абсолютного равновесия, исследована их устойчивость и зависимость от параметров. В случае вязкого трения предложен и апробирован в ходе численного эксперимента подход к отысканию начальных условий существования периодического решения изучаемой системы в предположении о малости коэффициента трения. В случае сухого трения найдено условие существования в системе областей относительных равновесий, построены бифуркационные диаграммы, демонстрирующие их зависимость от параметров.

В задаче о движении бусинки, надетой на тонкий обруч, также было найдено условие существования относительных положений равновесия и построены бифуркационные диаграммы при разных значениях угла наклона оси вращения.

В задаче о движении точки в параболоидальной чаше получены условия существования относительных равновесий. В частном случае, когда параболоидальная поверхность представляет собой параболоид вращения, исследована зависимость этих областей от параметров системы. Для несимметричного случая с помощью численного счёта продемонстрированы

возможные топологические перестройки областей, заполненных неизолированными относительными равновесиями.

В задаче о движении тяжелой точки по поверхности сферы, вращающейся с постоянной угловой скоростью вокруг вертикальной оси, не совпадающей с ее диаметром, найдено условие существования в системе относительных равновесий. Их зависимость от параметров системы проиллюстрирована графически в виде разверток на цилиндре. Кроме того, получено условие, позволяющее определить направление движения точки, запущенной без начальной скорости с границы области равновесия.

### **Достоверность и новизна полученных результатов**

Достоверность всех полученных результатов определяется использованием строгих методов анализа. Результаты апробированы на научных конференциях и семинарах и получили высокую оценку специалистов. Они опубликованы в журналах, входящих в перечень ВАК и базу данных Web of Science.

### **Общая оценка диссертационной работы**

Работа выполнена на высоком научном уровне, основные результаты новы, обоснованы аналитическими и численными методами анализа динамических систем, своевременно и полно опубликованы в пяти статьях (из них четыре были опубликованы в журналах из списка ВАК) и имеют несомненное фундаментальное значение. Диссертационная работа выполнена на актуальную тему. Материал диссертации изложен логично и аргументировано. Автореферат диссертационной работы и публикации автора полностью отражают содержание диссертации и соответствуют требованиям ВАК.

### **Замечание по диссертационной работе**

Автору следовало бы обсудить "чувствительность" полученных результатов к выбору модели трения, например, к выбору вместо модели Кулона-Амонтона модели Штрибека, см.

van Geffen V., "A study of friction models and friction compensation," DCT, vol. 118, p. 24, 2009.

Кроме того, представляет интерес рассмотрение других поверхностей вращения, а также аналогичных задач для случаев двух- и более точечных контактов.

Данные замечания не снижают общей положительной оценки работы.

### **Заключение**

Считаю, что работа "Некоторые задачи динамики точки, соприкасающейся с подвижной поверхностью" удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым

к кандидатским диссертациям, а ее автор - Шалимова Екатерина Сергеевна  
заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.02.01 – теоретическая механика

30.08.2016

Заведующий кафедрой теоретической механики  
МФТИ, доктор физико-математических наук,  
профессор

Александр Павлович Иванов

Почтовый адрес: 141700, Московская область,  
г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Телефон: 8 (495) 408-45-54

Email: apivanov@orc.ru

