

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Механико-математический факультет  
Кафедра прикладной механики и управления  
Лаборатория управления и навигации

На правах рукописи

Джепе Али

**ЗАДАЧА НАВИГАЦИИ И ОРИЕНТАЦИИ  
ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ  
НА ОСНОВЕ ДАТЧИКОВ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ  
И МНОГОАНТЕННОГО СПУТНИКОВОГО ПРИЕМНИКА**

Специальность 01.02.01 Теоретическая механика

**АВТОРЕФЕРАТ**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук

Москва – 2016

Работа выполнена на кафедре прикладной механики и управления  
механико-математического факультета Московского государственного  
университета имени М.В.Ломоносова

- Научный руководитель:** Голован Андрей Андреевич,  
доктор физико-математических наук
- Официальные оппоненты:** Копылов Игорь Анатольевич,  
доктор технических наук,  
Государственный научный центр РФ  
«Летно-исследовательский институт  
имени М.М. Громова»  
Иванов Данил Сергеевич,  
кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник  
ФГУ Федеральный исследовательский центр  
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН
- Ведущая организация:** Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего  
образования «Московский авиационный  
институт (национальный исследовательский  
университет)» (МАИ)

Защита диссертации состоится «23» сентября 2016г. в 16 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 501.001.22 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, ауд. 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале отдела диссертаций Фундаментальной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова по адресу: Ломоносовский проспект, д. 27 и на сайте

<http://mech.math.msu.su/~snark/files/diss/0129diss.pdf>

Автореферат разослан «\_\_\_», \_\_\_\_\_ 2016г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Прошкин Владимир Александрович

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы.

Диссертационная работа посвящена задаче навигации гипотетического искусственного спутника Земли, навигационный комплекс которого состоит из датчиков угловой скорости (ДУС) и многоантенного приемника сигналов спутниковых навигационных систем (СНС) ГЛОНАСС и/или GPS. Ставится задача построения и обоснования алгоритмов комплексной обработки, предоставляемой этими датчиками, в условиях, когда спутниковая навигационная информация может быть нерегулярной: возможны пропуски этой информации, число видимых спутников может быть малым и т.п.

В диссертационной работе в части задачи ориентации не рассматривались варианты комплексирования ДУС с иными датчиками навигационной информации: астродатчиками, магнитометрами, датчиком направления на Солнце, инфракрасной вертикалью, поскольку такие задачи исследовались другими авторами.

Диссертационное исследование было нацелено именно на задачи интеграции данных ДУС и многоантенных СНС, поскольку эта тематика в настоящее время формируется.

Исследуемая задача навигации спутника состоит из двух подзадач:

- собственно задачи навигации – задаче определения траекторных параметров движения характерной точки спутника, например, точки установки базовой спутниковой антенны. Под траекторными параметрами понимаются координаты и вектор относительной скорости этой точки, для определенности, в осях Земной, гринвичской системы координат.

Рассматриваются несколько возможных постановок этой задачи, когда

- для решения задачи может использоваться так называемая вторичная спутниковая информация – встроенные позиционные и скоростные решения приемника сигналов СНС;
  - для решения задачи может использоваться так называемая первичная спутниковая информация – кодовые псевдодальности, доплеровские псевдоскорости, фазовые измерения;
  - для решения задачи могут использоваться совместные данные систем ГЛОНАСС и GPS.
- задачи ориентации – задаче определения параметров ориентации спутника путем комплексной обработки информации, предоставляемой ДУС и фазовыми измерениями многоантенного спутникового приемника.

Здесь также рассматриваются несколько возможных постановок этой задачи, когда

- для решения задачи может использоваться так называемая вторичная спутниковая информация – встроенные ориентационные решения многоантенного приемника сигналов СНС;
- для решения задачи может использоваться так называемая первичная спутниковая информация – фазовые измерения от нескольких антенн;
- исследуются вопросы чувствительности алгоритма комплексирования информации к неточности задания базовых векторов многоантенной системы,

несовпадения приборного трехгранника, образованного осями чувствительности ДУС и связанной с корпусом объекта системой координат, к осям которой привязаны координаты спутниковых антенн.

Разработанные в диссертационной работе алгоритмы комплексной обработки информации не привязаны к конкретному типу датчиков угловой скорости, их классу точности, типу приемника спутниковой навигации и в этом смысле унифицированы.

В настоящее время многоантенные спутниковые приемники доступны на рынке. Технология их производства в достаточной степени отработана. На рынке доступны также датчики угловой скорости разного класса точности, габаритов, энергопотребления, разных физических принципов измерения полезного сигнала. Представляется, что сочетание ДУС + многоантенный СНС приемник станет достаточно стандартной комплектацией искусственных спутников Земли, когда требования по решению задачи ориентации не очень высоки.

Поэтому исследование задач комплексирования ДУС + многоантенный СНС приемник в задачах навигации искусственного спутника Земли представляется актуальной.

#### **Научная новизна.**

В работе получены следующие основные результаты.

1. Разработаны, обоснованы, подтверждены математическим моделированием модели и алгоритмы решения задачи определения траекторных параметров движения малого спутника при помощи вторичной, первичной информации СНС, модели орбитального движения спутника.
2. Показано, что следует использовать первые разности первичных спутниковых измерений, в том числе при совместной обработке измерений GPS и ГЛОНАСС, позволяющих решать эту задачу при малом числе видимых спутников, когда информация СНС не регулярна.
3. Выведены и обоснованы модели задачи определения ориентации спутника при помощи показаний ДУС и вторичной информации от системы разнесенных спутниковых антенн.
4. Выведены и обоснованы модели задачи интеграции данных ДУС и фазовых измерений многоантенной спутниковой навигационной системы.
5. Приведена и обоснована схема стохастического анализа чувствительности задачи ориентации к неточности знания координат базовых векторов и их возможной неортогональности. Представленный анализ основан на понятии редуцированной модели задачи оценивания и стохастической меры оцениваемости.

#### **Практическое применение.**

Разработанные алгоритмы могут найти практическое применение при разработке программно-математического обеспечения навигационного комплекса искусственных спутников Земли.

#### **Структура и объем работы.**

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения, списка литературы и двух приложений.

Во введении обосновывается актуальность темы, дается краткий обзор и краткое содержание диссертации.

В первой главе исследуется задача определения траекторных параметров малого спутника, использующего аппаратуру спутниковой навигации.

Приводятся результаты моделирование задачи, в котором за основу берутся характеристики траекторного движения спутника МГУ «Университетский-Татьяна-2». Приводится краткое описание моделей и допущений, использующихся при построении траекторного движения малого спутника «Университетский-Татьяна-2», даются сведения о моделировании первичных и вторичных спутниковых измерений, моделировании измерений датчиков угловых скоростей.

В этой главе также описаны алгоритмы оценивания для случаев регулярной и не регулярной спутниковой информации.

Во второй главе рассматривается задача определения параметров движения вокруг центра масс малого спутника «Университетский-Татьяна-2», основанная на показаниях датчиков угловых скоростей и измерениях, доставляемых системой разнесенных спутниковых антенн.

При этом дается краткое описание моделей и алгоритмов, использующихся при описании углового движения малого спутника «Университетский-Татьяна-2», даются кинематические соотношения, связывающие компоненты угловой скорости спутника с углами ориентации.

В третьей главе проводится стохастический анализ точности оценивания параметров ориентации в зависимости от неточности знания координат базовых векторов многоантенной спутниковой системы и их геометрических погрешностей. Стохастический анализ точности основан на введенном понятии редуцированной модели задачи оценивания и на понятии стохастической меры оцениваемости.

В данной работе для моделирования процесса определения положения, скорости и ориентации малого спутника формировались следующие математические модели и алгоритмы:

- модель созвездий GPS / ГЛОНАСС;
- модели первичных спутниковых измерений (кодовые, доплеровские, фазовые), а также вторичной спутниковой информации;
- модель измерений датчиков угловой скорости;
- модели движения центра масс и углового движения малого спутника Университетский-Татьяна-2;
- алгоритм определения координат и относительной скорости малого спутника для случаев регулярной и не регулярной спутниковой информации;
- алгоритм определения ориентации малого спутника при так называемых слабой и тесной интеграции спутниковой информации.

## Содержание диссертации

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы цели и задачи диссертационной работы, показаны ее научная новизна и практическая значимость. Изложены различные подходы, применяемые для решения исследуемых задач. Описана структура диссертации, перечислены работы, в которых были опубликованы основные результаты диссертации. Также приводится описание используемых систем координат, параметров и матриц ориентации.

Первая глава диссертации называется «Задача определения траекторных параметров движения малого спутника при помощи первичных спутниковых измерений». В этой главе разрабатываются алгоритмы для определения траекторных параметров движения малого спутника, в условиях, когда спутниковая навигационная информация может быть нерегулярной: возможны пропуски этой информации, число видимых спутников может быть малым и т.п.

Здесь приведены справочные модели, связанные с моделированием траекторных параметров движения искусственного спутника Земли, дано описание используемой модели нормальной удельной силы тяготения, рекомендуемая в спутниковой навигационной системе ГЛОНАСС, проведена дискретизация модели задачи, дана постановка задачи уточнения траекторных параметров как задача коррекции.

Раздел 2.1 и Раздел 2.2 посвящены моделированию траекторных параметров спутника. Для моделирования траектории спутника используются уравнения, применяемые для прогноза движения навигационных спутников системы ГЛОНАСС.

Предполагается, что в начальный момент времени  $t_0$  известна информация о начальных координатах  $\eta'(t_0)$  и векторе относительной скорости  $V_{\eta'}(t_0)$  движения спутника. Имеем:

$$\eta'(t_0) = \eta(t_0) + \Delta\eta(t_0), \quad V_{\eta'}(t_0) = V_{\eta}(t_0) + \Delta V_{\eta}(t_0), \quad (1)$$

где  $\eta(t_0)$ ,  $V_{\eta}(t_0)$  – истинные значения,  $\Delta\eta(t_0)$ ,  $\Delta V_{\eta}(t_0)$  – ошибки начальных условий.

Уравнения движения записываются в осях подвижной гринвичской системы координат  $O\eta$  с использованием относительной скорости  $V_{\eta}$  движения точки. Прогнозирование координат и скоростей малого спутника производится путем численного интегрирования методом Рунге-Кутты 4-го порядка следующих дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}' &= V_{\eta}', \\ \dot{V}_{\eta}' &= 2\hat{u}V_{\eta}' - \hat{u}^2\eta' + g_{\eta}^{0'} + f_{\eta}'. \end{aligned} \quad (2)$$

где  $g_{\eta}^{0'} - \hat{u}^2\eta' = g_{\eta}$  – вектор удельной силы тяжести в проекциях на оси трехгранника  $O\eta$ ,  $\eta' = (\eta'_1, \eta'_2, \eta'_3)^T$  – модельные гринвичские координаты,  $V_{\eta}' = (V_{\eta'_1}, V_{\eta'_2}, V_{\eta'_3})^T$  – модельные компоненты вектора относительной скорости,  $u = (0, 0, u)^T$  – вектор угловой скорости вращения Земли,  $\hat{u}$  – кососимметрическая матрица, соответствующая этому вектору,  $g_{\eta}^{0'} = (g_{\eta_3}^{0'}, g_{\eta_2}^{0'}, g_{\eta_1}^{0'})^T$  – вектор удельной нормальной силы тяготения.

Для вычисления силы тяготения используем модель, описанную в контрольном документе ГЛОНАСС. Мы будем применять ее для расчета.

В осях гринвичской системы координат  $O\eta$  ускорение  $g_{\eta}^0 = (g_{\eta_1}^0, g_{\eta_2}^0, g_{\eta_3}^0)^T$  нормальной

силы тяготения имеет вид:

$$\begin{aligned} g_{\eta_1}^{0'} &= -\frac{\mu}{r^3} \left[ 1 + \frac{3}{2} C_{20} \frac{a^2}{r^2} \left( 5 \frac{\eta_3'^2}{r^2} - 1 \right) \right] \eta_1', & g_{\eta_2}^{0'} &= -\frac{\mu}{r^3} \left[ 1 + \frac{3}{2} C_{20} \frac{a^2}{r^2} \left( 5 \frac{\eta_3'^2}{r^2} - 1 \right) \right] \eta_2', \\ g_{\eta_3}^{0'} &= -\frac{\mu}{r^3} \left[ 1 + \frac{3}{2} C_{20} \frac{a^2}{r^2} \left( 5 \frac{\eta_3'^2}{r^2} - 3 \right) \right] \eta_3', & r &= \sqrt{\eta_1'^2 + \eta_2'^2 + \eta_3'^2}. \end{aligned}$$

где  $\mu = 398600,4418 \times 10^9 \text{ м}^3/\text{с}^2$  – константа гравитационного поля Земли,  $C_{20} = -1082,6257 \times 10^{-6}$  – коэффициент при второй зональной гармонике разложения гравитационного поля Земли в ряд по сферическим функциям,  $a = 6378136 \text{ м}$  – большая полуось модельного эллипсоида Земли координатной системы ПЗ-90.11.

Уравнения (2) интегрируются методом Рунге-Кутты 4-го порядка с требуемым шагом интегрирования. Начальные условия заданы (1).

Составим уравнения движения спутника в вариациях – линейные уравнения ошибок.

Введем позиционные и скоростные ошибки:  $\Delta\eta = \eta' - \eta$ ,  $\Delta V_\eta = V'_\eta - V_\eta$ .

Введем внешние возмущающие силы  $f_\eta$ , действующие на спутник и порождаемые, например, влиянием остаточной атмосферы, солнечным давлением, силами тяготения Солнца и Луны.

Будем считать, что неизвестный вектор  $f_\eta$  представим в виде суммы детерминированной составляющей – вектора  $f_\eta^0$  и случайной составляющей – случайного вектора  $f_\eta^s$ :

$$f_\eta = f_\eta^0 + f_\eta^s. \quad (3)$$

Для определенности, далее рассмотрим только случай, когда принимается следующая модель:  $f_\eta^0 = \text{const}$ .

Линеаризуем систему уравнений движения спутника (2) в окрестности априорной траектории:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\eta} &= \Delta V_\eta, \\ \Delta\dot{V}_\eta &= 2\hat{u}\Delta V_\eta - \hat{u}^2\Delta\eta + T\Delta\eta + f_\eta^0 + f_\eta^s, \\ \dot{f}_\eta^0 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

где  $T$  – гравитационный тензор.

Для сферической модели поля тяготения ( $g_{\eta_i}^0 = -\frac{\mu}{r^3}\eta_i$ , ( $i = 1, 2, 3$ ) – главной составляющей гравитационного потенциала) он имеет вид:

$$T = \begin{pmatrix} 3\frac{\mu}{r^5}\eta_1^2 - \frac{\mu}{r^3} & 3\frac{\mu}{r^5}\eta_1\eta_2 & 3\frac{\mu}{r^5}\eta_1\eta_3 \\ 3\frac{\mu}{r^5}\eta_1\eta_2 & 3\frac{\mu}{r^5}\eta_2^2 - \frac{\mu}{r^3} & 3\frac{\mu}{r^5}\eta_2\eta_3 \\ 3\frac{\mu}{r^5}\eta_1\eta_3 & 3\frac{\mu}{r^5}\eta_2\eta_3 & 3\frac{\mu}{r^5}\eta_3^2 - \frac{\mu}{r^3} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

где через  $(g_{\eta_i}^0)'_{\eta_k}$  обозначены вариации ускорения силы тяготения.

В частности, для вполне оправданной сферической модели поля тяготения ( $g_{\eta_i}^0 = -\frac{\mu}{r^3}\eta_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ) они имеют вид:

$$(g_{\eta_i}^0)'_{\eta_k} = 3\frac{\mu}{r^5}\eta_i\eta_k - \frac{\mu}{r^3}\delta_{ik}, \quad i, k = 1, 2, 3$$

Будем предполагать, что возмущения  $f_\eta^s = (f_{\eta_1}^s, f_{\eta_2}^s, f_{\eta_3}^s)^T$  являются независимыми центрированными белыми шумами с заданными дисперсиями  $\sigma_q^2$ . Также предположим, что ошибки  $\Delta\eta$ ,  $\Delta V_\eta$ ,  $f_\eta^0$  в начальный момент некоррелированы.

Компонентами сводного вектора состояния  $x$  служат выше введенные позиционные, скоростные ошибки траекторных параметров, а также постоянные составляющие внешних возмущающих сил динамической системы (4):

$$x = (\Delta\eta_1, \Delta\eta_2, \Delta\eta_3, \Delta V_{\eta_1}, \Delta V_{\eta_2}, \Delta V_{\eta_3}, f_{\eta_1}^0, f_{\eta_2}^0, f_{\eta_3}^0)^T. \quad (6)$$

Введем вектор шумов  $q$  динамической системы (4):  $q = (f_{\eta_1}^s, f_{\eta_2}^s, f_{\eta_3}^s)^T$ .

Будем предполагать, что возмущения  $q = (f_{\eta_1}^s, f_{\eta_2}^s, f_{\eta_3}^s)^T$  являются независимыми центрированными белыми шумами с заданными интенсивностями:

$$M[q(t)] = 0, \quad M[q(t)q^T(s)] = Q(t)\delta(t-s), \quad Q(t) = \begin{pmatrix} \sigma_q^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_q^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_q^2 \end{pmatrix}.$$

Будем предполагать также, что  $M[x(t_0)] = 0$ ,  $M[x(t_0)q^T(t)] = 0$ , а матрица ковариации  $M[x(t_0)x^T(t_0)]$  диагональна.

Тогда систему (4) можно записать в виде:  $\dot{x} = Ax + Bq$ , где матрицы  $A$ ,  $B$  легко поределить.

Дискретизация динамической системы (4) осуществляется следующим образом:

$$x_{j+1} = \Phi_{j+1,j}x_j + Bq_j, \quad (7)$$

где  $x_j$ ,  $x_{j+1}$  – значение вектора состояния  $x$ , соответственно, в моменты времени  $t_j$ ,  $t_{j+1}$ ,  $q_j$  – эквивалентный в среднеквадратичном смысле вектор дискретного шума динамической системы,  $\Phi_{j+1,j}$  – переходная матрица системы.

В **разделе 2.3** формулируется задача уточнения траекторных параметров как задача коррекции. Рассматриваются несколько возможных постановок задачи определения траекторных параметров движения спутника (точки установки базовой спутниковой антенны).

В **разделе 2.3.1** представлены корректирующие измерения, составленные с использованием так называемой вторичной спутниковой информации – встроенные позиционные и скоростные решения приемника сигналов СНС.

Приемник СНС доставляет информацию о координатах и векторе относительной скорости движения спутника:

$$Z^{pos} = \eta + \Delta\eta^{pos}, \quad Z^{vel} = V_\eta + \Delta V_\eta^{vel}, \quad (8)$$

где  $\Delta\eta^{pos}$ ,  $\Delta V_\eta^{vel}$  – ошибки спутниковых навигационных решений.

Составим уравнения корректирующих измерений:

$$\begin{aligned} z^{pos} &= \eta' - Z^{pos} = \Delta\eta + r_\eta, & r_\eta &= -\Delta\eta^{pos}, \\ z^{vel} &= V'_\eta - Z^{vel} = \Delta V_\eta + r_{V_\eta}, & r_{V_\eta} &= -\Delta V_\eta^{vel}. \end{aligned} \quad (9)$$

Будем предполагать, что погрешности измерений являются независимыми центрированными белыми шумами с заданными дисперсиями  $\sigma_{\eta_i}^2$ ,  $\sigma_{V_{\eta_i}}^2$ .

Уравнения измерений легко представить в матричной форме

$$z^{pos} = H^{pos}x + r_\eta, \quad z^{vel} = H^{vel}x + r_{V_\eta}, \quad (10)$$

где вид матриц  $H^{pos}$  и  $H^{vel}$  может быть легко определен.



Далее для (7), (10) ставится стандартная задача калмановской фильтрации, для ее решения используется фильтр Калмана.

Обозначим через  $\Delta\tilde{\eta}$ ,  $\Delta\tilde{V}_\eta$  оценки ошибок координат и скорости  $\Delta\eta$ ,  $\Delta V_\eta$  спутника. Тогда  $\tilde{\eta} = \eta' - \Delta\tilde{\eta}$ ,  $\tilde{V}_\eta = V'_\eta - \Delta\tilde{V}_\eta$ , где  $\tilde{\eta}$ ,  $\tilde{V}_\eta$  – оценки местоположения и скорости спутника.

Поскольку реализуется дискретный алгоритм фильтрации, то решение задачи коррекции траекторных параметров движения спутника целесообразно решать не в варианте оценивания, а в варианте введения обратных связей. Вариант обратных связей сводится к реинициализации начальных значений координат и вектора относительной скорости. Реинициализация осуществляется перед этапом прогноза координат и скоростей по модели (2) к следующему моменту времени появления корректирующей спутниковой информации:

$$\eta'(t_i) \longrightarrow \eta'(t_i) - \Delta\tilde{\eta}(t_i), \quad V'_\eta(t_i) \longrightarrow V'_\eta(t_i) - \Delta\tilde{V}_\eta(t_i). \quad (11)$$

В разделе 2.3.2 представлены корректирующие измерения, составленные с использованием так называемой первичной спутниковой информации – кодовые псевдодалности, доплеровские псевдоскорости.

В том случае, когда вторичная позиционная, скоростная информация отсутствует, следуют использовать первичные спутниковые измерения (кодовые псевдодалности, доплеровские псевдоскорости) в качестве корректирующих измерений. Однако в моделях этих измерения присутствуют погрешности часов приемника. Для исключения из модели погрешности часов предлагается использовать первые разности этих измерений, в которых погрешности часов алгебраически компенсируются.

Предварительно приведем общеизвестные модели кодовых и доплеровских измерений.

Упрощенная модель кодовых измерений  $Z_\rho$  такова:

$$Z_\rho = \rho + \rho_{\Delta\tau} + \Delta\rho^s, \quad (12)$$

где  $\rho$  – расстояние приемник-спутник;  $\rho_{\Delta\tau} = c\Delta\tau$ ,  $\Delta\tau$  – погрешность часов приемника сигналов СНС;  $c$  – скорость света;  $\Delta\rho^s$  – приведенная погрешность измерения.

Упрощение связано с предположением, что погрешность часов навигационного спутника уже учтена известным способом, тропосферные и ионосферные задержки, погрешности многолучевости отсутствуют.

Обозначим через  $\rho^{comp}$  вычисленное при помощи информации о координатах  $\eta^{sat}$  навигационного спутника, модельных координатах  $\eta'$  спутника расстояние приемник-спутник:

$$\rho^{comp} = \sqrt{(\eta^{sat} - \eta')^T (\eta^{sat} - \eta')}, \quad (13)$$

и сформируем измерение

$$z_\rho = Z_\rho - \rho^{comp}. \quad (14)$$

В линейном приближении имеем

$$z_\rho = h^T \Delta\eta + \rho_{\Delta\tau} + \Delta\rho^s, \quad h^T = \left( \frac{\eta_1^{sat} - \eta'_1}{\rho^{comp}}, \frac{\eta_2^{sat} - \eta'_2}{\rho^{comp}}, \frac{\eta_3^{sat} - \eta'_3}{\rho^{comp}} \right). \quad (15)$$

Обозначим через  $z_\rho^{(i)}$  – измерение, сформированное при помощи измерения от спутника с номером  $i$ . Обозначим через  $z$  – номер опорного спутника (обычно используется спутник с максимальным углом возвышения).

Сформируем первые разности измерений

$$\nabla z_\rho^{(i)} = z_\rho^{(i)} - z_\rho^{(z)} = h^{(i)T} \Delta\eta + \nabla \Delta\rho^{(i)s}, \quad (16)$$

где

$$h^{(i)T} = \frac{(\eta^{sat_i} - \eta')^T}{\rho^{comp_i}} - \frac{(\eta^{sat_z} - \eta')^T}{\rho^{comp_z}}, \quad \nabla \Delta\rho^{(i)s} = \Delta\rho^{(i)s} - \Delta\rho^{(z)s}.$$

Модель (16) не содержит погрешности часов приемника.

Упрощенная модель доплеровских измерений  $Z_{V_\rho}$  такова:

$$Z_{V_\rho} = V_\rho + \Delta V_\rho + \Delta V_\rho^s, \quad (17)$$

где  $V_\rho$  – радиальная скорость относительного движения объект-спутник,  $\Delta V_\rho$  – неизвестная постоянная погрешность, общая для всех доплеровских измерений - скорость ухода погрешности часов приемника,  $\Delta V_\rho^s$  – случайная составляющая погрешности измерения.

Выражение для радиальной скорости  $V_\rho$  объект-спутник таково:

$$V_\rho = \frac{(\eta^{sat} - \eta)^T (V_\eta^{sat} - V_\eta)}{\rho}, \quad \rho = \sqrt{(\eta^{sat} - \eta)^T (\eta^{sat} - \eta)}, \quad (18)$$

где  $\eta$ ,  $\eta^{sat}$  – гринвичские координаты приемника и спутника,  $V_\eta^{sat}$  – вектор **относительной** скорости спутника в гринвичской системе координат,  $\rho$  – дальность объект-спутник,  $V_\eta^{rcv}$  – вектор относительной скорости приемника в гринвичской системе координат.

Обозначим через  $V_\rho^{comp}$  вычисленное при помощи информации о координатах  $\eta^{sat}$  и вектора скорости  $V_\eta^{sat}$  навигационного спутника, модельных координатах  $\eta'$  и векторе скорости спутника радиальную скорость приемник-спутник:

$$V_\rho^{comp} = \frac{(\eta^{sat} - \eta')^T (V_\eta^{sat} - V_\eta')}{\rho^{comp}}, \quad (19)$$

и сформируем измерение

$$z_{V_\rho} = Z_{V_\rho} - V_\rho^{comp}. \quad (20)$$

Имеем в линейном приближении:

$$\begin{aligned} z_{V_\rho} &= Z_{V_\rho} - V_\rho^{comp} = \\ &= \left[ \frac{(V_\eta^{sat} - V_\eta')^T}{\rho^{comp}} - V_\rho^{comp} \frac{(\eta^{sat} - \eta')^T}{\rho^{comp2}} \right] \Delta\eta + \frac{(\eta^{sat} - \eta')^T}{\rho^{comp}} \Delta V_\eta + \Delta V_\rho^s. \end{aligned} \quad (21)$$

Обозначим через  $z_{V_\rho}^{(i)}$  – измерение, сформированное при помощи измерения от спутника с номером  $i$ . Обозначим через  $z$  – номер опорного спутника (обычно используется спутник с максимальным углом возвышения).

Сформируем первые разности измерений

$$\nabla z_{V_\rho}^{(i)} = z_{V_\rho}^{(i)} - z_{V_\rho}^{(z)} = h_p^{(i)T} \Delta\eta + h_v^{(i)T} \Delta V_\eta + \nabla \Delta V_\rho^{(i)s}. \quad (22)$$

Выражения для матриц  $h_p^{(i)T}$ ,  $h_v^{(i)T}$  и  $\nabla \Delta V_\rho^{(i)s}$  здесь не приводятся ввиду их громоздкости. Модель (22) не содержит погрешности часов приемника.

Легко заметить (12), (17), что при формировании первых разностей кодовых и доплеровских измерений происходит алгоритмическая компенсация ошибок в определении координат и скорости из-за погрешностей встроенных в приемник часов  $\rho_{\Delta\tau}$ ,  $\Delta V_\rho$ , общей для всех кодовых и доплеровских измерений.

*Замечание.* В соотношения (21), (22) входит ошибка местоположения  $\Delta\eta$ . Производя последовательную обработку сначала кодовых, а затем доплеровских измерений мы можем алгоритмически компенсировать ее. Для этого при вычислении величины  $V_\rho^{comp}$  необходимо использовать текущую оценку координат  $\tilde{\eta} = \eta' - \Delta\tilde{\eta}$ , полученную после обработки кодовых измерений:

$$V_\rho^{comp} = \frac{(\eta^{sat} - \tilde{\eta}')^T (V_\eta^{sat} - V_\eta')}{\tilde{\rho}^{comp}}, \quad \tilde{\rho}^{comp} = \sqrt{(\eta^{sat} - \tilde{\eta})^T (\eta^{sat} - \tilde{\eta})},$$

то соотношения (21), (22) упростятся, за счет пренебрежения малой по уровню величины ошибки оценки  $\delta(\Delta\eta) = \Delta\eta - \Delta\tilde{\eta}$ .

Соотношения примут вид:  $z_{V_\rho} = Z_{V_\rho} - V_\rho^{comp} = \frac{(\eta^{sat} - \tilde{\eta}')^T}{\tilde{\rho}^{comp}} \Delta V_\eta + \Delta V_\rho^s$ .

Обозначим через  $z_{V_\rho}^{(i)}$  – измерение, сформированное при помощи измерения от спутника с номером  $i$ . Обозначим через  $z$  – номер опорного спутника (обычно используется спутник с максимальным углом возвышения).

Сформируем первые разности измерений

$$\nabla z_{V_\rho}^{(i)} = z_{V_\rho}^{(i)} - z_{V_\rho}^{(z)} = h_v^{(i)T} \Delta V_\eta + \nabla \Delta V_\rho^{(i)s}, \quad (23)$$

где  $h_v^{(i)T} = \frac{(\eta^{sat_i} - \tilde{\eta}')^T}{\tilde{\rho}^{comp_i}} - \frac{(\eta^{sat_z} - \tilde{\eta}')^T}{\tilde{\rho}^{comp_z}}$ .

Вектор измерений  $z$  и вектор погрешностей измерений  $r$  формируются следующим образом (16), (23):

$$\begin{aligned} z &= \left( \nabla z_\rho^{(1)}, \dots, \nabla z_\rho^{(m-1)}, \nabla z_{V_\rho}^{(1)}, \dots, \nabla z_{V_\rho}^{(m-1)} \right)^T, \\ r &= \left( \nabla \Delta \rho^{(1)s}, \dots, \nabla \Delta \rho^{(m-1)s}, \nabla \Delta V_\rho^{(1)s}, \dots, \nabla \Delta V_\rho^{(m-1)s} \right)^T, \end{aligned}$$

где  $m$  – число видимых спутников.

На основе вышеприведенных уравнений ошибок траекторных параметров спутника, линеаризованных уравнений корректирующих измерений (первичных) можно поставить задачу оценивания следующего вида:

$$\dot{x} = Ax + Bq, \quad z = Hx + r,$$

где вид матриц  $A$ ,  $B$  и  $H$  может быть легко определен.

Задача решается методами калмановской фильтрации (при постулировании соответствующих гипотез). При моделировании уравнения записываются в эквивалентной дискретной форме.

При помощи полученных оценок  $\Delta\tilde{\eta}$ ,  $\Delta\tilde{V}_\eta$  уточняются координаты и скорости спутника:

$$\tilde{\eta} = \eta' - \Delta\tilde{\eta}, \quad \tilde{V}_\eta = V'_\eta - \Delta\tilde{V}_\eta,$$

Решение задачи целесообразно приводить не в варианте оценивания, а в варианте введения обратных связей, или, что тоже самое, использовать расширенный фильтр Калмана.

В данном случае он сводится к реинициализации начальных значений координат и вектора относительной скорости перед этапом численного интегрирования уравнений движения спутника (2):

$$\eta'(t_i) \longrightarrow \eta'(t_i) - \Delta\tilde{\eta}(t_i), \quad V'_\eta(t_i) \longrightarrow V'_\eta(t_i) - \Delta\tilde{V}_\eta(t_i).$$

**Раздел 2.4** посвящен описанию совместной обработки первичных кодовых, доплеровских измерений систем GPS и ГЛОНАСС.

В этом разделе рассмотрены способы учета основных различий в работе систем GPS и ГЛОНАСС при построении алгоритмов совместной обработки измерений. Главным, принципиальным моментом совместной обработки является учет расхождения системных шкал времени спутниковых навигационных систем в соответствующих моделях и алгоритмах.

При этом большинство из приведенных отличий не существенно меняют математические модели обработки спутниковых измерений. Главные моменты, которые надо учитывать - это различие в характеристиках навигационных радиосигналов и расхождение шкал времени двух систем. Первый аспект, в частности частотное разделение сигналов спутников ГЛОНАСС, влияет только на математические модели дифференциального режима функционирования СНС. Второй аспект, то есть расхождение шкал системного времени GPS и ГЛОНАСС, модифицирует модели стандартного режима.

Кроме двух главных моментов опишем также два существенных различия, которые влияют на вспомогательные модели совместной обработки измерений: определение гринвичских координат и относительной скорости навигационного спутника и определение погрешности часов навигационного спутника.

Расхождение системных шкал времени GPS ( $T_G$ ) и ГЛОНАСС ( $T_R$ ) определяется в соответствии со следующим выражением:

$$T_G - T_R = \Delta T^{leap} + \tau_{GPS}, \quad (24)$$

где  $\Delta T^{leap}$  (leap - скачок) - целая часть, а  $\tau_{GPS}$  - дробная часть расхождения шкал времени, выраженного в секундах.

Целая часть расхождения  $\Delta T^{leap}$  определяется потребителем из навигационного сообщения системы GPS и может быть алгоритмически скомпенсирована. Дробная часть  $\tau_{GPS}$  передается только в сообщении модернизированных спутников ГЛОНАСС-М, которые в настоящее время составляют менее половины орбитальной группировки системы ГЛОНАСС. Точность определения поправки  $\tau_{GPS}$  составляет порядка 30 нс (среднеквадратическое значение), что соответствует среднеквадратичной погрешности в 9 м при определении координат объекта.

Таким образом, существует необходимость включать дробную часть  $\tau_{GPS}$  в вектор оцениваемых параметров при совместной обработке измерений ГЛОНАСС и GPS в стандартном режиме.

### Определение погрешности часов навигационного спутника

Общая модель погрешности часов спутника  $\Delta T$  одинакова для систем ГЛОНАСС и GPS и записывается в виде:

$$\Delta T = \Delta T_{trend} + T_{rel} - T_{gd}, \quad (25)$$

где  $T_{rel}$  – релятивистская поправка, которая определяется в процессе решения задачи позиционирования навигационного спутника,  $T_{gd}$  – групповая задержка.

Различие между системами ГЛОНАСС и GPS состоит в том, что  $\Delta T_{trend}$  – это квадратичный тренд часов для системы GPS и линейный тренд для системы ГЛОНАСС:

$$\Delta T_{trend} = \alpha_0 + \alpha_1 t^* + \alpha_2 t^{*2}, \quad (26)$$

где  $t^*$  – относительно к моменту прихода эфемеридной информации время расчета погрешности,  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  – эфемеридные параметры модели дрейфа часов спутника. Соответственно, для системы ГЛОНАСС имеем, что  $\alpha_2 = 0$ .

При совместной обработке измерений GPS и ГЛОНАСС выполняется модификация моделей первичных спутниковых измерений – кодовых, доплеровских – для систем GPS и ГЛОНАСС.

### Кодовые псевдодальности

При совместной обработке кодовых измерений спутниковых систем GPS и ГЛОНАСС возникает проблема корректного описания моделей измерений для одной из систем. Это связано с тем, что приемник работает в шкале времени одной системы. Тогда для спутников другой системы время излучения сигнала  $t_{em}$  и время детектирования  $t_{rec}$  относятся к разным шкалам времени. При этом шкалы времени систем ГЛОНАСС и GPS связаны соотношением (24).

Рассмотрим случай, когда приемник работает в шкале времени GPS. Тогда полученные псевдодальности для системы ГЛОНАСС будут содержать ошибку синхронизации шкал. Пусть  $Z_\rho^R$  – полученная метрическая псевдодальность,  $t_{em}^R$  – время излучения сигнала в шкале времени ГЛОНАСС. Алгоритмически скомпенсируем известную часть ошибки:

$$Z_\rho^R \rightarrow Z_\rho^R - c \cdot \Delta T^{leap}, \quad t_{em}^R \rightarrow t_{em}^R + \Delta T^{leap}.$$

Далее везде будем считать, что данная компенсация известной целой части расхождения шкал времени уже произведена.

Пусть  $Z_\rho^{RG}$  – истинная псевдодальность спутника ГЛОНАСС, отнесенная к моментам времени  $t_{em}^G$  и  $t_{rec}^G$ , где моменты излучения и детектирования относятся к шкале времени GPS. Учитывая связь шкал времени, получаем:

$$Z_\rho^{RG} = c \cdot (t_{rec}^G - t_{em}^G) = c \cdot (t_{rec}^G - t_{em}^R - \tau_{GPS}) = Z_\rho^R - c \cdot \tau_{GPS}.$$

Объединяя последнее выражение с (12), получаем модель псевдодальности для системы ГЛОНАСС (атмосферные задержки, погрешность многолучевости не учитываем):

$$Z_\rho^R = \rho + c(\Delta\tau - \Delta T) + c \cdot \tau_{GPS} + \Delta\rho^s. \quad (27)$$

### Доплеровские псевдоскорости

При совместной обработке доплеровских измерений ГЛОНАСС и GPS все рассуждения практически полностью аналогичны рассуждениям про кодовые измерения.

В случае, когда приемоиндикатор работает в шкале времени GPS, модель измерений меняется только для системы ГЛОНАСС:

$$Z_{V_\rho} = V_\rho - \lambda(f_{\Delta\tau} - f_{\Delta T}) + \lambda \cdot \dot{\tau}_{GPS} + \Delta V_\rho^s, \quad (28)$$

где  $\dot{\tau}_{GPS}$  - скорость изменения параметра  $\tau_{GPS}$ .

Таким образом, при совместной обработке доплеровских измерений систем ГЛОНАСС и GPS в модель измерений входит  $\dot{\tau}_{GPS}$ . Однако этот параметр является малым по сравнению с остальными слагаемыми, входящими в модель, и его можно не учитывать. Малость значения  $\dot{\tau}_{GPS}$  следует из того, что  $\tau_{GPS}$  - это величина расхождения между очень стабильными шкалами времени.

Окончательно модель доплеровских измерений для систем ГЛОНАСС и GPS, с учетом возможной компенсации моделируемой скорости ухода  $\lambda f_{\Delta T}$  шкалы времени спутника, примет вид:

$$Z_{V_\rho} = V_\rho - \lambda f_{\Delta\tau} + \Delta V_\rho^s. \quad (29)$$

### Формирование корректирующих измерений при совместном использовании систем ГЛОНАСС и GPS

Напомним, что рассматриваем случай, когда приемник работает в шкале времени GPS. В этом случае для первых разностей измерений GPS остается ранее представленная модель (16).

#### Первые разности кодовых измерений ГЛОНАСС.

Упрощенная модель кодовых измерений  $Z_\rho^R$  для системы ГЛОНАСС (где моменты излучения и детектирования относятся к шкале времени GPS) такова:

$$Z_\rho^R = \rho + \rho_{\Delta\tau} + c \cdot (\Delta T^{Leap} + \tau_{GPS}) + \Delta \rho^s, \quad (30)$$

где  $\rho$  - расстояние приемник-спутник;  $\rho_{\Delta\tau} = c \cdot \Delta\tau$ ,  $\Delta\tau$  - погрешность часов приемника сигналов СНС;  $c$  - скорость света;  $\Delta \rho^s$  - приведенная погрешность измерения.

Упрощение связано с предположением, что погрешность часов навигационного спутника уже учтена известным способом, тропосферные и ионосферные задержки, погрешности многолучевости отсутствуют.

Осуществляется алгоритмическая компенсация погрешностей  $c \cdot \Delta T^{Leap}$  в кодовых псевдодальностях ГЛОНАСС:

$$\tilde{Z}_\rho^R = Z_\rho^R - c \cdot \Delta T^{Leap}, \quad \tilde{t}_{em}^R = t_{em}^R + \Delta T^{Leap}.$$

Модель измерения кодовых псевдодальностей систем ГЛОНАСС примет вид:

$$\tilde{Z}_\rho^R = \rho + \rho_{\Delta\tau} + c \cdot \tau_{GPS} + \Delta \rho^s. \quad (31)$$

Сформируем измерения  $z_\rho$  «в малом»:

$$\rho_R^{comp} = \sqrt{(\eta_{RG}^{sat} - \eta')^T (\eta_{RG}^{sat} - \eta')}, \quad z_\rho^R = \tilde{Z}_\rho^R - \rho_R^{comp} \simeq h^T x + \rho_{\Delta\tau} + c \cdot \tau_{GPS} + \Delta \rho^s.$$

где  $x = \Delta\eta$ ,  $h = \frac{\eta_{RG}^{sat} - \eta'}{\rho^{comp}}$ .

Здесь отметим, что структурно выше представленная модель отличается от ранее приведенной аналогичной модели (15) для измерений GPS, в том, что вместо погрешности часов  $\Delta\tau$  возникает суммарная погрешность  $\Delta\tau + \tau_{GPS}$ .

Обозначим через  $z_{\rho}^{R(i)}$  – измерение, сформированное при помощи измерения от спутника ГЛОНАСС с номером  $i$  и обозначим через  $z$  – номер опорного спутника ГЛОНАСС (обычно используется спутник с максимальным углом возвышения).

Сформируем первые разности измерений **только между измерениями ГЛОНАСС**

$$\begin{aligned}\nabla z_{\rho}^{(i)} &= z_{\rho}^{R(i)} - z_{\rho}^{R(z)} = h^{(i)T} \Delta\eta + \nabla\Delta\rho^{(i)s}, \\ h^{(i)T} &= \frac{(\eta_{RG}^{sat_i} - \eta')^T}{\rho^{comp_i}} - \frac{(\eta_{RG}^{sat_z} - \eta')^T}{\rho^{comp_z}}, \quad \nabla\Delta\rho^{(i)s} = \Delta\rho^{(i)s} - \Delta\rho^{(z)s}.\end{aligned}$$

В результате определяется следующая модель вектора измерения, построенного по сигналам ГЛОНАСС:

$$\nabla z^R = \begin{pmatrix} \nabla z_{\rho}^{(1)} \\ \dots \\ \nabla z_{\rho}^{(N^R-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h^{(1)T} \\ \dots \\ h^{(N^R-1)T} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \nabla\Delta\rho^{(1)s} \\ \dots \\ \nabla\Delta\rho^{(N^R-1)s} \end{pmatrix} = H^R x + r^R,$$

где  $x = (\Delta\eta_1^{rcv}, \Delta\eta_2^{rcv}, \Delta\eta_3^{rcv})^T$  – вектор неизвестных оцениваемых параметров,  $N^R$  – число видимых спутников ГЛОНАСС.

Добавляя аналогичный вектор  $\nabla z^G$ , построенный по первым разностям сигналов GPS, получим сводный вектор измерения

$$z = \begin{pmatrix} \nabla z^R \\ \nabla z^G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H^R \\ H^G \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} r^R \\ r^G \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Таким образом, при совместной обработке кодовых измерений GPS и ГЛОНАСС следует использовать первые разности кодовых измерений отдельно для каждой из спутниковых систем. Соответственно, если число видимых спутников любой из систем меньше 2-х, использование одного измерения не имеет смысла.

*Замечание.* Учитывая стабильность  $\tau_{GPS}$ , существует возможность определить за некоторое время достаточно точную оценку  $\tilde{\tau}_{GPS}$  и зафиксировать ее при дальнейшей обработке измерений.

В случае, когда приемник работает в системном времени GPS, необходимо внести следующие поправки в кодовые измерения ГЛОНАСС:

$$Z_{\rho}^R \rightarrow Z_{\rho}^R - c \cdot \tilde{\tau}_{GPS}. \quad (33)$$

### Первые разности доплеровских измерений.

Рассмотрим, по-прежнему, случай, когда приемник работает в шкале времени GPS. Тогда алгоритм определения скорости по измерениям системы GPS известен и описан в разделе 2.3.2.

Ранее было показано, что в случае, когда приемоиндикатор работает в шкале времени GPS, модель измерений меняется только для системы ГЛОНАСС:

$$Z_{V_{\rho}} = V_{\rho} - \lambda(f_{\Delta\tau} - f_{\Delta T}) + \lambda \cdot \dot{\tau}_{GPS} + \Delta V_{\rho}^s, \quad (34)$$

где  $\dot{\tau}_{GPS}$  – скорость изменения параметра  $\tau_{GPS}$ .

Параметр является малым по сравнению с остальными слагаемыми, входящими в модель, и его можно не учитывать. Малость значения  $\dot{\tau}_{GPS}$  следует из того, что  $\tau_{GPS}$  – это величина расхождения между очень стабильными шкалами времени.

Поэтому модель доплеровских измерений для систем ГЛОНАСС и GPS, с учетом возможной компенсации моделируемой скорости ухода  $\lambda f_{\Delta T}$  шкалы времени спутника, имеет общий вид:

$$Z_{V_p} = V_p - \lambda f_{\Delta T} + \Delta V_p^s. \quad (35)$$

Как следствие, при формировании первых разностей доплеровских измерений можно не обращать внимание на принадлежность опорного, зенитного спутника к той или иной спутниковой системы. Другими словами, требование использовать для формирования первых разностей спутники, как в кодовых измерениях, из "своей" системы, здесь отсутствует.

Раздел §2.5 посвящен моделированию задачи определения траекторных параметров малого спутника. За основу численного моделирования были взяты характеристики углового движения спутника Университетский «Татьяна-2». В данном разделе перечислены основные характеристики микроспутника «Университетский-Татьяна-2».

Платформа спутника включает в себя трехосевой магнитометр, пять цифровых солнечных датчиков, трехосный датчик угловых скоростей и аппаратура спутниковой навигации.

В работе также разработана имитационная модель задачи, включающая в себя моделирование движения спутников системы GPS / ГЛОНАСС, моделирование первичных спутниковых измерений (кодовые, доплеровские), а и вторичной спутниковой информации, моделирование алгоритма оценивания для случаев регулярной и не регулярной спутниковой информации (когда вторичная информация отсутствует, а коррекция при помощи первичных измерений возможна).

В разделе §2.5 в отдельных параграфах также приведены основные параметры имитатора и характеристики аппаратуры спутниковой навигации – приемника СНС.

Обработка данных дала следующие результаты:

1. При достаточном числе видимых спутников интеграционное решение при использовании вторичной и первичной информации соизмеримо.
2. Использование первых разностей первичных спутниковых измерений позволяет решать задачу когда число видимых спутников меньше 4-х (рис. 1).
3. Для тестирования алгоритма моделировались пропуски, например, 5 минут, при которых спутниковые позиционные и скоростные решения отсутствуют. В эти моменты расхождение траектории спутника от его истинной орбиты в слабой интеграции быстро нарастает, а в тесной интеграции оно удерживается почти на прежнем уровне (рис. 1) (для той конфигурации усеченного созвездия, которое использовалось при обработке).



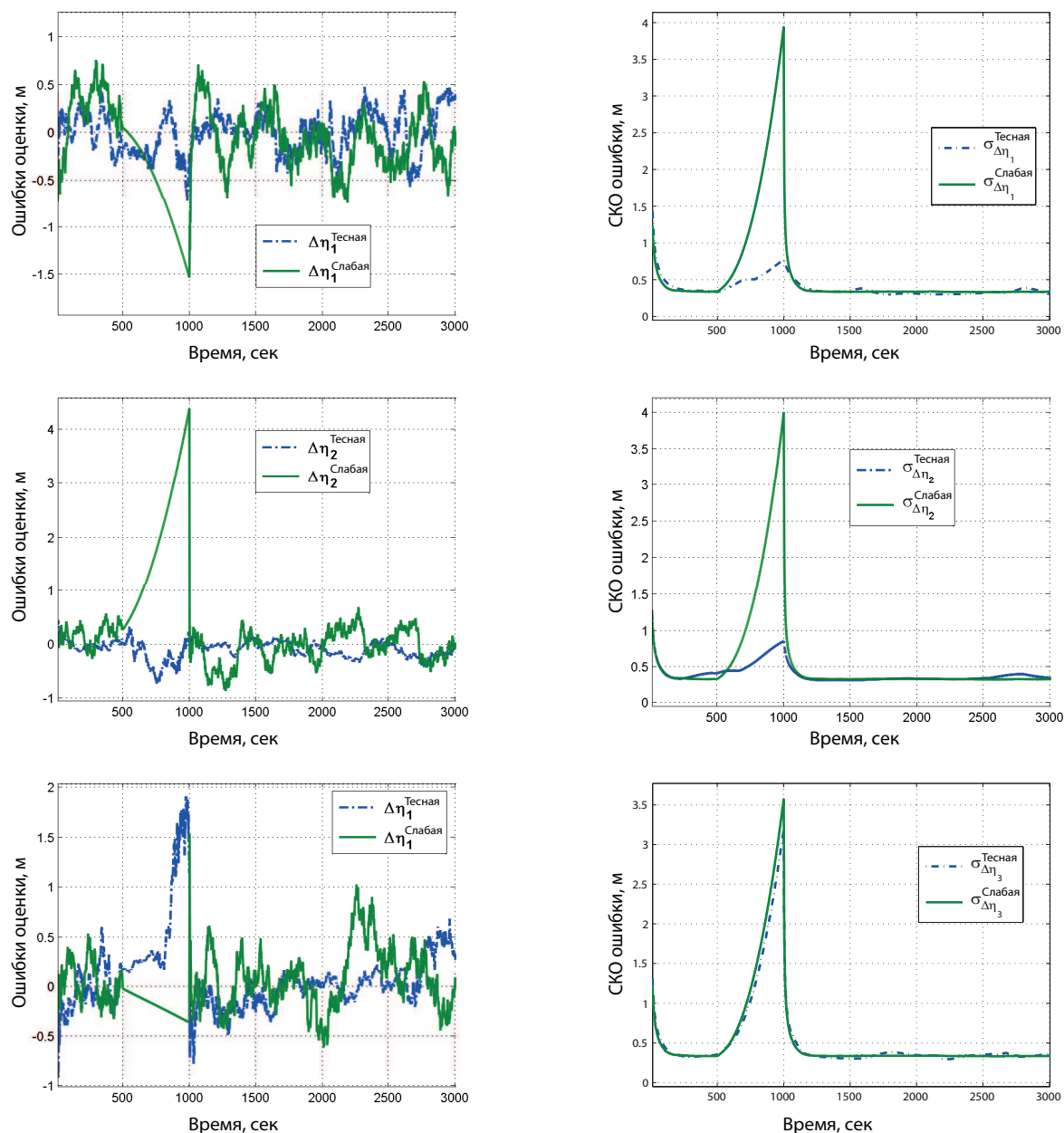


Рис. 1: Сравнение ошибки оценки  $\Delta\eta$  & СКО ошибки оценивания  $\sigma_{\Delta\eta}$ , полученные при слабой и тесной интеграции.

Раздел §2.6, посвящен заключению первой главы с основными результатами и выводами.

Вторая глава носит название «Задача определения параметров ориентации малого спутника при помощи датчиков угловой скорости и разнесенных спутниковых антенн». В этой главе описаны справочные модели, связанные с моделированием параметров ориентации искусственного спутника Земли.

Вначале предполагается, что оси связанной с корпусом спутника системы координат  $Ms$ , оси системы координат  $Mz$ , связанные с осями чувствительности (откалиброванных) ДУС и оси системы координат  $Mz^a$ , связанные с базовыми векторами многоантенного GPS приемника идентично направлены.

Затем отдельно будет рассмотрен случай, когда взаимная ориентация (несоосность) трехгранников  $Mz$ ,  $Mz^a$  будет характеризоваться вектором малого поворота  $\beta^a$ :

$$A_{zz^a} = E + \widehat{\beta}^a.$$

Раздел §3.1 посвящен моделированию углового движения спутника. Для описания углового движения спутника используются кинематические соотношения, связывающие угловые скорости корпуса спутника с углами ориентации и их производными, а также наличием в этих соотношениях угловой скорости движения спутника по орбите Земли.

Приведем эти соотношения в скалярной форме:

$$\begin{aligned}\omega_{s_1} &= \dot{\gamma} \cos \vartheta - \dot{\psi} \sin \vartheta \cos \gamma + \omega_t^o (\sin \psi \cos \vartheta + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma), \\ \omega_{s_2} &= \dot{\vartheta} + \dot{\psi} \sin \gamma + \omega_t^o \cos \psi \cos \gamma, \\ \omega_{s_3} &= \dot{\gamma} \sin \vartheta + \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \gamma + \omega_t^o (\sin \psi \sin \vartheta - \cos \psi \sin \gamma \cos \vartheta).\end{aligned}\tag{36}$$

где  $\omega_t^o = \frac{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}}{r}$ ,  $v_1, v_2, v_3$  – компоненты вектора абсолютной скорости движения спутника в орбитальной системе координат,  $r = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2}$  – радиус орбиты.

Будем считать, что на спутнике установлена аппаратура спутниковых навигационных систем (СНС) GPS и/или ГЛОНАСС. Ставится задача определения ориентации корпуса спутника при помощи показаний датчиков угловой скорости (ДУС) и измерений, доставляемых системой разнесенных спутниковых антенн.

Предполагается, что в начальный момент времени  $t_0$  известна информация о начальном значении матрицы ориентации  $A'(t_0)$  связанной системы координат спутника  $Ms$  относительно инерциальной системы координат  $O\xi$ . Эта информация может быть сформирована на основе встроенного ориентационного решения приемника СНС с разнесенными антеннами с учетом связи между инерциальной и гринвичской системами координат.

Обозначим через  $\omega'$  измерения ДУС:  $\omega' = \omega_z - \nu_z$ , где  $\omega_z$  – вектор абсолютной угловой скорости связанной  $Ms$  (или приборной  $Mz$ ) системы координат спутника,  $\nu_z$  – погрешность измерения ДУС – дрейф гироскопов.

Для определенности, в дальнейшем будем считать, что

$$\nu_z = \nu_z^0 + \nu_z^s, \quad \nu_z^0 = \text{const}.\tag{37}$$

где  $\nu_z^0 = (\nu_{z_1}^0, \nu_{z_2}^0, \nu_{z_3}^0)^T$  – систематическая составляющая гироскопического дрейфа,  $\nu_z^s = (\nu_{z_1}^s, \nu_{z_2}^s, \nu_{z_3}^s)^T$  – случайная составляющая гироскопического дрейфа – процесс типа белого шума с заданными характеристиками.

Кинематическое уравнение Пуассона для матрицы ориентации  $A'$  имеем вид:

$$\dot{A}' = \widehat{\omega}' A'.\tag{38}$$

Матрица  $A'$  определяет ориентацию некоего трехгранника  $My$ , который в инерциальной навигации называется модельным трехгранником. Трехгранник  $My$  является числовым образом трехгранника  $Ms$ . Можно явно указать, что  $A' = A_{y\xi}$ .

Введем вектор малого поворота  $\beta_z$ , характеризующий взаимную ориентацию модельного трехгранника  $My$  (как выше упоминалось, его ориентация в пространстве определяется модельной матрицей  $A'$ ) и приборной  $Mz$  или связанной  $Ms$  системы координат:

$$A_{zy} = E + \widehat{\beta}_z.\tag{39}$$

Справедливо следующее линейное кинематическое уравнение ошибок:

$$\dot{\beta}_z = \hat{\omega}' \beta_z + \nu_z. \quad (40)$$

Здесь также рассматриваются несколько возможных постановок задачи определения параметров ориентации корпуса спутника путем комплексной обработки информации, предоставляемой ДУС и фазовыми измерениями многоантенного спутникового приемника.

В разделе §3.2 представлены корректирующие измерения, составленные с использованием так называемой вторичной спутниковой информации - встроенных решений СНС.

Обозначим через  $l$  вектор, соединяющий фазовые центры двух спутниковых антенн, установленных на спутнике. Координаты вектора  $l_z$  в осях  $Mz$  предполагаются известными.

Пусть с помощью обработки дифференциальных комбинаций спутниковых измерений (прежде всего, фазовых) получена оценка этого вектора в гринвичских осях  $O\eta$ . Последнее связано с технологией обработки спутниковых измерений, которая традиционно использует эту систему координат. Имеем

$$l_\eta^{est} = l_\eta + \Delta l_\eta, \quad (41)$$

где  $l_\eta = A_{\eta z} l_z$  – истинное значение базового вектора в осях  $O\eta$ ,  $A_{\eta z}$  – матрица ориентации приборной и гринвичской систем координат,  $\Delta l_\eta$  – погрешность определения вектора  $l_\eta$ .

Спроектируем измерение  $l_\eta^{est}$  на оси модельного трехгранника

$$l_y^{est} = A' A_{\xi \eta} l_\eta^{est} = l_y + \Delta l_y, \quad l_y = A' A_{\xi \eta} l_\eta, \quad \Delta l_y = A' A_{\xi \eta} \Delta l_\eta. \quad (42)$$

Здесь  $A_{\xi \eta}$  – матрица взаимной ориентации инерциальной и гринвичской систем координат, являющаяся известной функцией текущего времени и угловой скорости вращения Земли.

Векторы  $l_y$ ,  $l_z$  связаны соотношением

$$A' = A_{y\xi} = A_{zy}^T A_{z\xi} = (E - \hat{\beta}_z) A_{z\xi} \rightarrow l_y = (E - \hat{\beta}_z) l_z. \quad (43)$$

Образуя измерение  $z_y = l_y^{est} - l_z$ , получим

$$z_y = -\hat{\beta}_z l_z + \Delta l_y = \hat{l}_z \beta_z + \Delta l_y. \quad (44)$$

Это измерение можно использовать в качестве корректирующего измерения для оценивания вектора  $\beta_z$ , поведение которого описывается моделью (40).

*Замечание.* Измерение (44) – векторное произведение векторов  $\beta_z$  и  $l_z$  и представляет собой вектор, ортогональный плоскости, построенной векторах  $\beta_z$  и  $l_z$ . Иногда целесообразно перейти к следующим «новым» измерениям:

$$\begin{aligned} z_y^{(1)} &= -\hat{l}_y z_y = -\hat{l}_y (-\hat{\beta}_z l_z + \Delta l_y) = \beta_z \|l_z\|^2 - l_z (l_z^T \beta_z) - \hat{l}_y \Delta l_y, \\ z_y^{(2)} &= l_z^T z_y = l_z^T \Delta l_y. \end{aligned} \quad (45)$$

Измерение  $z_y^{(1)}$  содержит полезный сигнал  $\beta_z$ , измерение  $z_y^{(2)}$  зависит только от погрешности измерения  $\Delta l_y$ .

Аналогичную (44) коррекционную модель можно записать в осях гринвичской системы координат.

Для этого введем модельное значение  $l'_\eta$  базового вектора в гринвичских осях:

$$l'_\eta = (A' A_{\xi\eta})^T l_z, \quad (46)$$

и образуем измерение  $z_\eta = l_\eta^{est} - l'_\eta$ .

Учитывая, что  $A' = (E - \hat{\beta}_z) A_{z\xi}$ ,  $A_{\eta z} \hat{\beta}_z A_{\eta z}^T = \hat{\beta}_\eta$  и  $\beta_\eta = A_{\eta z} \beta_z$ , получим

$$z_\eta = -\hat{\beta}_\eta l'_\eta + \Delta l_\eta = \hat{l}_\eta \beta_\eta + \Delta l_\eta. \quad (47)$$

При этом вектор малого поворота  $\beta_\eta$  удовлетворяет кинематическому уравнению

$$\dot{\beta}_\eta = \hat{u}_\eta \beta_\eta + (A' A_{\xi\eta})^T \nu_z. \quad (48)$$

Далее можно воспользоваться приемом, описанным в (45).

Перейдем к следующим «новым» измерениям:

$$\begin{aligned} z_\eta^{(1)} &= -\hat{l}_\eta z_\eta = \beta_\eta \|l'_\eta\|^2 - l'_\eta (l_\eta'^T \beta_\eta) - \hat{l}_\eta \Delta l_\eta, \\ z_\eta^{(2)} &= l_\eta'^T z_\eta = l_\eta'^T \Delta l_\eta. \end{aligned} \quad (49)$$

Измерение  $z_\eta^{(1)}$  содержит полезный сигнал  $\beta_\eta$ , измерение  $z_\eta^{(2)}$  зависит только от погрешности измерения  $\Delta l_\eta$ .

Для определенности допустим, что многоантенный GPS приемник образует три базовых взаимно ортогональных вектора и для каждого из них обеспечивается встроенное СНС решение в гринвичской системе координат:  $l_\eta^{est(1)}$ ,  $l_\eta^{est(2)}$ ,  $l_\eta^{est(3)}$ .

Сводная модель корректирующих измерений формируются следующим образом:

$$\begin{aligned} z_\eta^{(1)} &= l_\eta^{est(1)} - l_\eta^{(1)'} = \hat{l}_\eta^{(1)'} \beta_\eta + \Delta l_\eta^{(1)}, & l_\eta^{(1)'} &= (A' A_{\xi\eta})^T l_z^{(1)}, & l_z^{(1)} &= [1 \ 0 \ 0]^T, \\ z_\eta^{(2)} &= l_\eta^{est(2)} - l_\eta^{(2)'} = \hat{l}_\eta^{(2)'} \beta_\eta + \Delta l_\eta^{(2)}, & l_\eta^{(2)'} &= (A' A_{\xi\eta})^T l_z^{(2)}, & l_z^{(2)} &= [0 \ 1 \ 0]^T, \\ z_\eta^{(3)} &= l_\eta^{est(3)} - l_\eta^{(3)'} = \hat{l}_\eta^{(3)'} \beta_\eta + \Delta l_\eta^{(3)}, & l_\eta^{(3)'} &= (A' A_{\xi\eta})^T l_z^{(3)}, & l_z^{(3)} &= [0 \ 0 \ 1]^T. \end{aligned}$$

Здесь, для определенности, мы считаем, что базовые векторы  $l_z^{(1)}, l_z^{(2)}, l_z^{(3)}$  есть единичные векторы, направленные по осям приборной системы координат  $Mz$ .

Введем

$$z = [z_\eta^{(1)}, z_\eta^{(2)}, z_\eta^{(3)}]^T. \quad (50)$$

Введем вектор состояния  $x$ , вектор шумов  $q$  динамической системы (48), вектор шумов  $r$  измерений (50):

$$\begin{aligned} x &= (\beta_{\eta_1}, \beta_{\eta_2}, \beta_{\eta_3}, \nu_{z_1}^0, \nu_{z_2}^0, \nu_{z_3}^0)^T, \\ q &= [\nu_{z_1}^s, \nu_{z_2}^s, \nu_{z_3}^s]^T, & r &= [\Delta l_\eta^{(1)}, \Delta l_\eta^{(2)}, \Delta l_\eta^{(3)}]^T. \end{aligned} \quad (51)$$

Тогда на основе моделей (48), (37), (47) можно поставить стандартную задачу оценивания фазового вектора  $x$  линейной динамической системы:

$$\dot{x} = Ax + Bq, \quad (52)$$

при помощи измерений  $z$  линейных комбинаций его компонент:

$$z = Hx + r. \quad (53)$$

При принятии соответствующих стохастических, ковариационных гипотез о векторах  $x(t_0)$ ,  $q$ ,  $r$ , для решения этой задачи могут быть применены алгоритмы оценивания калмановского типа.

В разделе §3.3 представлены корректирующие измерения, составленные с использованием так называемой первичной спутниковой информации - фазовые измерения от нескольких антенн.

Второй способ предполагает записать коррекционную модель, основанную на первых разностях фазовых измерений.

**Фазовые измерения**  $Z_{\varphi_i}$  представляет собой результат измерения разности фаз  $\varphi$  между принимаемым спутниковым радиосигналом и непрерывно генерируемым в приемоиндикаторе аналогичным опорным сигналом.

Фазовые измерения интерпретируются как мера расстояния объект-спутник, поскольку приращение фазовых измерений для двух соседних отсчетов (при отсутствии сбоев измерений) пропорционально измерению расстояния объект-спутник на этом временном интервале.

Поскольку измерительные устройства приемоиндикаторов не позволяют фиксировать число целых длин волн спутникового радиосигнала, укладывающихся в расстоянии объект-спутник, фазовые измерения рассматриваются как измерения расстояния  $\rho$  объект-спутник с неопределенной систематической составляющей, равной некоторому целому числу  $N$  длин волн несущей частоты  $f$  радиосигнала.

Приведем достаточно общую модель фазовых измерений (размерность – циклы):

$$Z_{\varphi_i} = \frac{\rho_i}{\lambda} + f\Delta\tau + N_i + \Delta\varphi^s. \quad (54)$$

где  $\rho_i = \sqrt{(\eta^{sat_i} - \eta^{rcv})^T (\eta^{sat_i} - \eta^{rcv})}$  – истинное расстояние объект-спутник ( $i$  – номер спутника),  $f$  – частота радиосигнала,  $\lambda$  – длина волны радиосигнала ( $\lambda = c/f$ ),  $N_i$  – целочисленная неопределенность фазового измерения (в англоязычной литературе величину  $N$  называют «ambiguity»),  $\Delta\tau$  – погрешность часов приемника,  $\Delta\varphi^s$  – нормально распределенная случайная величина с нулевым средним и стандартным отклонением  $\sigma_\varphi$  порядка  $0.01/\lambda$ .

### Формирование корректирующих измерений.

Обозначим через  $l_z$  известный вектор в осях  $Mz$ , соединяющий центры двух спутниковых антенн, установленных на спутнике. В гринвичских осях имеем

$$l_\eta = A_{\eta z} l_z. \quad (55)$$

Обозначим через  $Z_{\varphi_i}^m$  фазовое измерение основной ( $m \rightarrow master$ ) антенны, через  $Z_{\varphi_i}^s$  второй ( $s \rightarrow slave$ ) антенны. Полезным сигналом этих измерений является расстояние  $\rho$ . Обозначим через  $\eta^m$  – координаты основной антенны. Тогда для координат  $\eta^s$  второй антенны справедливо:

$$\eta^s = \eta^m + l_\eta. \quad (56)$$

Введем первую разность фазовых измерений

$$\Delta Z_{\varphi_i} = Z_{\varphi_i}^m - Z_{\varphi_i}^s. \quad (57)$$

В линейном приближении справедливо

$$\Delta Z_{\varphi_i} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{(\eta^{sat_i} - \eta^m)^T}{\rho_i^m} l_\eta + \Delta N_i + \Delta \varphi_i^*, \quad \rho_i^m = \sqrt{(\eta^{sat_i} - \eta^m)^T (\eta^{sat_i} - \eta^m)}. \quad (58)$$

где  $\Delta N_i = N_i^m - N_i^s$ ,  $\Delta \varphi_i^* = \Delta \varphi_i^{m^s} - \Delta \varphi_i^{s^s}$ .

С помощью модельной матрицы  $A'$ , оценок координат  $\tilde{\eta}^m$  антенны, сформируем выражение

$$\Delta Z_i^{comp} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{(\eta^{sat_i} - \tilde{\eta}^m)^T}{\tilde{\rho}_i^m} l'_\eta, \quad l'_\eta = (A' A_{\xi\eta})^T l_z, \quad \tilde{\rho}_i^m = \sqrt{(\eta^{sat_i} - \tilde{\eta}^m)^T (\eta^{sat_i} - \tilde{\eta}^m)}. \quad (59)$$

Сформируем корректирующее измерение

$$\Delta z_{\varphi_i} = \Delta Z_{\varphi_i} - \Delta Z_i^{comp}. \quad (60)$$

Используя (47) и полагая, что ошибками оценки  $\Delta \tilde{\eta} = \eta^m - \tilde{\eta}^m$  можно пренебречь ( $\Delta \tilde{\eta} / \tilde{\rho}^m$  малая величина), получим

$$\Delta z_{\varphi_i} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{(\eta^{sat_i} - \tilde{\eta}^m)^T}{\tilde{\rho}^m} \hat{l}'_\eta \beta_\eta + \Delta N_i + \Delta \varphi^*, \quad \Delta \dot{N}_i = 0. \quad (61)$$

Используя измерения вида (61) для всех видимых навигационных спутников, далее можно поставить задачу оценивания вектора  $\beta_\eta$ , поведение которого описывается уравнением (48).

При этом вводится коагулированный вектор состояния, компонентами которого также являются величины  $\Delta N_i$ .

При помощи (61) накапливаются первичные фазовые измерения GPS-приемника:

$$z = \left[ \Delta z_\varphi^{(1)}, \Delta z_\varphi^{(2)}, \dots, \Delta z_\varphi^{(m)} \right]^T, \quad (62)$$

где  $m + 1$  – число видимых спутников GPS.

С учетом (48) и выбранного вектора измерения (62) вектор состояния  $x$  и вектор погрешности динамической системы  $q$  примут следующий вид:

$$x = [\beta_{\eta_1}, \beta_{\eta_2}, \beta_{\eta_3}, \nu_{z_1}^0, \nu_{z_2}^0, \nu_{z_3}^0, \Delta N_1, \dots, \Delta N_m]^T, \quad q = [\nu_{z_1}^s, \nu_{z_2}^s, \nu_{z_3}^s]^T, \quad (63)$$

где  $m + 1$  – число видимых спутников GPS и  $q$  – векторный случайный процесс типа белого шума с заданной интенсивностью и нулевым математическим ожиданием.

Тогда систему (48), (50) и (61) можно записать в виде:

$$\dot{x} = Ax + Bq, \quad z = Hx + r,$$

где вид матриц  $A$ ,  $B$  и  $H$  может быть легко определен.

Таким образом задача определения ориентации сводится к задаче оценивания кинематической ошибки при помощи дифференциальных комбинаций первичных спутниковых измерений.

Во время попытки осуществить захват сигналов от набора навигационных спутников GPS, значения неоднозначности в фазовых измерениях от каждого спутника называются «значениями плавающей неоднозначности». После того как захват был осуществлен, значения неоднозначности были разрешены, они называются значениями целочисленной

неоднозначности, так как значения разрешенных неоднозначностей являются целыми числами.

В разделе §3.3 на отдельном параграфе обсуждается задача разрешения и исключения целочисленных неопределенностей в фазовых измерениях.

Раздел §3.4 посвящен моделированию задачи определения параметров ориентации малого спутника и обработке модельных данных

За основу численного моделирования были взяты характеристики углового движения спутника Университетский «Татьяна-2». Микроспутник «Университетский-Татьяна-2» во время поддержания ориентации на Землю совершает колебательные движения по углам крена и тангажа, амплитуда которых доходит до 0.5 градуса.

Пусть угловое движение малого спутника «Университетский-Татьяна-2» характеризуется следующими свойствами:

1. Углы крена и тангажа меняются по гармоническому закону:  $\gamma(t) = A_\gamma \sin(\omega_\gamma t + \varphi_\gamma)$ ,  $\vartheta(t) = A_\vartheta \sin(\omega_\vartheta t + \varphi_\vartheta)$ , где  $A_\gamma$ ,  $A_\vartheta$ ,  $\omega_\gamma$ ,  $\omega_\vartheta$ ,  $\varphi_\gamma$ ,  $\varphi_\vartheta$  – амплитуды, частоты, фазы колебаний.
2. Характерные значения этих параметров таковы:  $A_\gamma, A_\vartheta \simeq 0.5^\circ$ ,  $\omega_\gamma, \omega_\vartheta \simeq \frac{2\pi}{600}$ .
3. Для описания поведения угла курса возьмем функцию  $\psi(t) = \frac{305}{970}t + 20^\circ$ .
4. Функции  $\psi(t)$ ,  $\gamma(t)$ ,  $\vartheta(t)$  должны иметь непрерывные производные в каждой точке указанного отрезка.

Таким образом мы полностью задали параметры ориентации.

Предполагается, что оси чувствительности ДУС и направления базовых векторов совпадают. Приемник СНС составляет систему разнесенных антенн, включающая в себя два ортогональных друг другу базовых векторов.

В данном разделе также мы приведем изложение методики моделирования показаний ДУС. Модель измерения  $\omega'_s$  ДУС такова:  $\omega'_s = \omega_s - \nu^0 - \nu^s$ , где  $\nu^0$  – систематическая составляющая погрешности ДУС – гироскопический дрейф, порядка  $1^\circ/\text{час}$ ,  $\nu^s$  – шумовая составляющая.

Пусть априори заданы начальные значения углов ориентации:  $\psi'(t_0) = \psi(t_0) + \Delta\psi(t_0)$ ,  $\gamma'(t_0) = \gamma(t_0) + \Delta\gamma(t_0)$ ,  $\vartheta(t_0) = \vartheta(t_0) + \Delta\vartheta(t_0)$ , где  $\Delta\psi$ ,  $\Delta\gamma$ ,  $\Delta\vartheta$  – начальные ошибки углов.

Далее при помощи начальных значений углов ориентации и соотношения (36) моделируются показания датчиков угловой скорости.

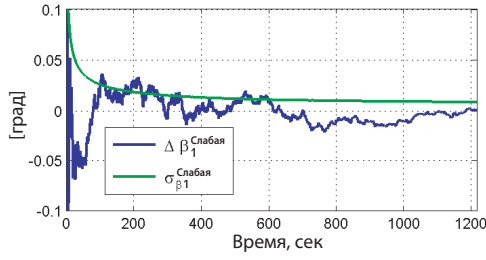
Используя показания  $\omega'$  датчиков угловой скорости определяется модельная матрица ориентации корпуса спутника путем интегрирования кинематическое уравнение Пуассона.

В разделе §3.4 в отдельных параграфах приведены основные параметры имитатора и характеристики датчика угловых скоростей.

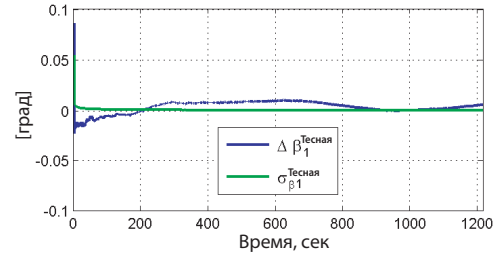
Обработка данных дала следующие результаты:

1. Оба метода интеграции этих данных позволяют получать удовлетворительные оценки ошибок определения ориентации и гироскопического дрейфа.
2. При достаточном числе видимых спутников и при наличии 3-х базовых ортогональных друг другу векторов оба метода позволяют оценивать ошибки ориентации с погрешностью порядка несколько угловых минут.

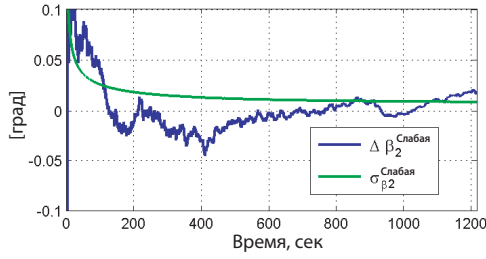
Раздел §3.5, посвящен заключению второй главы с основными результатами и выводами.



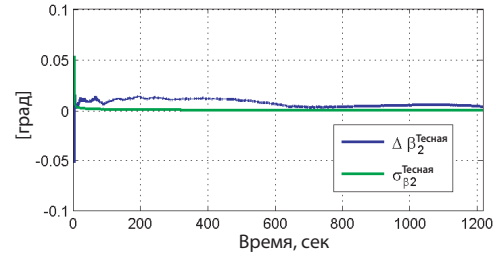
(a) Оценки  $\Delta\beta_1$  &  $\sigma_{\beta_1}$ , полученные при слабой интеграции.



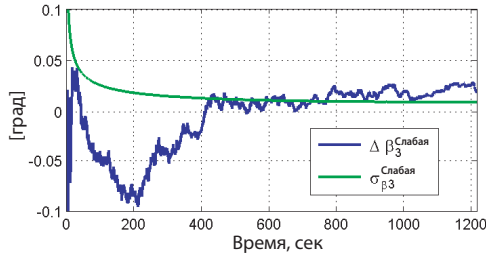
(b) Оценки  $\Delta\beta_1$  &  $\sigma_{\beta_1}$ , полученные при тесной интеграции.



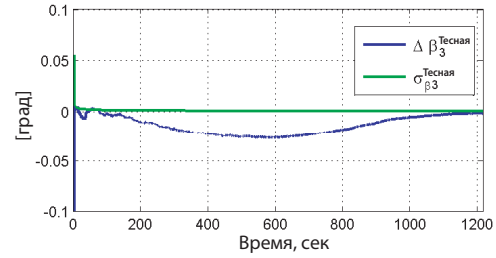
(c) Оценки  $\Delta\beta_2$  &  $\sigma_{\beta_2}$ , полученные при слабой интеграции.



(d) Оценки  $\Delta\beta_2$  &  $\sigma_{\beta_2}$ , полученные при тесной интеграции.

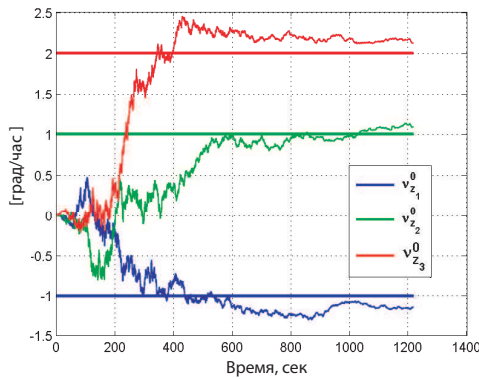


(e) Оценки  $\Delta\beta_3$  &  $\sigma_{\beta_3}$ , полученные при слабой интеграции.

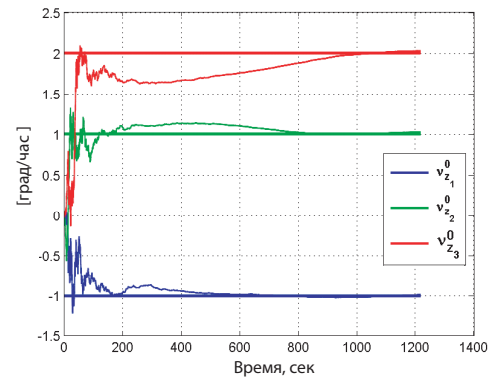


(f) Оценки  $\Delta\beta_3$  &  $\sigma_{\beta_3}$ , полученные при тесной интеграции.

Рис. 2: Сравнение ошибок оценки  $\Delta\beta$  & СКО ошибок оценки  $\sigma_\beta$ .



(a) Слабо связанная интеграция.



(b) Тесно связанная интеграция.

Рис. 3: Сравнение истинных & оцененных гироскопических дрейфов.



Третья глава диссертации называется «**Стохастический анализ точности редуцированных моделей и алгоритмов в задаче ориентации**».

В этой главе исследуется зависимость точности (качества) оценивания параметров редуцированных моделей (алгоритмов) от количества и распределения (по продольной/боковой оси) смещений, присущих в базовых векторах. Производится стохастический анализ точности редуцированных алгоритмов оценивания, основанной на понятии стохастической меры оцениваемости.

Введение смещений в координатах базовых векторов можно осуществить, например, на основе введения вектора малого поворота  $\beta^a$  между приборной системой координат  $Mz$ , связанной с осями чувствительности ДУС, и системой координат  $Mz^a$ , связанной с базовыми векторами многоантенного GPS приемника. Тогда матрица взаимной ориентации  $A_{zz^a}$  этих систем координат примет вид

$$A_{zz^a} = E + \hat{\beta}^a \quad \text{и} \quad l_z = l_{z^a} + \delta l_z, \quad \delta l_z = \hat{\beta}^a l_{z^a},$$

где вектор  $\delta l_z$

$$\delta l_z = \begin{pmatrix} \delta l_{z_1} \\ \delta l_{z_2} \\ \delta l_{z_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_{z_2^a} \beta_3^a - l_{z_3^a} \beta_2^a \\ -l_{z_1^a} \beta_3^a + l_{z_3^a} \beta_1^a \\ l_{z_1^a} \beta_2^a - l_{z_2^a} \beta_1^a \end{pmatrix}, \quad (64)$$

можно интерпретировать как неизвестное смещение, порождаемое несоосностью трехгранников  $Mz$ ,  $Mz^a$  (координаты вектора  $l_{z^a}$  изначально измеряются в осях  $Mz^a$ ).

Здесь же отметим, что модель (64) не учитывает возможную погрешность информации о длине базового вектора  $l_{z^a}$ .

Поэтому рассмотрим сразу общий случай, когда предполагается, что координаты базовых векторов  $l_z^{(j)}$  ( $j$  – условный номер вектора) в связанных осях  $Mz$  предполагаются известными с некоторой ошибкой  $\Delta l_z^{(j)}$ :

$$l_z^{(j)'} = l_z^{(j)} + \delta l_z^{(j)}, \quad \delta l_z^{(j)} = \text{const}. \quad (65)$$

Такая модель включает в себя ошибки несоосности систем координат  $Mz$ ,  $Mz^a$ , неточность знания длин базовых векторов, смещения, вызванные возможной деформацией конструкции спутника и т.п.

Появление ошибок  $\delta l_z^{(j)}$  в модели (65) приводят к тому, что представленные выше модели задач оценивания (для слабой и тесной интеграции) изменяться только в части моделей векторов измерения. Имеем:

- вместо уравнения (44), получим  $z_y^{(j)} = \hat{l}_z^{(j)'} \beta_z - \delta l_z^{(j)} + \Delta l_y^{(j)}$ .
- вместо уравнения (47), получим  $z_\eta = \hat{l}_\eta^{(j)'} \beta_\eta - \delta l_\eta^{(j)} + \Delta l_\eta^{(j)}$ ,  $\delta l_\eta^{(j)} = (A' A_{\xi\eta})^T \delta l_z^{(j)}$ .
- вместо уравнения (61), получим

$$\begin{aligned} \Delta z_{\varphi_i} &= \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{(\eta^{\text{sat}_i} - \tilde{\eta}^m)^T}{\tilde{\rho}^m} \left( \hat{l}_\eta^{(j)'} \beta_\eta - \delta l_\eta^{(j)} \right) + \Delta N_i^{(j)} + \Delta \varphi_i^{(j)*}, \\ \delta l_\eta^{(j)} &= (A' A_{\xi\eta})^T \delta l_z^{(j)}. \end{aligned}$$

В разделе 4.1 представлена полная модель задачи оценивания при введении смещений как неизвестных параметров в вектор состояния.

Рассмотрим, для определенности, случай установки трех антенн, и соответственно, наличия двух базовых векторов. Имеем:

$$l_z^{(1)'} = l_z^{(1)} + \delta l_z^{(1)}, \quad l_z^{(2)'} = l_z^{(2)} + \delta l_z^{(2)}, \quad \delta l_z^{(j)} = (\delta l_{z_1}^{(j)}, \delta l_{z_2}^{(j)}, \delta l_{z_3}^{(j)})^T, \quad j = 1, 2. \quad (66)$$

Введем коагулированный вектор состояния  $x$ :

$$x = [x_I \quad x_{II}]^T, \quad (67)$$

где

$$\begin{aligned} x_I &= (\beta_{\eta_1}, \beta_{\eta_2}, \beta_{\eta_3}, \nu_{z_1}^0, \nu_{z_2}^0, \nu_{z_3}^0)^T, \\ x_{II} &= (\delta l_z^{(1)T}, \delta l_z^{(2)T})^T = (\delta l_{z_1}^{(1)}, \delta l_{z_2}^{(1)}, \delta l_{z_3}^{(1)}, \delta l_{z_1}^{(2)}, \delta l_{z_2}^{(2)}, \delta l_{z_3}^{(2)})^T. \end{aligned} \quad (68)$$

Тогда полная модель задачи оценивания примет вид

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{x}_{II} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A_{11} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_I \\ x_{II} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} q_{6 \times 1} \\ 0_{6 \times 1} \end{pmatrix}, \\ z &= H_I x_I + H_{II} x_{II} + r. \end{aligned} \quad (69)$$

Выражения для матриц  $A_{11}$ ,  $H_I$ ,  $H_{II}$  и векторов  $q$ ,  $r$  здесь не приводятся ввиду их громоздкости.

В разделе §4.2 представлена редуцированная (упрощенная) модель задачи оценивания и редуцированный фильтр Калмана.

Имеем (вектором  $x_{II}$  пренебрегаем в полной модели):

$$\dot{x}_I^r = A_{11} x_I^r + q, \quad z^r = H_I x_I^r + r, \quad (70)$$

где  $x_I^r$  – вектор состояния редуцированной модели задачи, вектор измерения  $z^r$  равен как реализация вектору  $z$  (69).

Соответственно, редуцированный фильтр Калмана будет иметь вид:

$$\dot{\tilde{x}}_I^r = A_{11} \tilde{x}_I^r + K^r (z - H_I \tilde{x}_I^r). \quad (71)$$

где  $\tilde{x}_I^r$  оценка, доставляемая редуцированным фильтром Калмана и используемая далее в качестве оценки исходного вектора состояния  $x_I$ ,  $K^r$  – калмановский коэффициент усиления.

В разделе §4.3 составляется уравнения для истинной ошибки оценки.

Введем истинную ошибку оценки  $\Delta x_I^r$  (см. (68)):

$$\Delta x_I^r = Lx - \tilde{x}_I^r = x_I - \tilde{x}_I^r, \quad L = \begin{pmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \end{pmatrix}. \quad (72)$$

Тогда

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{II} \\ \Delta \dot{x}_I^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ -K^r H_{II} & A_{11} - K^r H_I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{II} \\ \Delta x_I^r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0_{6 \times 1} \\ q - K^r r \end{pmatrix}. \quad (73)$$

Отсюда, в частности, следует, что оценка  $\tilde{x}_I^r$  исходного вектора состояния  $x_I$  оказывается смещенной.

Введем коагулированный вектор  $y$ :

$$y = [x_{II} \quad \Delta x_I^r]^T. \quad (74)$$

Введем математическое ожидание  $\mu_y$  вектора  $y$  и соответствующий центрированный вектор  $\overset{\circ}{y}$ :

$$\mu_y = M[y], \quad \overset{\circ}{y} = y - \mu_y. \quad (75)$$

Тогда

$$\dot{\hat{y}} = A_y \hat{y} + q_y, \quad A_y = \begin{pmatrix} 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ -K^r H_{II} & A_{11} - K^r H_I \end{pmatrix}, \quad q_y = \begin{pmatrix} 0_{6 \times 1} \\ q - K^r r \end{pmatrix}.$$

В разделе §4.4 составляется дисперсионное уравнение для истинной ошибки оценки. Введем

$$P_y = \begin{bmatrix} \hat{y} \hat{y}^T \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} P_{x_{II}} & K_{x_{II} \Delta x_I^r} \\ K_{\Delta x_I^r x_{II}} & P_{\Delta x_I^r} \end{pmatrix}. \quad (76)$$

где  $P_{x_{II}}$  – ковариационная матрица вектора  $x_{II}$ ,  $P_{\Delta x_I^r}$  – ковариационная матрица истинной ошибки оценки  $\Delta x_I^r$ ,  $K_{x_{II} \Delta x_I^r}$ ,  $K_{\Delta x_I^r x_{II}} = K_{x_{II} \Delta x_I^r}^T$  – соответствующие моменты корреляции.

Тогда

$$\begin{aligned} \dot{P}_y &= A_y P_y + P_y A_y + Q_y, & Q_y &= \begin{pmatrix} 0_{6 \times 1} & 0_{6 \times 1} \\ 0_{6 \times 1} & Q - K^r R K^r \end{pmatrix}, \\ M[q(t)q^T(s)] &= Q(t)\delta(t-s), \\ M[r(t)r^T(s)] &= R(t)\delta(t-s), & M[q(t)r^T(s)] &= 0. \end{aligned} \quad (77)$$

Диагональные элементы матрицы  $P_{\Delta x_I^r}$  являются дисперсиями компонент вектора истинной ошибки оценки  $\Delta x_I^r$ .

В расчетах используются дискретные модели, приведем их.

Полная модель задачи в дискретном времени, строится следующим образом:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_{I_{j+1}} \\ x_{II_{j+1}} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \Phi_j & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{I_j} \\ x_{II_j} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} q_j \\ 0_{6 \times 1} \end{pmatrix}, \\ z_j &= H_I x_{I_j} + H_{II} x_{II_j} + r_j, \end{aligned} \quad (78)$$

где матрица  $\Phi_{11}$  и вектор  $q_j$  соответствуют дискретному представлению динамической системы (48).

Соответственно, редуцированная модель задачи оценивания примет вид:

$$x_{I_{j+1}}^r = \Phi_j x_{I_j}^r + q_j, \quad z_j^r = H_{I_j} x_{I_j}^r + r_j. \quad (79)$$

Составим редуцированный дискретный фильтр Калмана:

### 1. Этап коррекции:

$$\tilde{x}_{I_j}^{+r} = \tilde{x}_{I_j}^{-r} + K_j^T (z_j - H_{I_j} \tilde{x}_{I_j}^{-r}). \quad (80)$$

где  $K_j^r$  – калмановский коэффициент усиления. Если используется поскалярная обработка измерений, то циклично реализуются соотношения (80) для каждой компоненты вектора измерения  $z_j$ .

### 2. Этап прогноза:

$$\tilde{x}_{I_{j+1}}^{-r} = \Phi_j \tilde{x}_{I_j}^{+r}. \quad (81)$$

Введем истинные ошибки оценки:

$$\begin{aligned} \Delta x_{I_j}^{+r} &= L x_j - \tilde{x}_{I_j}^{+r} = x_{I_j} - \tilde{x}_{I_j}^{+r}, & \Delta x_{I_j}^{-r} &= L x_j - \tilde{x}_{I_j}^{-r} = x_{I_j} - \tilde{x}_{I_j}^{-r}, \\ L &= \begin{pmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (82)$$

Имеем:

1. **Этап коррекции:**

$$\begin{pmatrix} x_{II_j} \\ \Delta x_{I_j}^{+r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ -K_j^r H_{II_j} & I - K_j^r H_{I_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{II_j} \\ \Delta x_{I_j}^{+r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0_{6 \times 1} \\ -K_j^r r_j \end{pmatrix}. \quad (83)$$

2. **Этап прогноза:**

$$\begin{pmatrix} x_{II_{j+1}} \\ \Delta x_{I_{j+1}}^{+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & \Phi_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{II_j} \\ \Delta x_{I_j}^{+r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0_{6 \times 1} \\ q_j \end{pmatrix}. \quad (84)$$

Введем центрированные истинные ошибки оценки:

$$\Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{\pm r} = \Delta x_{I_j}^{\pm r} - \mu_{\Delta x_{I_j}^{\pm r}}, \quad \mu_{\Delta x_{I_j}^{\pm r}} = M [\Delta x_{I_j}^{\pm r}]. \quad (85)$$

Для центрированных истинных ошибок оценки будут справедливы аналогичные (83), (84) соотношения:

1. **Этап коррекции:**

$$\begin{pmatrix} x_{II_j} \\ \Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{+r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ -K_j^r H_{II_j} & I - K_j^r H_{I_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{II_j} \\ \Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{+r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0_{6 \times 1} \\ -K_j^r r_j \end{pmatrix}.$$

2. **Этап прогноза:**

$$\begin{pmatrix} x_{II_{j+1}} \\ \Delta \overset{\circ}{x}_{I_{j+1}}^{+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & \Phi_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{II_j} \\ \Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{+r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0_{6 \times 1} \\ q_j \end{pmatrix}. \quad (86)$$

Сформулируем дисперсионные уравнения для истинных ошибок оценки.

Введем коагулированный вектор  $y$ :  $y_j^{\pm} = \begin{bmatrix} x_{II_j} & \Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{\pm r} \end{bmatrix}^T$ .

Введем соответствующую ковариационную матрицу  $P_{y_j}^{\pm}$ :

$$P_{y_j}^{\pm} = M [y_j^{\pm} y_j^{\pm T}] = \begin{pmatrix} P_{x_{II_j}} & K_{x_{II_j} \Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{\pm r}} \\ K_{\Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{\pm r} x_{II_j}} & P_{\Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{\pm r}} \end{pmatrix}. \quad (87)$$

Имеем

1. **Этап коррекции:**

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} P_{x_{II_j}} & K_{x_{II_j} \Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{+r}} \\ K_{\Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{+r} x_{II_j}} & P_{\Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{+r}} \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ -K_j^r H_{II_j} & I - K_j^r H_{I_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{x_{II_j}} & K_{x_{II_j} \Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{-r}} \\ K_{\Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{-r} x_{II_j}} & P_{\Delta \overset{\circ}{x}_{I_j}^{-r}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{6 \times 6} & -H_{II_j}^T K_j^{rT} \\ 0_{6 \times 6} & I - H_{I_j}^T K_j^{rT} \end{pmatrix} + \\ & + \begin{pmatrix} 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & K_j^r R_j K_j^{rT} \end{pmatrix}, \quad M [r_j r_k^T] = R_j \delta_{jk}. \end{aligned} \quad (88)$$

*Замечание.* При поскалярной обработки измерений соотношения (88) повторяются циклично (по числу компонент вектора измерений) и фигурирующие в (88) параметры  $K_j^r$ ,  $H_{I_j}$ ,  $H_{II_j}$  представляют собой, соответственно, коэффициент усиления (вектор), строки матриц  $H_{I_j}$ ,  $H_{II_j}$ .

## 2. Этап прогноза:

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} P_{x_{II_{j+1}}} & K_{x_{II_{j+1}} \Delta \hat{x}_{I_{j+1}}^{-r}} \\ K_{\Delta \hat{x}_{I_{j+1}}^{-r} x_{II_{j+1}}} & P_{\Delta \hat{x}_{I_{j+1}}^{-r}} \end{pmatrix} = \\
& = \begin{pmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & \Phi_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{x_{II_j}} & K_{x_{II_j} \Delta \hat{x}_{I_j}^{+r}} \\ K_{\Delta \hat{x}_{I_j}^{+r} x_{II_j}} & P_{\Delta \hat{x}_{I_j}^{+r}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & \Phi_j^T \end{pmatrix} + \\
& + \begin{pmatrix} 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & Q_j \end{pmatrix}, \quad M[q_j q_k^T] = Q_j \delta_{jk}
\end{aligned} \tag{89}$$

Диагональные элементы матрицы  $P_{\Delta \hat{x}_{I_j}^{\pm r}}$  являются дисперсиями компонент вектора истинной ошибки оценки  $\Delta x_{I_j}^{\pm r}$ .

Для последующего анализа важно сравнивать значения дисперсий ошибок оценки для истинной ошибки оценки  $\Delta x_{I_j}^{\pm r}$  и дисперсий ошибок оценки, полученных из ковариационной матрицы редуцированного фильтра (70), (71).

Зададим начальное условие для дисперсионного уравнения:  $P_{y_0}^- = \begin{pmatrix} P_{x_{II}} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & P_{\Delta x_{I_0}^r} \end{pmatrix}$ .

Введем стохастические меры оцениваемости переменных  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ :  $y = L(t)x$ .

**Абсолютной мерой** оцениваемости  $\mu_{y_i}^a$  переменной  $y_i$  назовем величину  $\mu_{y_i}^a = 1 - \frac{\sqrt{\tilde{P}_{y_{ii}}}}{\sqrt{P_{y_{ii}}}}$ , где  $\tilde{P}_y = L(t)\tilde{P}(t)L^T(t)$  – ковариационная матрица ошибки оценки  $\Delta y = y - \tilde{y} = L(t)(x - \tilde{x})$  в том случае, когда оценка  $\tilde{y} = L(t)\tilde{x}$  доставляется оптимальным алгоритмом оценивания – фильтром Калмана,  $P_y = L(t)P(t)L^T(t)$  – априорная ковариационная матрица вектора  $y = L(t)x$ .

Очевидно, что величины  $\mu_{y_i}^a$  характеризуют предельные точностные возможности оценивания переменных  $y_i$  при помощи измерений  $z$  (69).

**Истинной мерой** оцениваемости  $\mu_{y_i}$  переменной  $y_i$  при помощи редуцированного алгоритма (71) назовем величину  $\mu_{y_i} = 1 - \frac{\sqrt{\tilde{P}_{\Delta y_{ii}}}}{\sqrt{P_{y_{ii}}}}$ , где  $\tilde{P}_{\Delta}$  – ковариационная матрица истинной ошибки оценки  $\Delta x$ ,  $P_y = L(t)P(t)L^T(t)$  – ковариационная матрица вектора  $y = L(t)x$ .

Мера  $\mu_{y_i}$  характеризует точностные возможности редуцированного алгоритма (71).

Справедливо очевидное неравенство:  $\mu_{y_i} \leq \mu_{y_i}^a \leq 1$ .

Если величина  $\mu_{y_i}$  близка к единице, то на основе редуцированной модели возможно получить удовлетворительные оценки указанной переменной. Если величина  $\mu_{y_i}$  близка к нулю (или даже меньше нуля), то применение редуцированного алгоритма неэффективно. Это может быть вызвано как свойствами исходной задачи оценивания (69) (значение  $\mu_{y_i}^a$  также близко к нулю), так и методическими погрешностями редукции. Поэтому необходим сравнительный анализ точностных характеристик оптимального и субоптимального алгоритмов оценивания, для чего собственно и были введены две меры оцениваемости  $\mu_{y_i}$  и  $\mu_{y_i}^a$ .

Раздел §4.5 посвящен описанию обработки модельных данных.

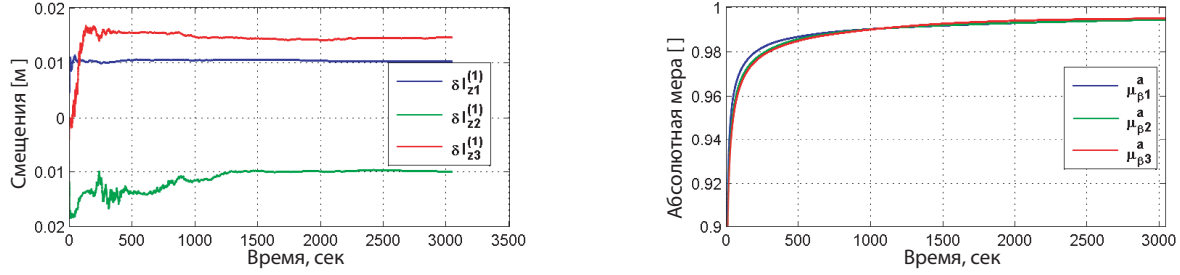
Раздел §4.5.1 предложен ряд модификация модели, обусловленная неточностью знания координат базовых векторов.

Предполагаются, что координаты базовых векторов в связанных осях  $Mz$  известны с некоторой ошибкой – смещением. В качестве начального значения смещения (базовых

векторов в  $Mz$ ) будем задавать следующие величины:  $\delta l_z^{(1)} = [0.01 \quad -0.01 \quad 0.015]^T$  [м],  $\delta l_z^{(1)} = [-0.015 \quad 0.01 \quad -0.02]^T$  [м].

Во-первых, рассмотрим вариант слабо связанной интеграции. В таком случае вектор состояния состоит из 12 параметров: три угловые ошибки ориентации:  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ , три компоненты гироскопического дрейфа:  $\nu_1^0, \nu_2^0, \nu_3^0$ , три компоненты смещения первого базового вектора:  $\delta l_1^{(1)}, \delta l_2^{(1)}, \delta l_3^{(1)}$ , три компоненты смещения второго базового вектора:  $\delta l_1^{(2)}, \delta l_2^{(2)}, \delta l_3^{(2)}$ .

На рисунке 4а изображен результат оценивания смещения, присущего в базовых векторах, для первого базового вектора.



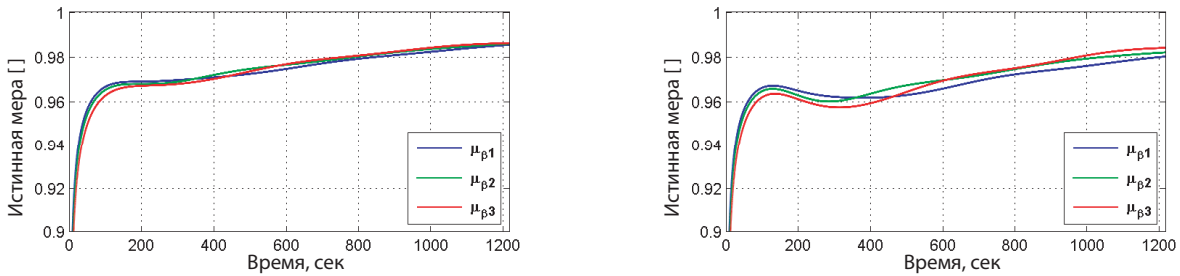
(а) Компоненты оцененных смещений  $\delta l_z^{(1)}$ , (b) Абсолютная  $\mu_y^a$  мера оцениваемости для  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ .  
1-ого базового вектора, при слабо связанной интеграции.

Рис. 4

Как видим, смещения, оказывались полностью оцененными при помощи разработанного алгоритма с точностью до тех самых нескольких сантиметров.

В случаях, когда смещения менее одного сантиметра, абсолютная  $\mu_y^a$  и истинная  $\mu_y$  мера оцениваемости совпадут. Таким образом можно приходить к такому выводу, что в этих случаях, истинные полные модели могут быть заменены редуцированными моделями задачи оценивания.

На рисунке 4b и 5а приведены соответственно графики абсолютной  $\mu_y^a$  и истинной  $\mu_y$  меры оцениваемости для  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ .



(а) Истинная  $\mu_y$  мера оцениваемости для  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ . (b) Истинная  $\mu_y$  мера оцениваемости для  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  при наличии смещения только по продольной оси.

Рис. 5

На рисунке 5b изображен график истинной  $\mu_y$  меры оцениваемости для  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  на случай, когда смещения присутствуют только по продольной оси системы разнесенных антенн. При имитации были заданы следующие величины  $\sigma_{\delta l_3^{(1)}} = 10$  см и  $\sigma_{\delta l_3^{(2)}} = 10$  см (СКО).

В §4.5.2 приводятся некоторые результаты моделирования третьей главы.

Результаты моделирования характеристик полного и редуцированного алгоритма оценивания, соответствующих стохастических мер оцениваемости, показали:

1. что потенциально возможно оценивание смещений при помощи разработанного алгоритма с точностью до нескольких сантиметров (при условии углового движения корпуса спутника).
2. что если смещения достаточно малые величины по сравнению с длиной волны (например порядка одного сантиметра), абсолютная  $\mu_{y_i}^a$  и истинная  $\mu_{y_i}$  мера оцениваемости совпадают. Таким образом, можно сделать вывод, что в этих случаях, вместо полных моделей могут быть использованы редуцированные модели задачи оценивания.
3. смещения вдоль базового вектора менее значимы, чем смещения в плоскости, перпендикулярной базовому вектору.

Раздел §4.6, посвящен заключению третьей главы с основными результатами и выводами.

## Заключение

В **заключении** приводятся основные результаты, полученными в диссертационной работе. В диссертационной работе исследованы задачи навигации и ориентации гипотетического искусственного спутника Земли, навигационный комплекс которого состоит из датчиков угловой скорости и многоантенного приемника сигналов спутниковых навигационных систем ГЛОНАСС и/или GPS.

Исследованы две задачи: 1-ая задача навигации – задача определения координат и вектора относительной скорости характерной точки спутника, 2-ая задача ориентации корпуса спутника.

Рассмотрены два варианта построения алгоритмов интеграции на основе показаний ДУС и информации, предоставляемой многоантенным СНС приемником:

1. вариант использования так называемой вторичной информации СНС – встроенных позиционных, скоростных, ориентационных решений многоантенного приемника;
2. вариант использования первичных спутниковых измерений: кодовых псевдодальностей, доплеровских псевдоскоростей в задаче навигации и фазовых измерений в задаче ориентации.

Для каждой из подзадач предложены обоснованные модели и алгоритмы комплексной обработки информации. Соответствующее математическое моделирование подтвердило обоснованность и эффективность предложенных алгоритмических решений.

Проведено исследование сопутствующих задач, связанных с анализом наблюдаемости, ковариационным анализом возникающих задач оценивания.

На основе понятий стохастической меры оцениваемости, истинной (полной) и редуцированной моделей задачи оценивания, разработана схема ковариационного анализа задачи ориентации для случая, когда информация о координатах базовых векторов многоантенного приемника содержит неизвестные ошибки.

Ковариационный анализ показал малую чувствительность алгоритма интеграции ДУС-многоантенная СНС к ошибкам задания длины базового вектора и, напротив, большую чувствительность алгоритма к ошибкам перпендикулярным направлению базового вектора.

## Работы автора по теме диссертации

Статьи, опубликованные в ведущих рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК:

- А. Джебепе, А. А. Голован Определение траекторных параметров движения малого спутника при помощи первичных спутниковых измерений, Вестник Московского университета. Серия 1, Математика. Механика. 2016. Выпуск 1, Стр. 1-4.

Cepe A., Golovan A. Determination of trajectory parameters for a small satellite using raw satellite measurements. Moscow University Mechanics Bulletin January 2016, Volume 71, Issue 1, pp 19-22. Allerton Press. DOI: 10.3103/S0027133016010040

- А. Джебепе, А.В. Козлов, А.А. Никулин, Задача определения ориентации спутника при помощи разнесенных спутниковых антенн и датчиков угловой скорости, Известия РАН. Теория и системы управления. 2015. Выпуск 4, Стр. 155-159. DOI: 10.7868/S0002338815030051

Cepe A., Kozlov A.V., Nikulin A.A., A problem of satellite orientation determination by spaced satellite antennas and angular rate sensors, Journal of Computer and Systems Sciences International. Volume 54, Issue 4, pp 651-655 Pleiades Publishing, Ltd. DOI: 10.1134/S1064230715030053

Статьи, опубликованные в сборнике научных трудов международной научно-практической конференции:

- Alexander V. Kozlov, Andrei. A. Golovan, Alexey A. Nikulin, Ali Cepe, Vladimir B. Chemodanov, GPS Attitude Determination Under Antenna Array Geometry Deformation, Recent Advances in Space Technologies (RAST), 2015 7th International Conference on. C. 265–270, 2015.
- Cepe A., Golovan A., Stochastic Analysis of Reduced Order GNSS Based Attitude Determination Algorithm, Recent Advances in Space Technologies (RAST), 2015 7th International Conference on. C. 265–270, 2015.
- Golovan A., Cepe A., Small Satellite Attitude and Orbit Determination based on GPS/IMU Data Fusion, Mathematical Problems in Engineering, Aerospace and Sciences (ICNPAA) 10th International Conference on. Narvik University, Norway, C. 341 , 2014.
- Cepe A., Golovan A., Integration of angular rate sensors and GPS carrier phase measurements for attitude determination of Small Satellites, Recent Advances in Space Technologies (RAST), 2013 6th International Conference on. C. 265-270, 2013.
- Джебепе, А. Определение курсового угла движущегося объекта по фазовым измерениям с помощью двух разнесенных антенн, Сборник докладов XIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, МКИНС2012, 28 - 30 мая 2012 г., Санкт-Петербург, Россия.
- Bogdanov O., Cepe A. Precise orbit determination for GPS and GLONASS satellites on the basis of IGS data, Recent Advances in Space Technologies (RAST), 2011 5th International Conference on. C. 915-919, 2011.