

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

*УДК 531.01*

Кальченко Артем Олегович

**ЗАДАЧА КАЛИБРОВКИ БЕСКАРДАННОЙ  
ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ  
СИСТЕМЫ В ПОЛЕТЕ ПРИ ПОМОЩИ  
ИНФОРМАЦИИ ОТ СПУТНИКОВОЙ  
НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ**

Специальность 01.02.01 теоретическая механика

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научные руководители:

к.ф.-м.н. Вавилова Н.Б.

д.ф.-м.н., проф. Голован А.А.

Москва – 2016

# Содержание

<b>Введение</b> . . . . .	<b>5</b>
<b>1 Постановка задачи и алгоритмы ее решения</b> . . . . .	<b>15</b>
1.1 Математические модели алгоритма калибровки БИНС . .	16
1.2 Постановка задачи коррекции БИНС . . . . .	19
1.3 Модель инструментальных погрешностей . . . . .	27
1.4 Уравнения ошибок . . . . .	28
1.5 Окончательный вид уравнений ошибок БИНС . . . . .	31
1.6 Модель измерений . . . . .	32
1.7 Задача калибровки как задача оценивания . . . . .	33
1.8 Редукция уравнений ошибок . . . . .	33
1.9 Окончательный вид уравнений ошибок редуцированной системы . . . . .	35
<b>2 Решение задачи калибровки БИНС в полете на траекториях определенного класса</b> . . . . .	<b>37</b>
2.1 Отсутствие наблюдаемости ошибок БИНС при ее калибровке на крейсерском полете . . . . .	38
2.2 Траектории, обеспечивающие высокую меру оцениваемости в задаче калибровки в полете . . . . .	43
2.3 Схема численного моделирования задачи . . . . .	44
2.4 Стохастическая мера оцениваемости . . . . .	47
2.5 Результаты моделирования ковариационных соотношений в задаче калибровки БИНС для различных траекторий . .	47

2.6	Калибровка БИНС во время крейсерского полета . . . . .	48
2.7	Выбор оптимальных параметров траектории . . . . .	52
<b>3</b>	<b>Учет влияния смещенности спутниковой информации . . . . .</b>	<b>63</b>
3.1	Учет влияния несинхронности спутниковой и инерциальной информации . . . . .	64
3.2	Модель корректирующих измерений с учетом запаздывания спутниковой информации . . . . .	66
3.3	Анализ точности алгоритма калибровки при наличии рассинхронизации . . . . .	67
3.4	Модель корректирующих измерений с учетом смещения антенны СНС относительно центра БИНС . . . . .	69
3.4.1	Компенсация скоростных поправок . . . . .	72
3.4.2	Оценивание смещений антенны . . . . .	73
3.5	Анализ точности алгоритма калибровки с учетом смещения антенны . . . . .	77
<b>4</b>	<b>Определение погрешностей бескарданной инерциальной навигационной системы в режиме рулежки и разгона 79</b>	
4.1	Постановка задачи . . . . .	80
4.2	Результаты ковариационного анализа . . . . .	82
4.3	Заключение . . . . .	84
<b>5</b>	<b>Использование разнесенных антенн спутниковой навигационной системы . . . . .</b>	<b>85</b>
5.1	Математические модели . . . . .	85
5.1.1	Вторичная спутниковая информация . . . . .	85
5.2	Анализ точности алгоритма калибровки при использовании вторичной информации от разнесенных антенн . . . . .	86
5.2.1	Случай двух антенн . . . . .	86
5.3	Заключение . . . . .	91

<b>6</b>	<b>Результаты обработки реальных данных . . . . .</b>	<b>92</b>
6.1	План эксперимента . . . . .	92
6.2	Результаты обработки . . . . .	96
6.3	Заключение . . . . .	97
	<b>Заключение . . . . .</b>	<b>98</b>
	<b>Литература . . . . .</b>	<b>101</b>

# Введение

В настоящее время средством навигации тяжелых и средних самолетов, морских надводных и подводных кораблей, крылатых ракет служат навигационные комплексы, включающие в себя как основу инерциальные навигационные системы (ИНС), корректируемые спутниковой навигационной системой (СНС). Эти же системы используются в авиационной гравиметрии, при решении задачи топопривязки, при навигации дефектоскопов в газовых и нефтяных трубах. Теория таких систем, включающая в себя методы построения бортовых алгоритмов, далеко продвинута и нашла свое отражение в многочисленных публикациях как в России, так и за рубежом.

В этих публикациях предлагаются различные подходы, интерпретации и методы построения навигационных комплексов. Существующая теория является ясной и логичной с теоретико-механической точки зрения и с точки зрения информационного подхода, который стал сейчас определяющим при построении навигационных комплексов.

Следует отметить, прежде всего, имена академика А.Ю. Ишлинского ([1]), Е.А. Девянина ([2]), Н.А. Парусникова ([3], [4], [5], [6]), А.А. Голована ([7], [8], [9], [10]). Базой при написании представленной работы послужили работы указанных авторов. Следует отметить принципиально важные работы В.Д. Андреева ([11], [12], [13]), П.В. Бромберга ([14]), Б.С. Алешина и К.К. Веремеенко [15], а также работы санкт-петербургской школы, выполненные под эгидой академика В.Г. Пешехонова. Это работы И.Б. Челпанова, С.П. Дмитриева, О.А. Степанова

и др. ([16], [17], [18], [19], [20]). Из зарубежных авторов следует отметить К. Мак-Клура ([21]), П. Сэведжа ([22]), М.С. Гревала ([23], [24]), А.П. Панова ([25]).

В основе инерциальной навигации лежит решение классических задач механики: интегрировании динамических уравнений Ньютона и решении кинематических уравнений Пуассона, определяющих изменение ориентации подвижной системы. Приборную основу метода составляют следующие устройства: ньютонометр (также называемый акселерометром), измеряющий удельную силу и датчик угловой скорости (гироскоп). В бескарданной инерциальной навигационной системе (БИНС) приборы жестко связаны с корпусом движущегося объекта. В платформенной ИНС приборы связаны между собой и образуют гиросtabilизированную платформу. Бесплатформенные системы требуют больше вычислений, но имеют более низкое энергопотребление, стоимость, эксплуатационные издержки по сравнению с платформенными ИНС.

Важно отметить, что во многих случаях навигационные комплексы должны обеспечить высокую точность навигации, когда входящие в эти комплексы инерциальные навигационные системы работают в автономном режиме. В современных прецизионных инерциальных навигационных системах погрешность в определении навигационных координат составляет не более одной мили за час полета. Определение углов на борту объектов осуществляется с точностью в доли угловой минуты. Такая высокая точность во многом обеспечивается за счет калибровки инерциальных систем задолго и непосредственно перед полетом. Под калибровкой понимается задача построения математической параметрической модели инструментальных погрешностей, определение этих параметров при помощи специальных дополетных испытаний с целью последующей компенсации этих погрешностей.

Разработано и внедрено множество различных методов калибровки, использующих специальные стенды различных типов. Существенный

шаг в решении задачи калибровки сделан в лаборатории управления и навигации механико-математического факультета МГУ. Предложенные лабораторией способы калибровки имеют ряд преимуществ и обеспечивают высокую ее точность не только на точных, но и на грубых стендах.

Идея и разработка метода калибровки БИНС на грубых стендах принадлежат Н.А. Парусниковову ([26]). Принципиальные возможности метода исследованы также в [27], [28], [29], [30]. В дальнейшем осуществлялась доработка метода – исследованы возможности учета смещения ньютонометров относительно оси вращения стенда и оценивания параметров их взаимного разнесения ([31]), проведен анализ возможностей использования информации точных стендов ([32]). В настоящее время соответствующие методы внедрены на нескольких специализированных предприятиях (ЗАО "ИТТ" (г. Москва), ОАО "МИЭА" (г. Москва), ПНППК (г. Пермь), ЗАО "НГКС-Weatherford" (Луховицы-Geneva)).

Калибровка ИНС на стендах является необходимым этапом подготовки системы к эксплуатации [27]. Однако с течением времени в процессе работы ИНС параметры ее инструментальных погрешностей изменяются, вследствие чего повышаются ошибки автономной навигации. Очевидно, после установки системы на летательном аппарате ее демонтаж с целью повторной калибровки на стенде практически невозможен. Наличие во время полета внешней по отношению к инерциальной информации (данные спутниковой навигационной системы) позволяет проводить оценку инструментальных погрешностей по полетным данным как в режиме постобработки, так и в реальном времени.

Таким образом, возникает задача построения методов и алгоритмов калибровки ИНС в полете. В этом состоит актуальность данной диссертационной работы. Разработанный метод полетной калибровки БИНС является развитием метода стендовой калибровки БИНС, представленного в вышеперечисленных публикациях. Особенность задачи полетной калибровки состоит в том, что информация о неподвижности центра

БИНС на стенде подменяется информацией о движении, эта информация доставляется СНС. Кроме того, становится необходимой динамическая постановка задачи.

Особое значение приобретает выбор режима движения, который обеспечивает обусловленность задачи оценивания и который может быть реализован в полете. При подборе подобных траекторий можно руководствоваться общими соображениями и аналогиями с калибровкой БИНС на стенде. Так как во время стендовой калибровки происходит вращение вокруг каждой из трех осей, траектории полета самолета должны так же обеспечивать переменную угловую скорость вращения БИНС вокруг каждой оси. При этом полет должен быть легко реализуем и не представлять опасности для самолета.

Указанная задача в настоящее время мало проработана. Поскольку калибровка БИНС в полете направлена на повышение точности БИНС без увеличения ее себестоимости, результаты по этой теме не публикуются в открытой печати по коммерческим соображениям.

Таким образом, цель работы состоит в следующем:

- разработать методы и алгоритмы калибровки ИНС в полете в режиме постобработки в практически важных ситуациях. Основная задача здесь – найти такой режим полета, который с одной стороны обеспечивал бы высокую степень обусловленности задачи (высокую оцениваемость параметров инструментальных погрешностей), с другой – был легко реализуем.
- Исследовать влияние возмущений, являющихся атрибутами информации СНС, а именно – смещенность в пространстве и времени – данные о координатах и скорости от СНС относятся к антенне, несовпадающей по расположению с БИНС внутри ЛА, предполагаемого твердым телом. Кроме того, данные СНС запаздывают относительно информации БИНС. Предложить способы учета этих возмущений.

- Разработать методы определения тех параметров погрешностей БИНС, которые меняются от запуска к запуску, с использованием участка рулежки и разгона летательного аппарата.
- Исследовать дополнительные возможности, которые предоставляет СНС с несколькими разнесенными антеннами.

Принципиальной особенностью представленной работы является то, что она решается на базе подходов, интерпретаций и алгоритмов, разработанных в лаборатории управления и навигации механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Работа состоит из введения, шести глав и заключения. В первой главе приводятся в краткой форме системы координат, обозначения и основные соотношения. Описаны математические модели инструментальных погрешностей, уравнения ошибок БИНС. Представлены модели корректирующих измерений. Поставлена задача оценки вектора состояния погрешностей БИНС, включающего в себя параметры инструментальных погрешностей. Таким образом, задача калибровки БИНС в полете ставится как задача коррекции БИНС при помощи информации от СНС, описываются методы ее решения.

Во второй главе осуществляется выбор режима полета, обеспечивающего высокую точность калибровки. Доказывается, что эта точность обеспечивается путем последовательно соединения двух типов траекторий: высокочастотных колебаний по крену и тангажу с малыми амплитудами с траекторией типа "змейка". Оценка результатов калибровки осуществляется с помощью выбора критерия минимума позиционной круговой ошибки после часа полета в автономном режиме. Выбирается время калибровочного полета, обеспечивающее необходимую точность автономной навигации. В третьей главе исследуется влияние смещенности спутниковой информации и предлагается способ ее учета в модельных уравнениях БИНС. Показано, что включение параметров смещенности

спутниковой информации в вектор оцениваемых параметров позволяет сохранить требуемую точность навигации.

Четвертая глава посвящена анализу возможности калибровки БИНС в процессе рулежки и разгона летательного аппарата. Путем проведения ковариационного анализа исследованы возможности оценивания составляющих погрешностей БИНС, меняющихся с каждым запуском, на участках рулежки и разгона. Показано, что компенсация оценок, полученных на начальном участке, далее при автономной навигации позволяет значимо повысить ее точность.

В пятой главе проводится анализ целесообразности использования нескольких разнесенных антенн СНС. Показано, что привлечение информации от второй антенны СНС не дает значительного улучшения точности автономной навигации для БИНС высокого класса точности.

В шестой главе приведены результаты эксперимента на стенде, подтверждающие результаты ковариационного анализа.

Теоретическая ценность данной работы заключается в построении и анализе математической модели калибровки бескарданных инерциальных навигационных систем в процессе эксплуатации, как в процессе рулежки и разгона, так и в полете. Построен алгоритм оценивания параметров инструментальных погрешностей БИНС, найден режим полета, обеспечивающий обусловленность задачи оценивания и легко реализуемый на летательных аппаратах различных классов - от маневренных до тяжелых. Также изучены проблемы, возникающие вследствие погрешностей спутниковой информации, предложен способ учета данных погрешностей. Полученные результаты служат обоснованием принципиальной возможности калибровки БИНС в полете.

Практическая значимость работы заключается в том, что она дает руководство по проведению калибровки бескарданных инерциальных навигационных систем в процессе эксплуатации, как в процессе рулежки и разгона, так и в полете. Разработанные методы и алгоритмы, описанные

в данной работе, могут применяться на предприятиях-разработчиках навигационных комплексов для внедрения в бортовые алгоритмы. Также полученные результаты могут быть полезны на предприятиях, занимающихся летными испытаниями навигационной техники.

По теме диссертации подготовлены следующие публикации:

1. *Вавилова Н.Б., Васинёва И.А., Голован А.А, Кальченко А.О.* Задача калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы в полете при помощи информации от спутниковой навигационной системы. Сборник трудов XXII Международного научно-технического семинара “Современные технологии в задачах управления, автоматизации и обработки информации”, 2012, Алушта.
2. *Вавилова Н.Б., Васинёва И.А., Голован А.А, Кальченко А.О.* Построение алгоритма послеполетной калибровки БИНС и анализ его точности в зависимости от некоторых типов эволюций самолета. XX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. Санкт-Петербург, Россия.

В том числе публикации в журналах из списка ВАК:

3. *Васинёва И.А., Кальченко А.О.* Анализ точности калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы в полете в зависимости от некоторых типов эволюций самолета. Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. №1, Москва, МГУ, 2014.
4. *Вавилова Н.Б., Голован А.А., Кальченко А.О.* Определение погрешностей бескарданной инерциальной навигационной системы в режиме рулежки и разгона. Электронный журнал “Труды МАИ”, №84, Москва, МАИ, 2015.

По материалам диссертационной работы были сделаны следующие доклады:

1. *Вавилова Н.Б., Васинёва И.А., Голован А.А, Кальченко А.О. (докладчик - Васинёва И.А.).* Задача калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы в полете при помощи информации от спутниковой навигационной системы. // XXII Международный научно-технический семинар “Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации”, 2012, Алушта.
2. *Вавилова Н.Б., Васинёва И.А., Голован А.А, Кальченко А.О. (докладчик - Кальченко А.О.).* Построение алгоритма послеполетной калибровки бинс и анализ его точности в зависимости от некоторых типов эволюций самолета. // XX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, 27-29 мая 2013 г., Санкт-Петербург, Россия.

Автор выражает благодарность Вавиловой Нине Борисовне и Головану Андрею Андреевичу за постановку задачи и научное руководство, Парусникову Николаю Алексеевичу за ценные замечания и конструктивную критику, Козлову Александру Владимировичу за помощь в проведении стендовых испытаний.

## Список обозначений

В работе используются обозначения, принятые в лаборатории управления и навигации механико-математического факультета МГУ.

Система координат обозначается заглавной и строчными буквами, например,  $O\xi$  ( $O\xi_1\xi_2\xi_3$ ), где заглавная буква обозначает начало координат, а строчные буквы - наименования осей.

Векторы обозначаются строчными буквами с нижним индексом, обозначающим, в какой системе координат задан вектор. Например, запись  $a_\xi$  обозначает, что вектор  $a$  задан своими проекциями в осях системы координат  $O\xi$ .

Пусть  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$  – вектор малого поворота. Символом  $\hat{\beta}$  обозначается кососимметрическая матрица

$$\begin{pmatrix} 0 & \beta_3 & -\beta_2 \\ -\beta_3 & 0 & \beta_1 \\ \beta_2 & -\beta_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Этот символ удобно использовать для записи векторного произведения

$$\bar{y} = \bar{\beta} \times \bar{x} = -\hat{\beta}x.$$

Матрица взаимной ориентации двух систем координат обозначается заглавной буквой с двумя нижними индексами, например,  $A_{\xi\eta}$  - матрица взаимной ориентации систем координат  $O\xi$  и  $O\eta$ , причем

$$a_\xi = A_{\xi\eta}a_\eta.$$

$x^c$  – значение переменной  $x$ , полученное с помощью спутниковой информации;

$x'$  – модельное значение переменной  $x$ ;

$M$  – точка приведенной чувствительной массы блока ньютометров;

$\psi$  – угол курса;

$\gamma$  – угол крена;  
 $\vartheta$  – угол тангажа;  
 $v$  – вектор абсолютной скорости объекта;  
 $V$  – вектор скорости объекта относительно Земли;  
 $\Omega$  – вектор угловой скорости трехгранника относительно Земли;  
 $\omega$  – вектор абсолютной угловой скорости трехгранника;  
 $u$  – вектор (и модуль) угловой скорости вращения Земли;  
 $a$  – большая полуось земного эллипсоида;  
 $g$  – модуль удельной силы тяжести;  
 $\varphi, \lambda, h$  – широта, долгота, высота – географические координаты точки;  
ИНС – инерциальная навигационная система;  
БИНС – бескарданная инерциальная навигационная система;  
СНС – спутниковая навигационная система;  
ДУС – датчик угловой скорости.

# Глава 1

## Постановка задачи и алгоритмы ее решения

Калибровка бескарданной инерциальной навигационной системы (БИНС) состоит в определении параметров математической модели инструментальных погрешностей инерциальных датчиков с целью последующей компенсации этих погрешностей в режиме навигации. Математическая модель инструментальных погрешностей задается априорно. Стендовая калибровка БИНС является важным этапом технологического процесса производства БИНС. Однако в процессе использования системы на борту летательного аппарата (ЛА) со временем происходит изменение параметров инструментальных погрешностей. Привлечение внешней информации неинерциальной природы, а именно, позиционной и скоростной информации спутниковой навигационной системы позволяет получить оценку инструментальных погрешностей БИНС по полетным данным, то есть осуществить калибровку БИНС в полете.

Итак, предполагается, что на борту ЛА установлены БИНС и антенна и приемник СНС. Задача калибровки БИНС ставится как задача коррекции БИНС при помощи внешней информации СНС. Постановка задачи основана на информационном подходе, согласно которому информация БИНС используется как основная, а спутниковая позиционная и

скоростная информация - как дополнительная для оценки погрешностей БИНС. При этом в вектор состояния погрешностей БИНС включаются параметры инструментальных погрешностей датчиков БИНС согласно модели, принятой для калибровки.

В главе излагаются основы информационного подхода для решения задачи коррекции БИНС в общем виде, описываются все составляющие математической модели задачи калибровки БИНС в полете - уравнения ошибок БИНС, модели инструментальных погрешностей БИНС, модели корректирующих измерений. Поставлена задача оценки вектора состояния погрешностей БИНС и параметров инструментальных погрешностей, входящих в его состав, с целью последующей компенсации их в режиме автономной навигации. Кроме того, проведена редукция исходной задачи, позволяющая за счет части компонент корректирующего вектора понизить порядок исходной задачи оценивания.

## 1.1 Математические модели алгоритма калибровки БИНС

При описании задачи будут использоваться обозначения и формулировки, принятые в лаборатории навигации и управления МГУ.

БИНС включает в себя три однокомпонентных ньютометра, три одноосных датчика угловой скорости (ДУС) и бортовой вычислитель. Для калибровки БИНС сначала вводится априорная математическая модель, которой подчиняется поведение инструментальных погрешностей ДУС и ньютометров, а затем строится алгоритм оценки параметров принятой модели.

При описании БИНС используются следующие системы координат:

1. инерциальный трехгранник  $O\xi_1\xi_2\xi_3$  ( $O\xi$ ) с началом  $O$  в центре Земли. Его ось  $O\xi_1$  направлена на точку весеннего равноденствия, ось

$O\xi_3$  – ось вращения Земли, направленная на север, а плоскость  $O\xi_1\xi_2$  совпадает с плоскостью земного экватора;

2. гринвичский трехгранник  $O\eta$ , жестко связанный с Землей. Ось  $O\eta_3$  – ось вращения Земли, плоскость  $O\eta_1\eta_2$  совпадает с плоскостью экватора, плоскость  $O\eta_1\eta_3$  – плоскость гринвичского меридиана. Переход от инерциального к гринвичскому трехграннику определяется поворотом:

$$O\xi \xrightarrow[3]{ut+\Lambda_0} O\eta,$$

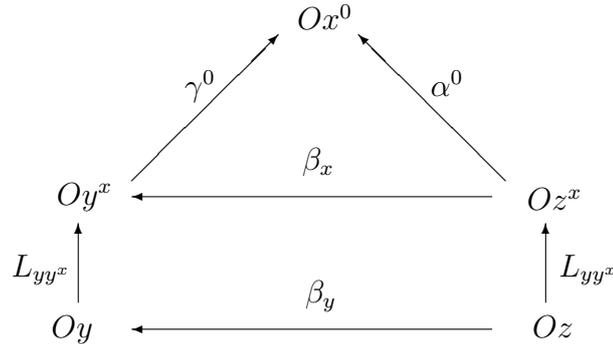
где  $u$  – модуль угловой скорости вращения Земли,  $t$  – время движения,  $\Lambda_0$  – угол между осями  $O\xi_1$  и  $O\eta_1$  в начальный момент времени  $t = 0$ ;

3. географический трехгранник  $Ox^0$ , жестко связанный с географической вертикалью: ось  $Ox_1^0$  касается проходящей через точку  $M$  параллели и направлена на восток, ось  $Ox_2^0$  лежит в меридиональной плоскости и направлена на север, ось  $Ox_3^0$  противоположна по направлению вектору силы тяжести. Вектор угловой скорости трехгранника  $Ox^0$  – вектор угловой скорости вращения Земли – обозначен символом  $u_x$ ;
4. опорный трехгранник  $Ox$ , жестко связанный с географической вертикалью и получающийся из трехгранника  $Ox^0$  поворотом против часовой стрелки на угол  $\chi$  вокруг оси  $Ox_3^0$ , при этом ориентация в азимуте определена соотношением  $\Omega_3 \equiv 0$ ;
5. приборный трехгранник БИНС  $Mz$ , в котором  $M$  – точка расположения приведенной чувствительной массы ньютометров, а оси с точностью до инструментальных погрешностей совпадают с осями чувствительности ньютометров и ДУС. В проекциях на оси этого трехгранника измеряется внешняя сила  $f_z$ , приложенная к точке  $M$ , и вектор его угловой скорости  $\omega_z$ . Трехгранник  $Mz$  сохраняет

неизменной свою ориентацию в инерциальном пространстве, если на трехгранник не оказывается никакого воздействия;

6. модельный трехгранник  $Oy$  – числовой образ приборного трехгранника  $Mz$ , полученный в вычислителе БИНС в результате решения навигационной задачи;
7. квазимодельный трехгранник  $Oy^x$  как числовой образ опорного трехгранника  $Ox$ .  $L_y$  – матрица ориентации модельного трехгранника  $Oy$  относительно квазимодельного  $Oy^x$ ;
8. квазиприборный трехгранник  $Mz^x$ , на оси которого перепроектируются результаты измерения внешней силы  $f_z$ .

Связь между трехгранниками с помощью различных матриц поворота, которые будут описаны ниже, можно описать следующей схемой:



Широта  $\varphi$  – угол между осью  $Mx_3$  и экваториальной плоскостью  $O\eta_1\eta_2$ , отсчитываемый от экваториальной плоскости по направлению к северу. Долгота  $\lambda$  – угол между проекцией оси  $Ox_3$  на экваториальную плоскость и осью  $O\eta_1$ , отсчитываемый по направлению на восток. Высота  $h$  – длина проекции точки  $M$  на поверхность земного эллипсоида.

Матрица ориентации опорного трехгранника  $Mx$  относительно приборного трехгранника  $Mz$  имеет вид

$$L_{xz} = \begin{pmatrix} -\sin \psi \cos \vartheta & \cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma \\ \cos \psi \cos \vartheta & \sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \cos \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma \end{pmatrix}.$$

## 1.2 Постановка задачи коррекции БИНС

Задача калибровки БИНС в полете ставится как задача коррекции БИНС при помощи внешней информации. Постановка задачи коррекции в общем виде приведена в [6] и [4].

Пусть динамика объекта описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{dX}{dt} = F(X, U), \quad X(t_0) = X_0, \quad (1.1)$$

где  $X \in \mathbb{R}^n$  – вектор состояния динамического объекта,  $U \in \mathbb{R}^m$  – внешнее воздействие, доступное измерению.

Ставится задача определения текущего значения вектора состояния  $X(t)$  или некоторого вектора  $S(t) = \Psi(X(t))$ . Для решения этой задачи привлекаются два вида информации:

### 1. Основная информация

$$X'_0 = X(t_0) + x_0, \quad U'(t) = U(t) + u(t),$$

где  $x_0$  – ошибка определения начального значения вектора состояния,  $u(t)$  – инструментальная погрешность измерения внешнего воздействия  $U$ .

### 2. Дополнительная информация

$$Z(t) = \Theta(X(t)) + r(t),$$

где  $r(t)$  – инструментальная погрешность внешней информации.

Пусть основная информация вводится в систему, обозначаемую в дальнейшем  $I$ . Уравнения, описывающие систему  $I$ , называются модельными уравнениями, а переменные в этих уравнениях – модельными переменными:

$$\frac{dX'}{dt} = F(X', U'), \quad X'(t_0) = X'_0. \quad (1.2)$$

Ошибки определения соответствующих переменных

$$x = X' - X, \quad u = U' - U$$

считаются настолько малыми, что уравнения ошибок можно написать в следующем линейном виде:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \quad (1.3)$$

где

$$A = \frac{\partial F(X', U')}{\partial X'}, \quad B = \frac{\partial F(X', U')}{\partial U'}, \quad x(t_0) = x_0.$$

Введем величину  $z = Z - \Theta(X')$ . Разложение величины  $\Theta(X') = \Theta(X + x)$  в ряд Тейлора до первого порядка приводит к уравнению:

$$z = Hx + r, \quad (1.4)$$

где

$$H = \frac{\partial \Theta(X)}{\partial X}.$$

Таким образом, задача коррекции сводится к определению вектора  $x$ , удовлетворяющего уравнению 1.3, при помощи вектора  $z$ , удовлетворяющего уравнению 1.4.

После выбора инструментальных погрешностей  $q$  и  $r$  и построения оператора  $L$ , доставляющего оценку  $\tilde{x} = L[z]$ , минимизирующего ошибку оценки  $\Delta x = x - \tilde{x}$ , оценка  $\tilde{X}$  вектора состояния находится из соотношения

$$\tilde{X} = X' - \tilde{x} = X + \Delta x. \quad (1.5)$$

Ошибка  $\Delta x$  оценки величины  $x$  оказывается равной ошибке оценки вектора состояния  $X$ .

Величина  $z$  называется вектором коррекции, а задача определения величин  $\tilde{x}, \tilde{X}$  - задачей коррекции.

Конкретный физический смысл составляющих элементов модели погрешностей понятен разработчику прибора, но часто модель погрешностей строится исходя из здравого смысла и предшествующего опыта.

Обычно в качестве математической модели инструментальных погрешностей выбираются линейные дифференциальные уравнения с известными коэффициентами. Составляющие погрешностей, не укладывающиеся в такую модель, входят в уравнения как возмущения. Эти возмущения будем называть немоделируемыми.

Примем такую модель величин  $q$  и  $r$ , что уравнения (1.3) и (1.4) приводятся к виду:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \Gamma_1 \mathfrak{a}_1 + \zeta_1, \\ \dot{\mathfrak{a}}_1 &= \Gamma_2 \mathfrak{a}_1 + \zeta_2, \\ \dot{\mathfrak{a}}_2 &= \Gamma_3 \mathfrak{a}_2 + \zeta_3, \\ z &= Hx + \Gamma_4 \mathfrak{a}_2 + \varepsilon, \end{aligned} \tag{1.6}$$

где  $\Gamma_i$  — известные матрицы, в общем случае зависящие от времени,  $\mathfrak{a}_1$ ,  $\mathfrak{a}_2$  — параметры моделируемых составляющих величин  $q$ ,  $r$ ; составляющие  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $\zeta_3$ ,  $\varepsilon$  — немоделируемые возмущения, относительно которых должны быть приняты те или иные гипотезы.

Обычно предполагается, что немоделируемые возмущения — белые шумы с известными интенсивностями.

Введенная соотношениями (1.6) модель инструментальных погрешностей универсальна, широко распространена и весьма конструктивна. Обобщением указанной модели служит модель, в которой некоторые элементы матриц  $\Gamma_i$  неизвестны. Такая модель при построении алгоритмов навигационных систем приводит к адаптивным задачам.

Иная модель предполагает введение ограничений на компоненты векторов  $q$  и  $r$  (а также, может быть, на их первые, вторые и т.д. производные). Подобная модель обычно связывается с минимаксным критерием и задачей о накоплении возмущений. Две последние модели играют при построении алгоритмов оценки чаще всего вспомогательную роль.

Введем обозначения

$$\xi = \begin{pmatrix} x \\ \varkappa_1 \\ \varkappa_2 \end{pmatrix}, \quad \zeta = \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \end{pmatrix}, \quad A_\xi = \begin{pmatrix} A & \Gamma_1 & 0 \\ 0 & \Gamma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_3 \end{pmatrix},$$

$$H_\xi = (H \ 0 \ \Gamma_4).$$

В этих обозначениях перепишем соотношения (1.6)

$$\dot{\xi} = A_\xi \xi + \zeta, \quad z = H_\xi \xi + \varepsilon. \quad (1.7)$$

Задача состоит теперь в том, чтобы на основании (1.7) построить наилучшую в некотором смысле оценку  $\tilde{\xi}$  вектора  $\xi$  и тем самым получить оценку  $\tilde{x}$  для вектора  $x$ .

В качестве алгоритма  $L$ , доставляющего оценку  $\tilde{\xi}$  вектору  $\xi$ , в большинстве случаев выбирается оператор, описываемый следующими соотношениями

$$\dot{\tilde{\xi}} = A_\xi \tilde{\xi} + K(z - H_\xi \tilde{\xi}), \quad \tilde{\xi}(t_0) = \tilde{\xi}_0. \quad (1.8)$$

Уравнение ошибок оценки относительно величины  $\Delta\xi = \xi - \tilde{\xi}$  имеет вид

$$\Delta\dot{\xi} = (A_\xi - KH_\xi)\Delta\xi - K\varepsilon + \zeta. \quad (1.9)$$

Матрица  $K$  называется матрицей усиления или коэффициентом усиления. Она подлежит выбору из условий минимизации, в том или ином смысле, величины  $\Delta\xi$ . О достоинствах этого алгоритма речь пойдет ниже. Пока же отметим его очевидное свойство несмещенности — тождественное равенство

$$\Delta\xi \equiv 0,$$

при

$$\zeta = 0, \quad \varepsilon = 0, \quad \tilde{\xi}(t_0) = \xi(t_0).$$

Итак, сформулирована задача коррекции, возникающая при оценивании состояния динамического объекта, когда привлекаемая для этой

цели информация избыточна. Описан вариант решения задачи, состоящий в том, что с помощью дополнительной информации оценивается выходная ошибка системы  $I$ , входом которой служит основная информация.

Однако возможны иные формы приборного решения указанной задачи, информационно полностью эквивалентные рассмотренному варианту – формы, в которых используется та же исходная информация, и вектор состояния динамического объекта определяется с той же точностью.

Речь идет об использовании, хотя бы частичном, интеграторов основной системы  $I$  для интегрирования дифференциальных уравнений оценок. Это означает, что в систему вводятся дополнительные (обратные) связи и дополнительная информация является также входом системы.

Иначе говоря, в подобных системах задача коррекции решается не просто как задача оценивания, но и как задача, при решении которой используются обратные связи, вводимые в систему ([4], [33]). Эти связи зависят от дополнительной информации. Прежде чем описывать такие системы, запишем более подробно соотношения (1.8), (1.9).

Уравнения коррекции:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= A\tilde{x} + \Gamma_1\tilde{\mathfrak{a}}_1 + K_1(z - H\tilde{x} - \Gamma_4\tilde{\mathfrak{a}}_2), \\ \dot{\tilde{\mathfrak{a}}}_1 &= \Gamma_2\tilde{\mathfrak{a}}_1 + K_2(z - H\tilde{x} - \Gamma_4\tilde{\mathfrak{a}}_2), \\ \dot{\tilde{\mathfrak{a}}}_2 &= \Gamma_3\tilde{\mathfrak{a}}_2 + K_3(z - H\tilde{x} - \Gamma_4\tilde{\mathfrak{a}}_2).\end{aligned}\quad (1.10)$$

Уравнения ошибок оценки:

$$\begin{aligned}\Delta\dot{x} &= A\Delta x + \Gamma_1\Delta\mathfrak{a}_1 - K_1(H\Delta x + \Gamma_4\Delta\mathfrak{a}_2) - K_1\varepsilon + \zeta_1, \\ \Delta\dot{\mathfrak{a}}_1 &= \Gamma_2\Delta\mathfrak{a}_1 - K_2(H\Delta x + \Gamma_4\Delta\mathfrak{a}_2) - K_2\varepsilon + \zeta_2, \\ \Delta\dot{\mathfrak{a}}_2 &= \Gamma_3\Delta\mathfrak{a}_2 - K_3(H\Delta x + \Gamma_4\Delta\mathfrak{a}_2) - K_3\varepsilon + \zeta_3.\end{aligned}\quad (1.11)$$

Рассмотрим теперь систему  $I^*$ , в которой в блок  $I$  введены обратные связи. Пусть алгоритм системы  $I^*$  описывается модельными уравнения-

ми

$$\begin{aligned}
\dot{X}^* &= F(X^*, U') - K_1(z^* - \Gamma_4 \tilde{\alpha}_2) - \Gamma_1 \tilde{\alpha}_1, \\
\dot{\alpha}_1 &= \Gamma_2 \tilde{\alpha}_1 + K_2(z^* - \Gamma_4 \tilde{\alpha}_2), \\
\dot{\alpha}_2 &= \Gamma_3 \tilde{\alpha}_2 + K_3(z^* - \Gamma_4 \tilde{\alpha}_2), \\
z^* &= Z^* - \Theta(X^*) = Hx^* + \Gamma_4 \alpha_2 + \varepsilon,
\end{aligned} \tag{1.12}$$

где  $x^* = X - X^*$  – ошибка определения системой  $I^*$  вектора состояния  $X$ .

Уравнения ошибок системы  $I^*$  относительно величин  $x^*, \Delta \alpha_1, \Delta \alpha_2$  имеют вид

$$\begin{aligned}
\dot{x}^* &= Ax^* + \Gamma_1 \Delta \alpha_1 - K_1(Hx^* + \Gamma_4 \Delta \alpha_2) - K_1 \varepsilon + \zeta_1, \\
\Delta \dot{\alpha}_1 &= \Gamma_2 \Delta \alpha_1 - K_2(Hx^* + \Gamma_4 \Delta \alpha_2) - K_2 \varepsilon + \zeta_2, \\
\Delta \dot{\alpha}_2 &= \Gamma_3 \Delta \alpha_2 - K_3(Hx^* + \Gamma_4 \Delta \alpha_2) - K_3 \varepsilon + \zeta_3.
\end{aligned} \tag{1.13}$$

Уравнения (1.11), (1.13) структурно полностью совпадают при должном задании начальных условий

$$x^* = \Delta x.$$

Таким образом, системы  $I'$  и  $I^*$  информационно эквивалентны, то есть обеспечивают одинаковую точность решения задачи. При этом число дифференциальных уравнений, описывающих работу системы  $I^*$ , меньше числа уравнений, соответствующих системе  $I'$ , на величину размерности вектора  $X$ .

Возможны иные способы построения алгоритма системы, в которой используется избыточная информация, например, при введении обратных связей по части составляющих вектора  $X$ .

Выделим один из вариантов, достаточно часто встречающихся в навигационной практике, когда при помощи вектора коррекции в систему  $I$  вводятся обратные связи с целью сделать уравнения ошибок асимптотически устойчивыми и тем самым оправдать гипотезу линейности. Далее

задача минимизации ошибок оценки решается по уже описанному выше образцу.

Пусть модельные уравнения системы имеют вид

$$\dot{X}^* = F(X^*, U') + Cz^*, \quad z^* = Z - \Theta(X^*) = Hx^* + r. \quad (1.14)$$

Уравнения ошибок относительно величины  $x^* = X^* - X$  имеют вид

$$\dot{x}^* = (A + CH)x^* + q + Cr. \quad (1.15)$$

Здесь величина  $C$  выбирается из условия улучшения динамических свойств уравнений ошибок. Далее, как и при выборе оператора  $L$ , может быть поставлена задача получения оптимальной оценки  $\tilde{x}^*$  вектора  $x^*$  при помощи вектора коррекции  $z^*$ .

Поскольку задача коррекции может быть решена структурно различным образом, встает вопрос о выборе подходящей структуры. Но такой выбор не может быть сделан исходя из формальных линейных критериев. Здесь могут играть роль традиции, соображения надежности, взаимоотношения коллективов, проектирующих отдельные блоки системы и т.д. В последние годы, когда возможности бортовых вычислителей значительно выросли, для инерциальных навигационных систем с прецизионными чувствительными элементами задачу коррекции чаще всего предпочитают решать как задачу чистого оценивания. Но возможны варианты, когда ошибка  $x_0$  недостаточно мала или недостаточно малы инструментальные погрешности при использовании грубых инерциальных датчиков, таких как MEMS (MicroElectroMechanical Systems) датчиков. Тогда оказывается предпочтительнее использовать варианты алгоритмов с введением обратных связей.

Если сигнал коррекции  $z$  не скаляр, то вообще говоря, существует теоретическая возможность декомпозиции (расщепления) алгоритма коррекции на ряд более простых алгоритмов, число которых равно размерности корректирующего вектора (см., например, [34]). Но такую декомпозицию вряд ли стоит использовать за исключением случая, когда

она явно напрашивается. Пример такой декомпозиции будет описан ниже при обсуждении задачи начальной выставки ИНС. Опишем примененный там прием в общем виде. Пусть структура уравнений, описывающих задачу коррекции имеет вид:

$$\begin{aligned}\dot{x}_I &= A_1 x_I + C_1 h_{II}^T x_{II} + q_I, \\ \dot{x}_{II} &= A_2 x_{II} + C_2 h_I^T x_I + q_{II}, \\ z_1 &= h_I^T x_I + r_1, \\ z_2 &= h_{II}^T x_{II} + r_2.\end{aligned}$$

Субоптимальный алгоритм может быть построен в следующем виде:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}_I &= A_1 \tilde{x}_I + C_1 z_2 + K_1(z_1 - h_I^T \tilde{x}_I), \\ \dot{\tilde{x}}_{II} &= A_2 \tilde{x}_{II} + C_2 z_1 + K_2(z_2 - h_{II}^T \tilde{x}_{II}).\end{aligned}$$

Соответствующие уравнения ошибок оценки имеют вид:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{x}_I &= (A_1 - K_1 h_I^T) \Delta x_I + C_1 r_2 + q_I - K_1 r_1, \\ \Delta \dot{x}_{II} &= (A_2 - K_2 h_{II}^T) \Delta x_{II} + C_2 r_1 + q_{II} - K_2 r_2.\end{aligned}$$

Здесь  $K_1$  и  $K_2$  выбираются из условия оптимальности алгоритмов оценивания двух подсистем, которые полагаются независимыми друг от друга. Эти системы, очевидно, таковы:

$$\begin{aligned}\dot{x}_I^* &= A_1 x_I^* + q_I + C_1 r_2, & z_1^* &= h_I^T x_I^* + r_1, \\ \dot{x}_{II}^* &= A_2 x_{II}^* + q_{II} + C_2 r_1, & z_2^* &= h_{II}^T x_{II}^* + r_2.\end{aligned}$$

Матрицы интенсивности белых шумов, входящие в уравнения ошибок ИНС и вектор коррекции, в какой-то степени известны априори, но лучше использовать статистическую информацию, полученную в результате моделирования задачи коррекции с использованием реальных измерений.

## 1.3 Модель инструментальных погрешностей

В данной работе используется общепринятая модель инструментальных погрешностей БИНС. Введение математической модели инструментальных погрешностей позволяет уточнить понятие приборного трехгранника, который вводится следующим образом.

Ось  $Mz_1$  выберем так, чтобы она совпадала с направлением оси чувствительности ньютонометра, который назван первым.

Ось  $Mz_2$  выберем в плоскости, образованной осями чувствительности первого и второго ньютонометров так, чтобы ось  $Mz_2$  была ортогональна оси  $Mz_1$ .

Ось  $Mz_3$  составляет с осями  $Mz_1, Mz_2$  правый ортогональный трехгранник. Угол между осью чувствительности второго ньютонометра и осью  $Mz_2$  и угол между осью чувствительности третьего ньютонометра и осью  $Mz_3$  предполагаются малыми.

Полагается также, что собственные инструментальные погрешности каждого из ньютонометров включают в себя ошибку нулевого сигнала (ошибку нуля), ошибку масштабного коэффициента (ошибку масштаба) и высокочастотную составляющую, которая считается белым шумом.

С учетом сказанного вектор инструментальных погрешностей

$$\Delta f_z = f'_z - f_z = (\Delta f_{z1}, \Delta f_{z2}, \Delta f_{z3})^T$$

описывается соотношением

$$\Delta f_z = \Delta f_z^0 + \Gamma f_z + \Delta f_z^s,$$

где  $\Delta f_z^0 = (\Delta f_{z1}^0, \Delta f_{z2}^0, \Delta f_{z3}^0)^T$  — вектор погрешностей нулей;

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & 0 & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{pmatrix},$$

$\Gamma_{ii}$  — погрешности масштабов;  $\Gamma_{ij}, (i \neq j)$  — погрешности установки ньютонометров (погрешности геометрии, перекосы). Нули над главной диагональю матрицы  $\Gamma$  вызваны способом построения приборного трехгранника;

$\Delta f_z^s = (\Delta f_{z1}^s, \Delta f_{z2}^s, \Delta f_{z3}^s)^T$  — высокочастотные погрешности типа белого шума.

Для погрешностей ДУС  $\nu_z = -(\omega'_z - \omega_z) = (\nu_{z1}, \nu_{z2}, \nu_{z3})^T$  принимается аналогичная модель:

$$\nu_z = \nu_z^0 + \Theta \omega_z + \nu_z^s,$$

где  $\nu_z^0 = (\nu_{z1}^0, \nu_{z2}^0, \nu_{z3}^0)^T$ , — дрейфы ДУС,

$$\Theta = \begin{pmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \Theta_{13} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \Theta_{23} \\ \Theta_{31} & \Theta_{32} & \Theta_{33} \end{pmatrix},$$

где  $\Theta_{ij}$  — погрешности установки ДУС,  $\Theta_{ii}$  — погрешности масштабов,  $\nu_z^s = (\nu_{z1}^s, \nu_{z2}^s, \nu_{z3}^s)^T$  — высокочастотные погрешности типа белого шума.

Все параметры модели за исключением  $\Delta f_z^s, \nu_z^s$  — неизвестные постоянные величины.

Известно, что значения параметров инструментальных погрешностей чувствительны к изменению температуры, однако в данной задаче калибровки в полете предполагается, что температурные зависимости учтены по результатам стендовой калибровки.

## 1.4 Уравнения ошибок

Мерой ошибки в определении координат и скорости движения объекта служат векторы, определяющие движение и скорость модельной точки  $M'$  относительно истинной точки  $M$ .

Мерой ошибки ориентации служит угол поворота приборного трехгранника относительно модельного.

Уравнения ошибок, то есть уравнения движения точки  $M'$  относительно точки  $M$ , представляют собой систему из 6 дифференциальных уравнений. При использовании двухкомпонентной системы число уравнений движения точки  $M$  можно уменьшить до 4 за счет исключения уравнений вертикального канала.

Взаимная ориентация модельного и приборного трехгранников задается 3 компонентами вектора малого поворота, а следовательно, удовлетворяет системе из 3 дифференциальных уравнений.

Следуя [5] при описании ошибок БИНС будем использовать понятия динамической, кинематической и полной ошибок. Полной ошибкой определения вектора  $l$  называется величина  $\Delta l = l'_y - l_y$ .

Кинематическая ошибка определяется как вектор малого поворота  $\beta_y$  между приборным и модельным трехгранниками:

$$l_z = (E + \hat{\beta}_y)l_y$$

Кинематическая ошибка подчиняется уравнению Пуассона "в малом":

$$\dot{\beta}_y = V'_y - V_y = \hat{\omega}_y \beta_y + \nu_z$$

Введем величину  $\beta_x$  – вектор малого поворота приборного трехгранника  $Mz^x$  относительно квазимодельного  $My^x$ . Эта величина удовлетворяет следующим соотношениям:

$$\beta_x = L^T \beta_y,$$

$$\dot{\beta}_x = \hat{\omega}'_x \beta_x + \nu_{z^x}, \quad \nu_{z^x} = L^T \nu_z, \quad (1.16)$$

$$\dot{\beta}_x = \hat{\omega}_{y^x} \beta_x + \nu_{z^x}, \quad \nu_{z^x} = L^T \nu_z. \quad (1.17)$$

Уравнение 1.16 или, в силу эквивалентности, 1.17 называется кинематическим уравнением ошибок.

Динамической ошибкой называется величина  $\delta l = l'_{y^x} - l_{z^x}$ .

Обозначим вектором  $x = (x_1, x_2, x_3)^T$  координаты точки  $M$  в трехграннике  $Ox$ , вектором  $y = (y_1, y_2, y_3)^T$  – координаты той же точки в

квазимодельном трехграннике  $Oy^x$ , вектором  $z = (z_1, z_2, z_3)^T$  – в квази-приборном трехграннике  $Oz^x$ . Координаты модельной точки  $M'$  в квазимодельном трехграннике обозначим вектором  $y' = (y'_1, y'_2, y'_3)^T$ .

Ошибка определения местоположения точки  $M$  – вектор  $\Delta y = (\Delta y_1, \Delta y_2, \Delta y_3)^T$  – задается равенством

$$\Delta y = y' - y.$$

Также эту величину можно записать в виде

$$\Delta y = \delta y + \hat{\beta}_x x,$$

где  $\delta y = y' - z$  – динамическая ошибка.

Таким образом, полная ошибка определения координат точки  $M$  является суммой динамической и кинематической ошибок.

Для ошибки определения относительной линейной скорости имеем

$$\Delta V_y = \delta V_y + \hat{\beta}_y V_y$$

Поведение ошибок БИНС описывается в трехграннике  $Mx$ , связанном с текущей географической вертикалью (ось  $Mx_3$ ), и ориентированном определенным образом в азимуте. В данной задаче предполагается, что вертикальный канал корректируется при помощи внешней информации о высоте (в авиации источником информации о высоте служит баровысотомер), поэтому ошибки вертикального канала не включаются в вектор состояния, и выбирается следующий набор независимых переменных (индекс обозначает проектирование на соответствующую ось трехгранника  $Mx$ ):

- $\Delta y_1, \Delta y_2$  – полные ошибки местоположения:

$$\Delta y = y' - y$$

- $\delta V_1, \delta V_2$  – динамические ошибки определения горизонтальных составляющих  $V_1, V_2$  относительной скорости движения;

- $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  — кинематические ошибки, вектор  $\beta_x = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$  — вектор малого поворота квазиприборного трехгранника  $Mz^x$  относительно квазимодельного  $Mx'$ , подчиняющийся кинематическому уравнению ошибок:

$$\dot{\beta}_x = \hat{\omega}_{yx} \beta_x + \nu_{zx}.$$

В этих переменных уравнения ошибок имеют вид:

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &= \delta V_1 + \beta_3 V_2, \\ \Delta y_2 &= \delta V_2 - \beta_3 V_1, \\ \delta \dot{V}_1 &= 2u_3 \delta V_2 - \omega_0^2 \Delta y_1 - \beta_2 g + \Delta f_1, \\ \delta \dot{V}_2 &= -2u_3 \delta V_1 - \omega_0^2 \Delta y_2 + \beta_1 g + \Delta f_2, \\ \dot{\beta}_1 &= \omega_3 \beta_2 - \omega_2 \beta_3 + \nu_1, \\ \dot{\beta}_2 &= -\omega_3 \beta_1 + \omega_1 \beta_3 + \nu_2, \\ \dot{\beta}_3 &= \omega_2 \beta_1 - \omega_1 \beta_2 + \nu_3, \end{aligned} \tag{1.18}$$

где  $\nu_x = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)^T = L^T \nu_z$ ,  $\Delta f_x = L^T \Delta f_z$ ,  $L$  — матрица ориентации трехгранника  $Mz$  относительно  $Mx$ ,  $\omega_0^2 = \frac{g}{R}$  — частота Шулера. С точностью до членов второго порядка малости можно использовать матрицу  $L'$ , определяемую в бортовом вычислителе БИНС.

## 1.5 Окончательный вид уравнений ошибок БИНС

После перепроектирования инструментальных погрешностей из осей приборного на оси квазиприборного трехгранника и учета принятой модели инструментальных погрешностей уравнения ошибок принимают вид:

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &= \delta V_1 + \beta_3 V_2, \\ \Delta y_2 &= \delta V_2 - \beta_3 V_1, \end{aligned} \tag{1.19}$$

$$\begin{aligned}\delta\dot{V}_1 = & 2U_3\delta V_2 - \omega_0^2\Delta y_1 - g\beta_2 + l_{11}\Delta f_{z1}^0 + l_{21}\Delta f_{z2}^0 + l_{31}\Delta f_{z1}^0 + l_{11}f_{z1}\Gamma_{11} + \\ & + l_{21}f_{z1}\Gamma_{21} + l_{21}f_{z2}\Gamma_{22} + l_{31}f_{z1}\Gamma_{31} + l_{31}f_{z2}\Gamma_{32} + l_{31}f_{z3}\Gamma_{33} + \Delta f_1^s,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta\dot{V}_2 = & -2U_3\delta V_1 - \omega_0^2\Delta y_2 + g\beta_1 + l_{12}\Delta f_{z1}^0 + l_{22}\Delta f_{z2}^0 + l_{32}\Delta f_{z1}^0 + l_{12}f_{z1}\Gamma_{11} + \\ & + l_{22}f_{z1}\Gamma_{21} + l_{32}f_{z2}\Gamma_{22} + l_{32}f_{z1}\Gamma_{31} + l_{32}f_{z2}\Gamma_{32} + l_{32}f_{z3}\Gamma_{33} + \Delta f_2^s,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\beta}_1 = & \omega_3\beta_2 - \omega_2\beta_3 + l_{11}\nu_{z1}^0 + l_{21}\nu_{z2}^0 + l_{31}\nu_{z3}^0 + l_{11}\omega_{z1}\theta_{11} + l_{11}\omega_{z2}\theta_{12} + l_{11}\omega_{z3}\theta_{13} + \\ & + l_{21}\omega_{z1}\theta_{21} + l_{21}\omega_{z2}\theta_{22} + l_{21}\omega_{z3}\theta_{23} + l_{31}\omega_{z1}\theta_{31} + l_{31}\omega_{z2}\theta_{32} + l_{31}\omega_{z3}\theta_{33} + \nu_1^s,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\beta}_2 = & -\omega_3\beta_1 + \omega_1\beta_3 + l_{12}\nu_{z1}^0 + l_{22}\nu_{z2}^0 + l_{32}\nu_{z3}^0 + l_{12}\omega_{z1}\theta_{11} + l_{12}\omega_{z2}\theta_{12} + l_{12}\omega_{z3}\theta_{13} + \\ & + l_{22}\omega_{z1}\theta_{21} + l_{22}\omega_{z2}\theta_{22} + l_{22}\omega_{z3}\theta_{23} + l_{32}\omega_{z1}\theta_{31} + l_{32}\omega_{z2}\theta_{32} + l_{32}\omega_{z3}\theta_{33} + \nu_2^s,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\beta}_3 = & \omega_2\beta_1 - \omega_1\beta_2 + l_{13}\nu_{z1}^0 + l_{23}\nu_{z2}^0 + l_{33}\nu_{z3}^0 + l_{13}\omega_{z1}\theta_{11} + l_{13}\omega_{z2}\theta_{12} + l_{13}\omega_{z3}\theta_{13} + \\ & + l_{23}\omega_{z1}\theta_{21} + l_{23}\omega_{z2}\theta_{22} + l_{23}\omega_{z3}\theta_{23} + l_{33}\omega_{z1}\theta_{31} + l_{33}\omega_{z2}\theta_{32} + l_{33}\omega_{z3}\theta_{33} + \nu_3^s.\end{aligned}$$

## 1.6 Модель измерений

Для калибровки БИНС используется информация, полученная от СНС, о географической широте  $\varphi^c$  и долготе  $\lambda^c$  и о северной  $V_N^c$  и восточной  $V_E^c$  составляющих вектора скорости. Эти параметры приемник измеряет с точностью до шумов.

Компоненты вектора коррекции  $z = (z_1^{pos}, z_2^{pos}, z_1^{vel}, z_2^{vel})^T$  имеют вид (??):

$$\begin{aligned}z_1^{pos} &= \Delta\varphi \sin \chi' + \Delta\lambda \cos \chi' = \Delta y_1 + r_1^{pos}, \\ z_2^{pos} &= \Delta\varphi \cos \chi' - \Delta\lambda \sin \chi' = \Delta y_2 + r_2^{pos}, \\ z_1^{vel} &= \Delta V_E \sin \chi' + \Delta V_N \cos \chi' = \delta V_1 + V_2\beta_3 + r_1^{vel}, \\ z_2^{vel} &= \Delta V_E \cos \chi' - \Delta V_N \sin \chi' = \delta V_2 - V_1\beta_3 + r_2^{vel},\end{aligned}\tag{1.20}$$

где  $\Delta\varphi = (\varphi' - \varphi^c)R_N$ ,  $\Delta\lambda = (\lambda' - \lambda^c)R_E \cos \varphi$ ,  $\Delta V_N = V'_N - V_N^c$ ,  $\Delta V_E = V'_E - V_E^c$ ,  $\varphi'$ ,  $\lambda'$ ,  $V'_N$ ,  $V'_E$  - модельные значения координат и скоростей,  $\chi'$  -

модельное значение азимутального угла,  $r_1^{pos}, r_2^{pos}, r_1^{vel}, r_2^{vel}$  - погрешности информации СНС типа белого шума.

## 1.7 Задача калибровки как задача оценивания

Таким образом, вектор состояния имеет вид:

$$\xi = (\Delta y_1, \Delta y_2, \delta V_1, \delta V_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \nu_{z_1}^0, \nu_{z_2}^0, \nu_{z_3}^0, \vartheta_{ij}, \Delta f_{z_1}^0, \Delta f_{z_2}^0, \Delta f_{z_3}^0, \Gamma_{ij})^T. \quad (1.21)$$

Вектор измерений:

$$z = (z_1^{pos}, z_2^{pos}, z_1^{vel}, z_2^{vel})^T. \quad (1.22)$$

Тем самым, задача сводится к построению оценок вектора состояния при помощи вектора измерений, линейно зависящего от компонент вектора состояния, если математическая модель инструментальных погрешностей линейно зависит от совокупности неизвестных параметров, полагаемых константами. Для этого используется дискретный фильтр Калмана ([35], [24]).

## 1.8 Редукция уравнений ошибок

Уравнения (1.18)-(1.20) можно упростить, воспользовавшись методом, предложенным в [8].

Пусть вектор состояния динамической системы  $\xi$  можно разбить на подвекторы  $\xi = (\xi_I, \xi_{II}, \xi_{III})^T$ , а вектор измерений  $z$  на подвекторы  $z = (z_I, z_{II})^T$  таким образом, что динамические уравнения принимают вид:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_I &= a_{11}\xi_I + a_{12}\xi_{II} + a_{13}\xi_{III} + q_1, \\ \dot{\xi}_{II} &= a_{21}\xi_I + a_{22}\xi_{II} + a_{23}\xi_{III} + q_2, \\ \dot{\xi}_{III} &= a_{33}\xi_{III} + q_3, \end{aligned}$$

а уравнения измерений

$$\begin{aligned} z_I &= \xi_I + r_I, \\ z_{II} &= h_2 \xi_{II} + h_3 \xi_{III} + r_{II}. \end{aligned}$$

Пусть оценка подвектора  $\xi_I$  равна  $\tilde{\xi}_I = z_I$ , а для построения оценок  $\tilde{\xi}_{II}$  и  $\tilde{\xi}_{III}$  подвекторов  $\xi_{II}$  и  $\xi_{III}$  используется следующий алгоритм:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\xi}}_{II} &= a_{21} z_I + a_{22} \tilde{\xi}_{II} + a_{23} \tilde{\xi}_{III} + k_1 (z_{II} - h_2 \tilde{\xi}_{II} - h_3 \tilde{\xi}_{III}), \\ \dot{\tilde{\xi}}_{III} &= a_{33} \tilde{\xi}_{III} + k_2 (z_{II} - h_2 \tilde{\xi}_{II} - h_3 \tilde{\xi}_{III}), \end{aligned}$$

тогда уравнения ошибок оценки принимают вид:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\xi}_{II} &= a_{21} r_I + a_{22} \Delta \xi_{II} + a_{23} \Delta \xi_{III} + l_1 \Delta \xi_{II} + l_2 \Delta \xi_{III} - q_2 + k_1 r_{II} \\ \Delta \dot{\xi}_{III} &= a_{33} \Delta \xi_{III} + t_1 \Delta \xi_{II} + t_2 \Delta \xi_{III} - q_3 + k_2 r_{II}. \end{aligned}$$

Если измерение  $z_I$  достаточно точно, величиной  $a_{21} r_I$  можно пренебречь. Таким образом можно уменьшить число уравнений на размерность вектора  $\xi_I$ .

В векторе состояния  $\xi$  можно выделить следующие подвекторы:

$$\begin{aligned} \xi_I &= (\Delta y_1, \Delta y_2)^T, \\ \xi_{II} &= (\delta V_1, \delta V_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3)^T, \\ \xi_{III} &= (\nu_{z_1}^0, \nu_{z_2}^0, \nu_{z_3}^0, \vartheta_{ij}, \Delta f_{z_1}^0, \Delta f_{z_2}^0, \Delta f_{z_3}^0, \Gamma_{ij})^T. \end{aligned}$$

Вектор измерений очевидным образом разбивается на позиционные и скоростные измерения.

С учетом вышесказанного после упрощений однородная часть уравнений ошибок БИНС принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \delta \dot{V}_1 &= 2u_3 \delta V_2 - \beta_2 g + \Delta f_1, \\ \delta \dot{V}_2 &= -2u_3 \delta V_1 + \beta_1 g + \Delta f_2, \\ \dot{\beta}_1 &= \omega_3 \beta_2 - \omega_2 \beta_3 + \nu_1, \\ \dot{\beta}_2 &= -\omega_3 \beta_1 + \omega_1 \beta_3 + \nu_2, \\ \dot{\beta}_3 &= \omega_2 \beta_1 - \omega_1 \beta_2 + \nu_3, \end{aligned} \tag{1.23}$$

а уравнения измерений:

$$\begin{aligned} z_1^{vel} &= \delta V_1 + V_2 \beta_3 + r_1^{vel}, \\ z_2^{vel} &= \delta V_2 - V_1 \beta_3 + r_2^{vel}. \end{aligned} \quad (1.24)$$

Вектор состояния после редукции принимает вид

$$\xi = (\delta V_1, \delta V_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \nu_{z_1}^0, \nu_{z_2}^0, \nu_{z_3}^0, \vartheta_{ij}, \Delta f_{z_1}^0, \Delta f_{z_2}^0, \Delta f_{z_3}^0, \Gamma_{ij})^T, \quad (1.25)$$

а вектор измерений:

$$z = (z_1^{vel}, z_2^{vel})^T. \quad (1.26)$$

## 1.9 Окончательный вид уравнений ошибок редуцированной системы

После перепроектирования инструментальных погрешностей уравнения ошибок редуцированной системы принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \delta \dot{V}_1 &= 2U_3 \delta V_2 - g\beta_2 + l_{11} \Delta f_{z_1}^0 + l_{21} \Delta f_{z_2}^0 + l_{31} \Delta f_{z_3}^0 + l_{11} f_{z_1} \Gamma_{11} + l_{21} f_{z_1} \Gamma_{21} + \\ &\quad + l_{21} f_{z_2} \Gamma_{22} + l_{31} f_{z_1} \Gamma_{31} + l_{31} f_{z_2} \Gamma_{32} + l_{31} f_{z_3} \Gamma_{33} + \Delta f_1^s, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{V}_2 &= -2U_3 \delta V_1 + g\beta_1 + l_{12} \Delta f_{z_1}^0 + l_{22} \Delta f_{z_2}^0 + l_{32} \Delta f_{z_3}^0 + l_{12} f_{z_1} \Gamma_{11} + l_{22} f_{z_1} \Gamma_{21} + \\ &\quad + l_{32} f_{z_2} \Gamma_{22} + l_{32} f_{z_1} \Gamma_{31} + l_{32} f_{z_2} \Gamma_{32} + l_{32} f_{z_3} \Gamma_{33} + \Delta f_2^s, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_1 &= \omega_3 \beta_2 - \omega_2 \beta_3 + l_{11} \nu_{z_1}^0 + l_{21} \nu_{z_2}^0 + l_{31} \nu_{z_3}^0 + l_{11} \omega_{z_1} \theta_{11} + l_{11} \omega_{z_2} \theta_{12} + l_{11} \omega_{z_3} \theta_{13} + \\ &\quad + l_{21} \omega_{z_1} \theta_{21} + l_{21} \omega_{z_2} \theta_{22} + l_{21} \omega_{z_3} \theta_{23} + l_{31} \omega_{z_1} \theta_{31} + l_{31} \omega_{z_2} \theta_{32} + l_{31} \omega_{z_3} \theta_{33} + \nu_1^s, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_2 &= -\omega_3 \beta_1 + \omega_1 \beta_3 + l_{12} \nu_{z_1}^0 + l_{22} \nu_{z_2}^0 + l_{32} \nu_{z_3}^0 + l_{12} \omega_{z_1} \theta_{11} + l_{12} \omega_{z_2} \theta_{12} + l_{12} \omega_{z_3} \theta_{13} + \\ &\quad + l_{22} \omega_{z_1} \theta_{21} + l_{22} \omega_{z_2} \theta_{22} + l_{22} \omega_{z_3} \theta_{23} + l_{32} \omega_{z_1} \theta_{31} + l_{32} \omega_{z_2} \theta_{32} + l_{32} \omega_{z_3} \theta_{33} + \nu_2^s, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_3 = & \omega_2\beta_1 - \omega_1\beta_2 + l_{13}\nu_{z_1}^0 + l_{23}\nu_{z_2}^0 + l_{33}\nu_{z_3}^0 + l_{13}\omega_{z_1}\theta_{11} + l_{13}\omega_{z_2}\theta_{12} + l_{13}\omega_{z_3}\theta_{13} + \\ & + l_{23}\omega_{z_1}\theta_{21} + l_{23}\omega_{z_2}\theta_{22} + l_{23}\omega_{z_3}\theta_{23} + l_{33}\omega_{z_1}\theta_{31} + l_{33}\omega_{z_2}\theta_{32} + l_{33}\omega_{z_3}\theta_{33} + \nu_3^s, \end{aligned} \quad (1.27)$$

а уравнения измерений:

$$\begin{aligned} z_1 &= \delta V_1 + V_2\beta_3 + r_1, \\ z_2 &= \delta V_2 - V_1\beta_3 + r_2. \end{aligned} \quad (1.28)$$

## Заключение

В главе 1 определена структура алгоритма калибровки БИНС в полете как алгоритма оценки вектора состояния погрешностей БИНС, включающего в себя параметры инструментальных погрешностей датчиков системы. Алгоритм позволяет использовать калмановскую фильтрацию в двух вариантах — режиме чистого оценивания или введения обратных связей. Построены математические модели всех составляющих алгоритма оценивания — уравнения ошибок БИНС, модель инструментальных погрешностей датчиков БИНС, модель корректирующих измерений. Инструментальные погрешности корректирующих измерений (информации СНС) и их учет в алгоритме будут рассмотрены ниже отдельно в главе 3.

# Глава 2

## Решение задачи калибровки БИНС в полете на траекториях определенного класса

Задача калибровки БИНС, как задача оценки вектора состояния динамической системы при помощи измерений, ставит вопрос о принципиальной возможности калибровки в полете. Ответ на этот вопрос может дать теория наблюдаемости. Однако, формальный анализ наблюдаемости в данной задаче затруднителен.

В данной главе показывается, что при крейсерском полете самолета система уравнений ошибок БИНС и корректирующих измерений по данным СНС полностью не наблюдаема. Таким образом, оценить все параметры инструментальных погрешностей БИНС в полете на крейсерском режиме невозможно. Возникает вопрос о принципиальной возможности калибровки БИНС в полете, а также о нахождении траекторий, позволяющих повысить точность оценивания. Основным инструментом такого исследования является ковариационный анализ. Поскольку задача калибровки в полете сформулирована как задача калмановской фильтрации, то точность оценки определяется решением соответствующего ковариационного уравнения.

В главе показано, что на траектории определенного класса удается оценить параметры инструментальных погрешностей БИНС с точностью, обеспечивающей приемлемую точность автономной навигации.

## 2.1 Отсутствие наблюдаемости ошибок БИНС при ее калибровке на крейсерском полете

Покажем, что при крейсерском полете самолета задача оценки полностью не наблюдаема. Для этого рассмотрим частный случай, когда самолет движется по экватору с постоянной скоростью. Пусть угол курса  $\psi = \frac{\pi}{2}$ , угол крена  $\gamma = 0$ , угол тангажа  $\vartheta = 0$ . Таким образом, матрица ориентации приборного трехгранника  $L_{xz}$ , элементы которой входят в уравнения (1.27), принимает вид:

$$L_{xz} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Другие параметры, входящие в эти уравнения, таковы:

1. составляющие вектора скорости  $V_1 = V$ ,  $V_2 = 0$ ;
2. проекции удельной силы, действующей на приведенную чувствительную массу ньютометров, на оси приборного трехгранника  $f_{z1} = f_{z3} = 0$ ,  $f_{z2} = g$ ;
3. проекции угловой скорости приборного трехгранника  $\omega_{z1} = \omega_{z2} = 0$ ,  $\omega_{z3} = u + \frac{V}{R}$ .

С учетом заданных упрощений уравнения (1.27) принимают вид:

$$\begin{cases} \delta \dot{V}_1 = -g\beta_2 + \Delta f_{z_1}^0 + \Delta f_1^s, \\ \delta \dot{V}_2 = g\beta_1 - \Delta f_{z_3}^0 - g\Gamma_{33} + \Delta f_2^s, \\ \dot{\beta}_1 = (u + \frac{V}{R})\beta_2 + \nu_{z_1}^0 + \theta_{13}(u + \frac{V}{R}) + \nu_1^s, \\ \dot{\beta}_2 = -\nu_{z_3}^0 + \theta_{33}(u + \frac{V}{R}) + \nu_2^s, \\ \dot{\beta}_3 = -\nu_{z_2}^0 - \theta_{23}(u + \frac{V}{R}) - \beta_1(u + \frac{V}{R}) + \nu_3^s. \end{cases} \quad (2.2)$$

Уравнения измерений (1.28) принимают вид:

$$\begin{aligned} z_1 &= \delta V_1, \\ z_2 &= \delta V_2 - V\beta_3. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Введем новые переменные:

$$y_1 = \delta V_1, \quad y_2 = \delta V_2 - V\beta_3$$

и выделим наблюдаемые комбинации, используя тот факт, что если величина наблюдаема, то ее производная также наблюдаема ([36]).

Имеем

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= -g\beta_2 + \Delta f_{z_1}^0, \\ \dot{y}_2 &= g(\beta_1 - \Gamma_{33}) + \Delta f_{z_3}^0 + V \left( (u + \frac{V}{R})\theta_{23} + \nu_{z_2}^0 \right). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Пусть

$$\begin{aligned} y_3 &= -g\beta_2 + \Delta f_{z_1}^0, \\ y_4 &= g(\beta_1 - \Gamma_{33}) + \Delta f_{z_3}^0 + V \left( (u + \frac{V}{R})\theta_{23} + \nu_{z_2}^0 \right), \end{aligned}$$

тогда

$$\begin{aligned} \dot{y}_3 &= -g \left( -\nu_{z_3}^0 + \theta_{33}(u + \frac{V}{R}) \right), \\ \dot{y}_4 &= g \left( (u + \frac{V}{R})(\beta_2 + \theta_{13}) + \nu_{z_1}^0 \right). \end{aligned}$$

Пусть

$$y_5 = -\nu_{z_3}^0 + \theta_{33}\left(u + \frac{V}{R}\right),$$
$$y_6 = \left(u + \frac{V}{R}\right)(\beta_2 + \theta_{13}) + \nu_{z_1}^0,$$

тогда

$$\dot{y}_5 = 0,$$
$$\dot{y}_6 = \left(u + \frac{V}{R}\right)(-\nu_{z_3}^0 + \theta_{33}\left(u + \frac{V}{R}\right)).$$

Наконец,

$$\dot{y}_7 = \left(u + \frac{V}{R}\right)(-\nu_{z_3}^0 + \theta_{33}\left(u + \frac{V}{R}\right)),$$

а следовательно,

$$\dot{y}_7 = 0.$$

Таким образом, наблюдаемые комбинации таковы

$$y_1 = \delta V_1,$$
$$y_2 = \delta V_2 - V\beta_3,$$
$$y_3 = -g\beta_2 + \Delta f_{z_1}^0,$$
$$y_4 = g(\beta_1 - \Gamma_{33}) + \Delta f_{z_3}^0 + V \left( \left(u + \frac{V}{R}\right)\theta_{23} + \nu_{z_2}^0 \right),$$
$$y_5 = -\nu_{z_3}^0 + \theta_{33}\left(u + \frac{V}{R}\right),$$
$$y_6 = \left(u + \frac{V}{R}\right)(\beta_2 + \theta_{13}) + \nu_{z_1}^0,$$
$$y_7 = \left(u + \frac{V}{R}\right) \left( -\nu_{z_3}^0 + \theta_{33}\left(u + \frac{V}{R}\right) \right).$$

Эти комбинации удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_3, \\ \dot{y}_2 = y_4, \\ \dot{y}_3 = -gy_5, \\ \dot{y}_4 = gy_6, \\ \dot{y}_5 = 0, \\ \dot{y}_6 = y_7, \\ \dot{y}_7 = 0. \end{cases}$$

Размерность наблюдаемого подпространства равна семи, следовательно, можно сделать вывод, что вектор состояния (1.25) размерности 26 редуцированной системы целиком не наблюдаем.

Аналогично можно показать, что при использовании нередуцированной системы вектор состояния (1.21) также ненаблюдаем. Для этого преобразуем уравнения (1.18) с учетом заданных упрощений:

$$\begin{cases} \Delta y_1 = \delta V_1, \\ \Delta y_2 = \delta V_2 - \beta_3 V, \\ \delta \dot{V}_1 = 2u_3 \delta V_2 - \omega_0^2 \Delta y_1 - \beta_2 g + \Delta f_1, \\ \delta \dot{V}_2 = -2u_3 \delta V_1 - \omega_0^2 \Delta y_2 + \beta_1 g + \Delta f_2, \\ \dot{\beta}_1 = (u + \frac{V}{R})\beta_2 + \nu_{z_1}^0 + \theta_{13}(u + \frac{V}{R}) + \nu_1^s, \\ \dot{\beta}_2 = \nu_{z_3}^0 + \theta_{33}(u + \frac{V}{R}) + \nu_2^s, \\ \dot{\beta}_3 = -\nu_{z_2}^0 - \theta_{23}(u + \frac{V}{R}) - (u + \frac{V}{R})\beta_1 + \nu_3^s. \end{cases} \quad (2.5)$$

Введем новые переменные, определяемые моделями позиционных и скоростных измерений

$$\eta_1 = \Delta y_1, \quad \eta_2 = \Delta y_2, \quad \eta_3 = \delta V_1, \quad \eta_4 = \delta V_2 - V\beta_3$$

и выделим независимые наблюдаемые комбинации путем многократного дифференцирования этих измерений в силу системы дифференциальных

уравнений ошибок БИНС. В результате получаются следующие наблюдаемые комбинации:

$$\begin{aligned}
\eta_1 &= \Delta y_1, \\
\eta_2 &= \Delta y_2, \\
\eta_3 &= \delta V_1, \\
\eta_4 &= \delta V_2 - V\beta_3, \\
\eta_5 &= -g\beta_2 + \Delta f_{z_1}^0, \\
\eta_6 &= g(\beta_1 - \Gamma_{33}) - \Delta f_{z_3}^0 - V \left( \left( u + \frac{V}{R} \right) (\beta_1 + \theta_{23}) + \nu_{z_2}^0 \right), \\
\eta_7 &= -\nu_{z_3}^0 - \theta_{33} \left( u + \frac{V}{R} \right), \\
\eta_8 &= \nu_{z_1}^0 + (\theta_{13} - \beta_3) \left( u + \frac{V}{R} \right), \\
\eta_9 &= \left( u + \frac{V}{R} \right) (\beta_1 + \theta_{23}) + \nu_{z_2}^0,
\end{aligned}$$

удовлетворяющие системе уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned}
\dot{\eta}_1 &= \eta_3, \\
\dot{\eta}_2 &= \eta_4, \\
\dot{\eta}_3 &= \eta_5, \\
\dot{\eta}_4 &= \eta_6, \\
\dot{\eta}_5 &= g\eta_7 - \omega_0^2 \eta_3, \\
\dot{\eta}_6 &= \left( g - \left( u + \frac{V}{R} \right) \right) \eta_8 - \omega_0^2 \eta_4, \\
\dot{\eta}_7 &= 0, \\
\dot{\eta}_8 &= - \left( u + \frac{V}{R} \right) \eta_9, \\
\dot{\eta}_9 &= \left( u + \frac{V}{R} \right) \eta_8.
\end{aligned} \right.$$

Из выражений для  $\eta_5, \eta_6$  следует, что погрешности нулей ньютонометров неразделимы с угловыми ошибками построения вертикали  $\alpha_1, \alpha_2$ , поскольку  $\alpha_1 = \beta_1 - \Delta y_2/a, \alpha_2 = \beta_2 + \Delta y_1/a$  ( $a$  – большая полуось на-

вигационного эллипсоида Земли). Из выражений для  $\eta_4, \eta_8$  следует, что азимутальная ошибка начальной выставки БИНС  $\beta_3$  также не наблюдается отдельно. Размерность наблюдаемого подпространства равна 9, следовательно, можно сделать вывод, что вектор состояния исходной (нередуцированной) системы погрешностей БИНС размерности 28 целиком не наблюдаем.

## 2.2 Траектории, обеспечивающие высокую меру оцениваемости в задаче калибровки в полете

Возникает вопрос выбора траекторий, при движении по которым обеспечивается оцениваемость параметров инструментальных погрешностей БИНС в полете. Поскольку в качестве алгоритма оценивания выбран фильтр Калмана, в роли количественной меры оцениваемости выбрана описанная ниже стохастическая мера.

При подборе подобных траекторий можно руководствоваться общими соображениями и аналогиями с калибровкой БИНС на стенде. Так как во время стендовой калибровки происходит вращение вокруг каждой из трех осей, траектории полета самолета должны так же обеспечивать переменную угловую скорость вращения БИНС вокруг каждой оси. При этом полет должен быть легко реализуем и не представлять опасности для самолета.

Заданным критериям удовлетворяют, например, следующие специальные траектории:

- колебания самолета по крену и тангажу с некоторой небольшой амплитудой и периодом (числовые параметры таких движений будут приведены ниже);

- полет типа координированного разворота или координированной змейки.

С целью проверки эффективности предложенных траекторий произведено численное моделирование полета самолета по данным траекториям с различными параметрами. Ниже приводится описание схемы моделирования.

## 2.3 Схема численного моделирования задачи

Анализ точности калибровки БИНС в полете производится в рамках ковариационных соотношений, без построения модельных реализаций.

Для оцениваемых параметров приняты следующие априорные стандартные отклонения:

- погрешности нулевого сигнала ньютометров предполагаются равными  $\sigma_{\Delta f_{zi}^0} = 40''$ , погрешности масштаба и перекосы –  $\sigma_{\Gamma_{ii}} = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\sigma_{\Gamma_{ij}} = 40''$ ;
- дрейфы ДУС предполагаются равными  $\sigma_{\nu_{zi}^0} = 0.05^\circ/\text{час}$ , погрешности масштаба и перекосы –  $\sigma_{\theta_{ii}} = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\sigma_{\theta_{ij}} = 40''$  ( $i, j = 1, 2, 3, i \neq j$ ).

Эти значения соответствуют среднеквадратическим погрешностям параметров БИНС среднего класса точности в процессе эксплуатации.

Среднеквадратические погрешности шумов ньютометров предполагаются равными  $\sigma_{\Delta f_z^s} = 2 \cdot 10^{-3}$  м/с<sup>2</sup>, шумов ДУС –  $\sigma_{\nu_z^s} = 0,3^\circ/\text{час}$  на частоте 1 Гц.

Для шумов корректирующих измерений (информации СНС) принимаются стандартные отклонения  $\sigma_{r_i^{pos}} = 5$  м для позиционных измерений СНС,  $\sigma_{r_i^{vel}} = 0,3$  м/с для скоростных измерений СНС ( $i = 1, 2$ ).

Предложенные маневры моделируются следующим образом. В случае колебаний самолета по двум углам крен и тангаж изменяются по

законам  $\gamma = \gamma_0 \sin(\Omega_1^* t + \kappa_1)$  и  $\theta = \theta_0 \sin(\Omega_2^* t + \kappa_2)$  соответственно. Угол курса  $\psi$  остается постоянным.  $\gamma_0$  и  $\theta_0$  – амплитуды колебаний,  $\Omega_1^*$  и  $\Omega_2^*$  – частоты колебаний,  $\kappa_1 - \kappa_2$  – рассогласование по фазе между колебаниями.

Координированная змейка моделируется следующим способом:

$$V_1 = V \cos \psi, \quad V_2 = V \sin \psi,$$

$$\psi = \psi_0 + A_0 \sin \frac{2\pi t}{T_0},$$

где  $V_1, V_2$  – восточная и северная компоненты скорости движения,  $\psi$  – угол курса. Координированность поворотов имитируется заданием угла крена в виде  $\gamma = \arctan \frac{\dot{\psi} V}{g}$ .

Схема численного моделирования:

1. Задаются среднеквадратические погрешности параметров инструментальных погрешностей.
2. Калибровочный полет. Моделируется полет самолета с использованием предложенных маневров в течение некоторого времени (от 20 до 60 мин). На этом интервале решается задача оценивания параметров инструментальных погрешностей БИНС.
3. Проводится сравнение апостериорных стандартных отклонений ошибок оценки инструментальных погрешностей БИНС с их априорными значениями.
4. Автономная навигация с учетом результатов оценивания. Моделируется полет самолета в течение 60 мин. В процессе полета коррекции БИНС не происходит. В качестве начального значения для ковариационной матрицы погрешностей вектора состояния БИНС используется соответствующая матрица, полученная в конце калибровки. Во время этого полета вычисляется интегральный кри-

терий качества калибровки. Критерием качества калибровки выбрана величина:

$$\rho = a\sqrt{\sigma_{\Delta\lambda\cos\varphi}^2 + \sigma_{\Delta\varphi}^2}, \quad (2.6)$$

где  $a$  - длина большой полуоси навигационного эллипсоида,  $\Delta\varphi$ ,  $\Delta\lambda$  - ошибки в определении широты и долготы. Далее в тексте эта величина называется *ошибкой автономной навигации*.

При моделировании погрешностей автономной навигации в ковариационных соотношениях были выбраны следующие траектории:

- крейсерский полет — полет по прямой с постоянной скоростью на постоянной высоте. Модуль вектора скорости принимается равным  $V = 200$  м/с, углы курса, крена и тангажа —  $0^\circ$  каждый,  $w_{x1} = 0$ ,  $w_{x2} = V/a + u_2$ ,  $w_{x3} = u_3$ , где  $a$  — большая полуось земного эллипсоида,  $u_2, u_3$  — проекции угловой скорости вращения Земли на оси  $Mx$ .
- полет по траектории „змейка” — восточная и северная компоненты скорости —  $V_1 = V\cos\psi$ ,  $V_2 = V\sin\psi$ , где модуль скорости  $V = 200$  м/с, угол курса —  $\psi = \psi_0 + A_0\sin\frac{2\pi t}{T_0}$ , крен —  $\gamma = \arctan\frac{\psi V}{g}$ , тангаж —  $\theta = 0^\circ$ ,  $w_{x1} = -V_2/a + u_1$ ,  $w_{x2} = V_1/a + u_2$ ,  $w_{x3} = u_3$  где  $a$  — большая полуось земного эллипсоида,  $(u_1, u_2, u_3)^T$  — вектор угловой скорости вращения Земли в проекциях на оси трехгранника  $Mx$ .
- заход на посадку — полет по прямой в течение 1800 с, координированный поворот на  $90^\circ$  за 300 с, полет по прямой в течение 900 с, поворот.

Это достаточно полный набор траекторий, описывающий возможные полеты больших (пассажирских, грузовых) летательных аппаратов.

## 2.4 Стохастическая мера оцениваемости

Следуя [6], [7], [9] *стохастической мерой оцениваемости* переменной  $\xi(t)$  в момент времени  $t$  назовем величину

$$\mu_{\xi}(t) = 1 - \frac{\sigma_{\Delta\xi}(t)}{\sigma_{\xi}(t)} \quad (2.7)$$

– относительное изменение среднеквадратичного отклонения  $\sigma_{\Delta\xi}$  ошибки оценки  $\Delta\xi$  переменной  $\xi$  при ее оценивании при помощи результатов измерений и при игнорировании результатов измерений (относительное изменение апостериорного среднеквадратичного отклонения  $\sigma_{\Delta\xi}$  по отношению к априорному  $\sigma_{\xi}$ ).

Стохастическая мера оцениваемости показывает, в какой степени информация, полученная из измерений, позволяет улучшить оценку соответствующего параметра вектора инструментальных погрешностей.

## 2.5 Результаты моделирования ковариационных соотношений в задаче калибровки БИНС для различных траекторий

Для дальнейшего сравнения проведено моделирование ковариационных соотношений уравнений ошибок БИНС с использованием только априорных характеристик. Полученные результаты будут далее применены для подтверждения эффективности калибровки на различных траекториях.

Ниже представлены результаты моделирования автономной навигации без калибровки, то есть с использованием априорных значений для среднеквадратических погрешностей оценок параметров модели. В таблице 2.1 приведено значение величины  $\rho$  (2.6) в километрах при модели-

ровании дисперсионных уравнений ошибок БИНС отдельно на различных траекториях.

Траектория	Крейсерский полет	Змейка	Заход на посадку
$\rho$ , км	9,6	16,8	8,7

Таблица 2.1: Ошибка автономной навигации без предварительной калибровки

Также было проведено моделирование автономной навигации в предположении, что начальная ковариационная матрица параметров инструментальных погрешностей близка к нулю. Это означает, что в таком случае на точность автономной навигации влияют только шумы датчиков. В таблице 2.2 представлены результаты подобной "идеальной" калибровки. Ошибка автономной навигации слабо зависит от траектории и за первый час она практически одинакова на различных траекториях, что и иллюстрируется таблицей 2.2.

Траектория	Крейсерский полет	Змейка	Заход на посадку
$\rho$ , км	0,3	0,3	0,3

Таблица 2.2: Ошибка автономной навигации в случае идеальной калибровки

## 2.6 Калибровка БИНС во время крейсерского полета

Во время полета в крейсерском режиме не наблюдаются все составляющие инструментальных погрешностей. Как следствие, калибровка

во время полета на крейсерском режиме в течение одного часа не позволяет значительно повысить точность навигации. В таблице 2.3 приводятся результаты моделирования ковариационных соотношений уравнений ошибок БИНС на различных траекториях после калибровки во время крейсерского полета. Накопление ошибки автономной навигации во время полета изображено на рисунке 2.1.

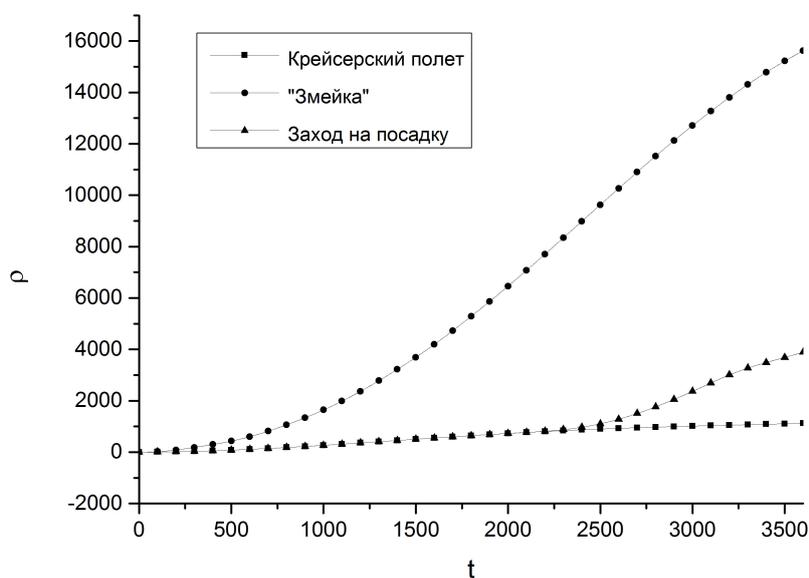


Рисунок 2.1: Накопление ошибки автономной навигации (м) во времени (сек)

Траектория	Крейсерский полет	Змейка	Заход на посадку
$\rho$ , км	1,1	15,6	3,9

Таблица 2.3: Ошибка автономной навигации после калибровки на крейсерском полете

Таблица 2.3 показывает, что повысить точность автономной навигации с помощью калибровки в крейсерском полете возможно только для

аналогичной траектории, в то время как на траекториях, содержащих маневры, остается высокая ошибка.

Рисунки 2.2 и 2.3 показывают изменение апостериорного среднеквадратичного отклонения ошибок оценок нулей ньютонометров и дрейфов ДУС. При этом среднеквадратичное отклонение других параметров инструментальных погрешностей, а именно масштабных коэффициентов и перекосов, не уменьшилось по сравнению с соответствующим априорным значением. Аналогичные выводы можно получить и с помощью стохастической меры оцениваемости (2.7). Мера оцениваемости после одного часа полета в крейсерском режиме для каждого из параметров инструментальных погрешностей приведена в таблицах 2.4 и 2.5.

	$\nu_1^0$	$\nu_2^0$	$\nu_3^0$						
$\mu(3600)$	0.92	0.96	0.59						
	$\Theta_{11}$	$\Theta_{12}$	$\Theta_{13}$	$\Theta_{21}$	$\Theta_{22}$	$\Theta_{23}$	$\Theta_{31}$	$\Theta_{32}$	$\Theta_{33}$
$\mu(3600)$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Таблица 2.4: Стохастическая мера оцениваемости параметров инструментальных погрешностей ДУС при калибровке на крейсерском полете

	$\Delta f_1^0$	$\Delta f_2^0$	$\Delta f_3^0$	$\Gamma_{11}$	$\Gamma_{21}$	$\Gamma_{22}$	$\Gamma_{31}$	$\Gamma_{32}$	$\Gamma_{33}$
$\mu(3600)$	0.41	0.41	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Таблица 2.5: Стохастическая мера оцениваемости параметров инструментальных погрешностей ньютонометров при калибровке на крейсерском полете

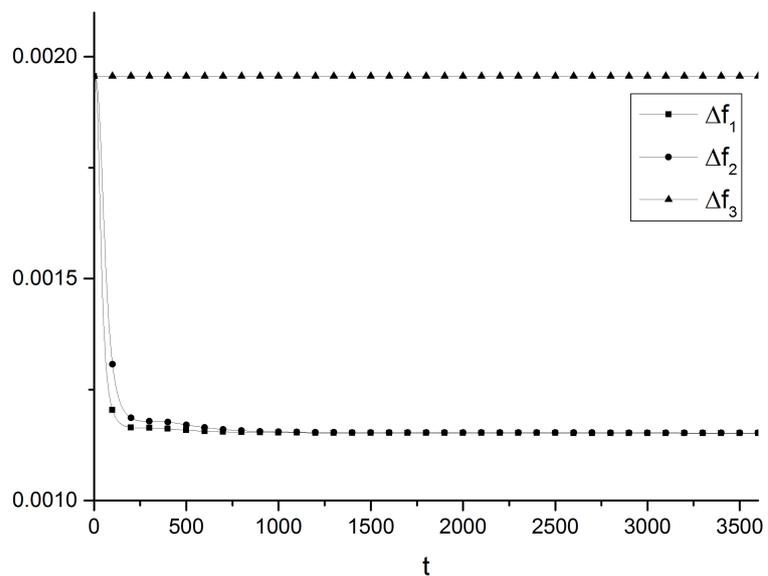


Рисунок 2.2: СКО ошибок оценок нулей ньютонометров (м/с<sup>2</sup>) во время крейсерского полета (сек)

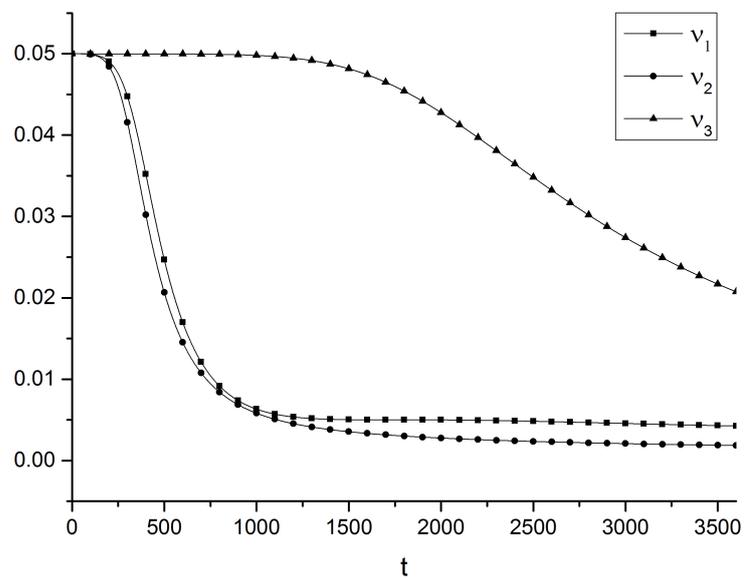


Рисунок 2.3: СКО ошибок оценок дрейфов ДУС (°/час) во время крейсерского полета (сек)

## 2.7 Выбор оптимальных параметров траектории

Для выбора оптимальных параметров движений (периоды, амплитуды колебаний, длительность) проведено моделирование всевозможных комбинаций колебаний и „змейки”. Исследована оцениваемость различных параметров инструментальных погрешностей БИНС путем сравнения апостериорной среднеквадратичной погрешности с априорной.

### Змейка

Полет по траектории „змейка” моделируется следующим образом:

- восточная и северная компоненты скорости –  $V_1 = V \cos \psi$ ,  $V_2 = V \sin \psi$ , где модуль скорости  $V = 200\text{м/с}$ ;
- угол курса –  $\psi = \psi_0 + A_0 \sin \frac{2\pi t}{T_0}$ , крен –  $\gamma = \arctan \frac{\psi V}{g}$ , тангаж –  $\theta = 0^\circ$ ;
- $w_{x1} = -V_2/a + u_1$ ,  $w_{x2} = V_1/a + u_2$ ,  $w_{x3} = u_3$ , где  $a$  – большая полуось земного эллипсоида,  $(u_1, u_2, u_3)^T$  – вектор угловой скорости вращения Земли в проекциях на оси трехгранника  $Mx$ .

Качество калибровки на траектории „змейка” увеличивается вместе с увеличением амплитуды и частоты поворотов.

В качестве максимально возможной амплитуды было установлено значение  $A_0 = \frac{\pi}{3}$ , период поворотов –  $T_0 = 480$  с. Далее приведены результаты моделирования при использовании этих значений параметров траектории „змейка” для калибровки БИНС в течение одного часа полета. В таблицах 2.6 и 2.7 приведены соответствующие меры оцениваемости, а ошибка автономной навигации представлена в таблице 2.8. Можно отметить, что для некоторых параметров инструментальных погрешностей мера оцениваемости равна нулю.

	$\nu_1^0$	$\nu_2^0$	$\nu_3^0$						
$\mu(3600)$	0.43	0.36	0.22						
	$\Theta_{11}$	$\Theta_{12}$	$\Theta_{13}$	$\Theta_{21}$	$\Theta_{22}$	$\Theta_{23}$	$\Theta_{31}$	$\Theta_{32}$	$\Theta_{33}$
$\mu(3600)$	0.47	0.00	0.41	0.05	0.00	0.56	0.68	0.00	0.60

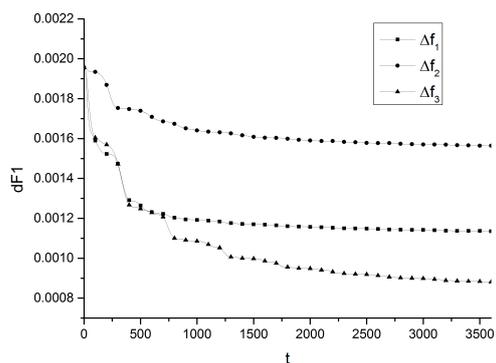
Таблица 2.6: Стохастическая мера оцениваемости параметров инструментальных погрешностей ДУС при калибровке на „змейке”

	$\Delta f_1^0$	$\Delta f_2^0$	$\Delta f_3^0$	$\Gamma_{11}$	$\Gamma_{21}$	$\Gamma_{22}$	$\Gamma_{31}$	$\Gamma_{32}$	$\Gamma_{33}$
$\mu(3600)$	0.42	0.20	0.55	0.45	0.17	0.28	0.60	0.42	0.04

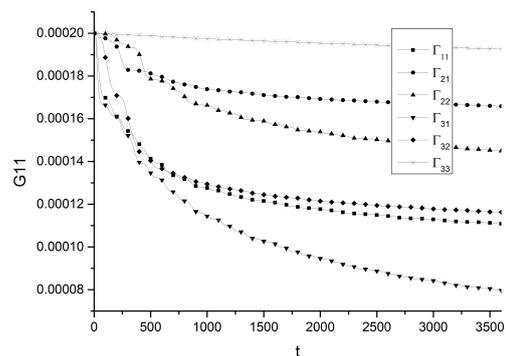
Таблица 2.7: Стохастическая мера оцениваемости параметров инструментальных погрешностей ньютонометров при калибровке на „змейке”

Траектория	Крейсерский полет	Змейка	Заход на посадку
$\rho$ , км	5,8	0,86	4,8

Таблица 2.8: Ошибка автономной навигации после калибровки на „змейке”



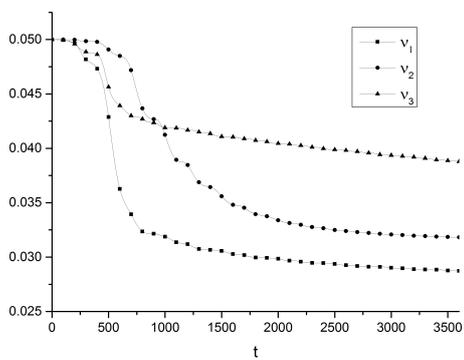
а)



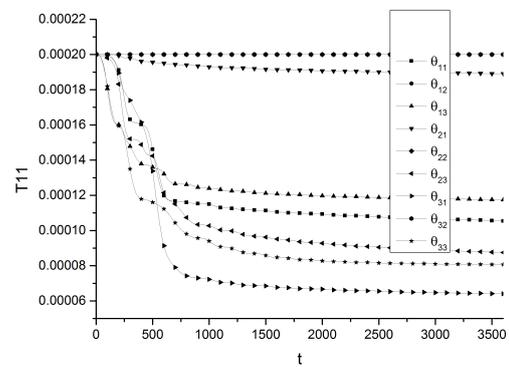
б)

Рисунок 2.4: СКО ошибок оценок нулей ( $\text{м/с}^2$ ) (а) и перекосов (б) ньютометров во времени (сек)

Несмотря на то, что во время полета по траектории „змейки” проявляются все параметры инструментальных погрешностей, одной лишь этой траектории недостаточно для достижения приемлемой точности автономной навигации.



а)



б)

Рисунок 2.5: СКО ошибок оценок дрейфов ( $^{\circ}$ /час) (а) и перекосов (б) ДУС во времени (сек)

## Колебания по крену и тангажу

В случае колебаний самолета по двум углам крен и тангаж изменяются по законам  $\gamma = \gamma_0 \sin(\Omega_1^* t + \kappa_1)$  и  $\theta = \theta_0 \sin(\Omega_2^* t + \kappa_2)$  соответственно. Угол курса  $\psi$  остается постоянным.  $\gamma_0$  и  $\theta_0$  – амплитуды колебаний,  $\Omega_1^*$  и  $\Omega_2^*$  – частоты колебаний,  $\kappa_1 - \kappa_2$  – рассогласование по фазе между колебаниями.

Моделирование показало, что не всегда лучшая точность калибровки достигается с помощью максимальных допустимых значений амплитуды колебаний. Некоторые результаты приведены в таблице 2.9. Во всех случаях приняты значения  $\Omega_1^* = \Omega_2^* = \frac{\pi}{60}$ . Амплитуда колебаний ограничена  $10^\circ$ . Такие колебания легко реализуемы и не представляют опасности для самолета.

Для того, чтобы понять, какие параметры инструментальных погрешностей оцениваются с помощью подобной траектории, приведем более подробно результаты для случая  $\gamma_0 = 10^\circ, \theta_0 = 5^\circ, \kappa_1 - \kappa_2 = 0^\circ$ . В таблицах 2.10 и 2.11 приведены соответствующие меры оцениваемости, а поведение среднеквадратических отклонений ошибок оценок параметров инструментальных погрешностей БИНС представлены на рисунках 2.6 и 2.7.

Как видно из приведенных результатов моделирования, использования в процессе калибровки колебаний по крену и тангажу недостаточно для получения необходимой точности автономной навигации.

Сравнив таблицы 2.6, 2.7 и таблицы 2.10, 2.11, можно заметить, что некоторые параметры инструментальных погрешностей оцениваются с помощью калибровки на „змейке”, а некоторые — с помощью колебаний по крену и тангажу. Отсюда вытекает идея объединить две траектории для калибровки БИНС в полете.

Параметры колебаний	Крейсерский полет	Змейка	Заход на посадку
$\gamma_0 = \theta_0 = 5^\circ,$ $\kappa_1 - \kappa_2 = 90^\circ$	1,8	14,1	4,0
$\gamma_0 = \theta_0 = 5^\circ,$ $\kappa_1 - \kappa_2 = 60^\circ$	1,6	14,2	4,0
$\gamma_0 = \theta_0 = 5^\circ,$ $\kappa_1 - \kappa_2 = 0^\circ$	1,1	14,9	3,9
$\gamma_0 = 5^\circ, \theta_0 = 10^\circ,$ $\kappa_1 - \kappa_2 = 90^\circ$	2,8	13,3	4,5
$\gamma_0 = 5^\circ, \theta_0 = 10^\circ,$ $\kappa_1 - \kappa_2 = 0^\circ$	1,1	15,1	3,8
$\gamma_0 = 10^\circ, \theta_0 = 5^\circ,$ $\kappa_1 - \kappa_2 = 90^\circ$	2,8	12,5	4,5
$\gamma_0 = 10^\circ, \theta_0 = 5^\circ,$ $\kappa_1 - \kappa_2 = 0^\circ$	1,1	13,9	3,8
$\gamma_0 = \theta_0 = 10^\circ,$ $\kappa_1 - \kappa_2 = 90^\circ$	4,8	11,4	5,5
$\gamma_0 = \theta_0 = 10^\circ,$ $\kappa_1 - \kappa_2 = 0^\circ$	1,1	14,3	3,9

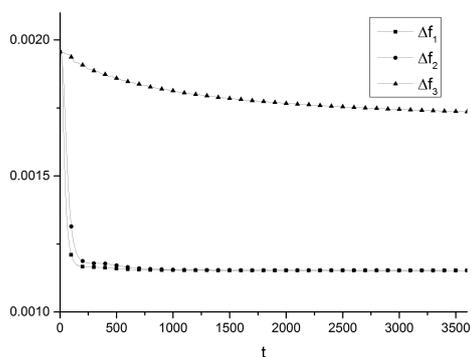
Таблица 2.9: Ошибка автономной навигации после калибровки с использованием различных колебаний по крену и тангажу, км

	$\nu_1^0$	$\nu_2^0$	$\nu_3^0$						
$\mu(3600)$	0.91	0.96	0.59						
	$\Theta_{11}$	$\Theta_{12}$	$\Theta_{13}$	$\Theta_{21}$	$\Theta_{22}$	$\Theta_{23}$	$\Theta_{31}$	$\Theta_{32}$	$\Theta_{33}$
$\mu(3600)$	0.10	0.02	0.00	0.19	0.04	0.00	0.25	0.06	0.00

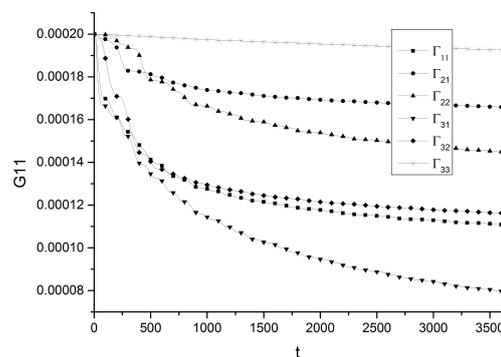
Таблица 2.10: Стохастическая мера оцениваемости параметров инструментальных погрешностей ДУС при калибровке с использованием колебаний по крену и тангажу

	$\Delta f_1^0$	$\Delta f_2^0$	$\Delta f_3^0$	$\Gamma_{11}$	$\Gamma_{21}$	$\Gamma_{22}$	$\Gamma_{31}$	$\Gamma_{32}$	$\Gamma_{33}$
$\mu(3600)$	0.41	0.41	0.11	0.04	0.02	0.10	0.00	0.00	0.11

Таблица 2.11: Стохастическая мера оцениваемости параметров инструментальных погрешностей ньютометров при калибровке с использованием колебаний по крену и тангажу

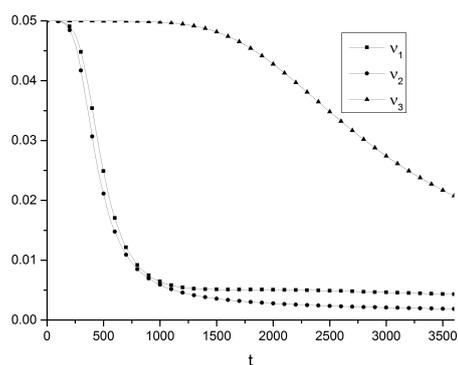


а)

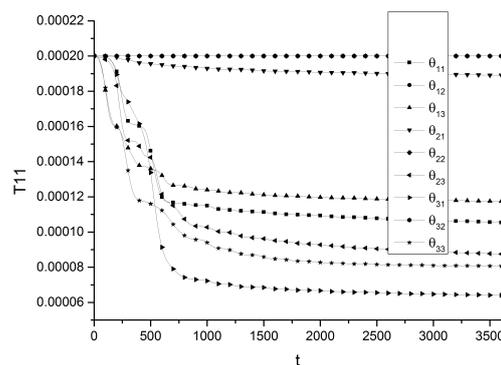


б)

Рисунок 2.6: СКО ошибок оценок нулей ( $\text{м/с}^2$ ) (а) и перекосов (б) ньютометров во времени (сек)



а)



б)

Рисунок 2.7: СКО ошибок оценок дрейфов ДУС ( $^\circ/\text{час}$ ) (а) и перекосов ДУС (б) во времени (сек)

## Комбинация режима полета „змейки” и колебаний по крену и тангажу

Далее рассматривается комбинация „змейки” и колебаний, т.е. полет, состоящий из двух участков:

1. колебания по углам в течение первой половины полета;
2. „змейка” в течение второй половины полета.

Так же, как и ранее, моделирование проводилось следующим образом:

- сперва интервал калибровочного полета, состоящий из комбинации „змейки” и специальных колебаний
- затем автономная навигация по одному из трех типов траекторий: крейсерский полет, „змейка” и заход на посадку.

При калибровочном полете длительностью 40 мин оценивается большая часть параметров, что отражено в таблицах 2.12 и 2.13, и удастся добиться приемлемой точности калибровки – 1,5 км.

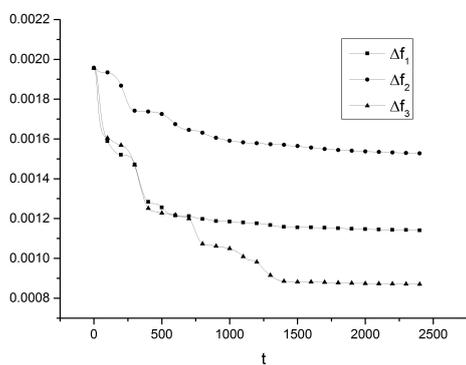
	$\nu_1^0$	$\nu_2^0$	$\nu_3^0$						
$\mu(3600)$	0.91	0.96	0.59						
	$\Theta_{11}$	$\Theta_{12}$	$\Theta_{13}$	$\Theta_{21}$	$\Theta_{22}$	$\Theta_{23}$	$\Theta_{31}$	$\Theta_{32}$	$\Theta_{33}$
$\mu(3600)$	0.71	0.13	0.87	0.16	0.13	0.71	0.95	0.16	0.87

Таблица 2.12: Стохастическая мера оцениваемости параметров инструментальных погрешностей ДУС при калибровке с использованием предложенной траектории

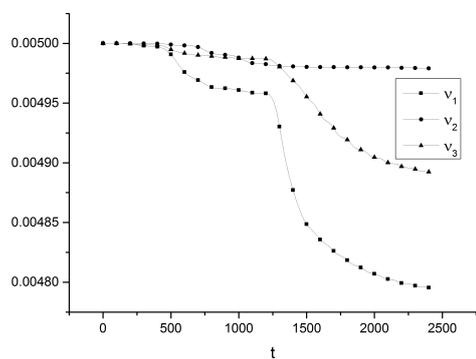
Теперь зададимся вопросом о длительности полета, необходимой для достижения приемлемой точности автономной навигации на основных

	$\Delta f_1^0$	$\Delta f_2^0$	$\Delta f_3^0$	$\Gamma_{11}$	$\Gamma_{21}$	$\Gamma_{22}$	$\Gamma_{31}$	$\Gamma_{32}$	$\Gamma_{33}$
$\mu(3600)$	0.63	0.22	0.64	0.45	0.20	0.33	0.54	0.48	0.12

Таблица 2.13: Стохастическая мера оцениваемости параметров инструментальных погрешностей ньютонометров при калибровке с использованием предложенной траектории

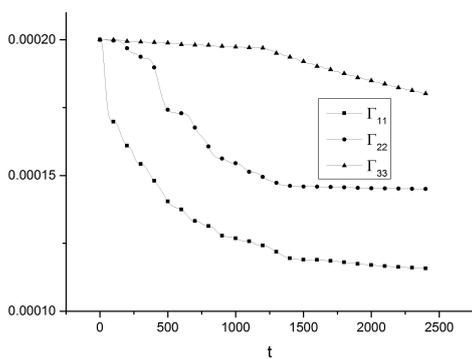


а)

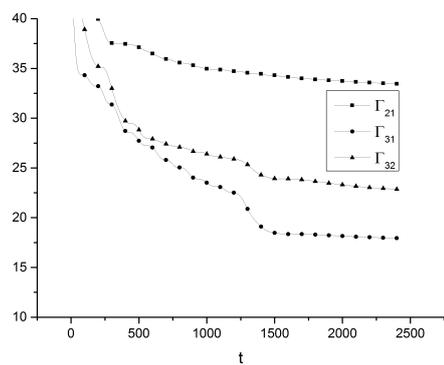


б)

Рисунок 2.8: СКО ошибок оценок нулей ньютонометров ( $\text{м/с}^2$ ) (а) и дрейфов ДУС ( $^\circ/\text{час}$ ) (б) во времени (сек)

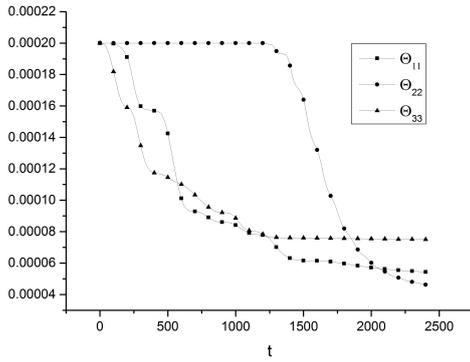


а)

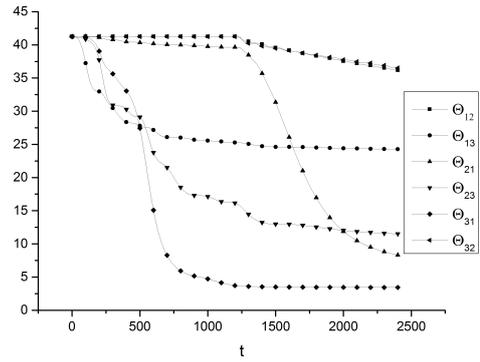


б)

Рисунок 2.9: СКО ошибок оценок масштабных коэффициентов (а) и перекосов (б) ньютонометров (в угловых сек.) во времени (сек)



а)



б)

Рисунок 2.10: СКО ошибок оценок масштабных коэффициентов (а) и перекосов (б) ДУС (в угловых сек.) во времени (сек)

траекториях. Такой анализ проведен для БИНС высокого класса точности на лазерных ДУС. К точности таких систем обычно предъявляют требование обеспечить ошибку автономной навигации не выше 1 мили (1850 м) за час полета. Характерное значение систематического дрейфа —  $0.005 - 0.008^\circ/\text{час}$ .

Определим время калибровочного полета, необходимое для достижения требуемой точности автономной навигации.

Итак, моделирование проведено для следующих исходных данных:  $\sigma_{\nu^0} = 0.005^\circ/\text{час}$ ,  $\sigma_{\Delta f_z^0} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$ ,  $\sigma_{\Gamma_{ii}} = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\sigma_{\Gamma_{ij}} = 40''$ ,  $\sigma_{\Theta_{ii}} = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\sigma_{\Theta_{ij}} = 40'' (i, j = 1, 2, 3, i \neq j)$ .

Результаты моделирования, приведенные в таблице 2.14, показывают, что калибровки в течение 40 мин достаточно для решения поставленной задачи. Увеличение этого времени существенно не повышает точность автономной навигации.

Траектория Время калибровки, с	Крейсерский полет	Змейка	Заход на посадку
1200	1,2	3,5	2,2
1800	1,2	1,8	1,7
2400	1,2	1,4	1,4
3600	1	1,4	1,4

Таблица 2.14: Ошибка автономной навигации, км

## Заключение

Анализ наблюдаемости в частном случае стационарной системы показал отсутствие полной наблюдаемости и, следовательно, привел к постановке задачи выбора траектории, обеспечивающей решение задачи калибровки БИНС в полете.

На основе аналогии с задачей стендовой калибровки построена траектория, которая, с одной стороны, обладает свойствами трех циклов калибровки на стенде с горизонтальной осью вращения, с другой — легко реализуема в полете.

Для решения задачи калибровки в полете предлагается использовать специальные движения двух типов: эволюции, практически не нарушающие крейсерский режим самолета, и координированную змейку. Результаты ковариационного анализа показали приемлемую точность оценки параметров инструментальных погрешностей и значительное уменьшение ошибок автономной навигации, обусловленных ошибками оценок параметров инструментальных погрешностей БИНС при калибровке в полете.

# Глава 3

## Учет влияния смещенности спутниковой информации

При совместном использовании информации СНС и БИНС возникают особенности, обусловленные следующими причинами:

- антенна СНС расположена снаружи ЛА, в то время как БИНС устанавливается внутри, стало быть, данные БИНС и СНС относятся к разным точкам ЛА;
- данные БИНС и СНС несинхронизированы во времени даже при использовании технологии "секундной метки" ([37]).

В этом смысле можно говорить о смещенности информации БИНС и СНС в пространстве и времени.

В данной главе рассматриваются дополнения алгоритма калибровки, связанные с учетом этих особенностей – несинхронности измерений и смещения антенны СНС относительно приведенной чувствительной массой БИНС.

### 3.1 Учет влияния несинхронности спутниковой и инерциальной информации

В приемнике СНС на получение решения навигационной задачи требуется некоторое время, поэтому данные о параметрах движения от СНС запаздывают в реальном времени. Однако, поскольку СНС доставляет не только координаты, скорости, но и точное время, это решение точно привязывается ко времени при помощи так называемой "секундной (или герцовой) метки". Опрос этой метки позволяет решение, которое поступит позже, привязать к конкретному событию во времени. В совокупности с высокочастотностью инерциальной информации эта технология "секундной метки" позволяет синхронизировать информацию БИНС и СНС с высокой точностью. Тем не менее, перемещение информации по каналам связи может внести дополнительное неизвестное запаздывание. Учету этого запаздывания и посвящен данный раздел.

Пусть  $\Theta(X'(t))$ ,  $\Theta(X^c(t))$  – измерения одного и того же навигационного параметра, определяемые независимо ИНС и СНС соответственно и предположительно относящиеся к одному и тому же моменту времени  $t$ . На самом деле вследствие рассинхронизации значение  $X^c$  относится к моменту времени  $t - \tau$ , где  $\tau$  – достаточно малая величина. Рассмотрим корректирующее измерение

$$z_x = \Theta(X'(t)) - \Theta(X^c(t - \tau)) \simeq \Theta(X'(t)) - \Theta(X^c(t)) + \tau\Theta(\dot{X}^c(t)). \quad (3.1)$$

Таким образом в уравнении (3.1) появился новый параметр  $\tau$ , который должен быть включен в состав оцениваемых параметров модели инструментальных погрешностей БИНС.

Для описания поведения параметра рассинхронизации  $\tau$  можно использовать несколько моделей:

1. Стабильная (постоянная) рассинхронизация данных.

Постоянная рассинхронизация означает, что отсчеты спутниковой и инерциальной информации допускают постоянное неизвестное смещение  $\tau$  во времени:

$$\dot{\tau} = 0. \quad (3.2)$$

## 2. Рассинхронизация в виде линейного тренда.

Параметр  $\tau$  линейно меняется со временем и отражает расхождение часов спутникового приемника относительно часов инерциальной системы. Тогда для величины  $\tau$  справедлива следующая линейная модель относительного ухода шкал времени:

$$\ddot{\tau} = 0, \quad \text{или} \quad \dot{\tau} = \tau_1, \quad \dot{\tau}_1 = 0. \quad (3.3)$$

## 3. Плавающая, случайная рассинхронизация.

Параметр  $\tau$  случайным образом меняется со временем. В этом случае для величины  $\tau$  можно использовать следующие линейные модели относительного ухода шкал времени:

$$\dot{\tau} = q_\tau, \quad \text{или} \quad \dot{\tau} = \tau_1, \quad \dot{\tau}_1 = q_\tau, \quad (\ddot{\tau} = q_\tau), \quad (3.4)$$

где  $q_\tau$  – процесс типа белого шума известной интенсивности.

Далее величины  $q_\tau$  добавляются в вектор шумов, а  $\tau$ ,  $\tau_1$  добавляются в вектор состояния системы и оцениваются при помощи измерений.

Соответственно подвектор  $x_\tau$  вектора состояния, отвечающий за модель рассинхронизации, имеет один из следующих видов:

$$x_\tau = \tau, \quad \text{или} \quad x_\tau = (\tau, \tau_1)^T. \quad (3.5)$$

## 3.2 Модель корректирующих измерений с учетом запаздывания спутниковой информации

Рассмотрим позиционные корректирующие измерения, учитывающие возможное запаздывание данных спутниковой навигационной системы.

$$\begin{aligned}
 z_\varphi &= \varphi'(t) - \varphi^c(t - \tau) \simeq \varphi'(t) - \varphi^c(t) + \tau \dot{\varphi}^c(t) = \Delta\varphi(t) + \tau \frac{V_N}{R_N}, \\
 z_\lambda &= \lambda'(t) - \lambda^c(t - \tau) \simeq \lambda'(t) - \lambda^c(t) + \tau \dot{\lambda}^c t = \Delta\lambda(t) + \tau \frac{V_E}{R_E \cos \varphi^c}, \\
 z_h &= h'(t) - h^c(t - \tau) \simeq h'(t) - h^c(t) + \tau V_{up}^c,
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

где  $\varphi'$ ,  $\lambda'$  – данные инерциальной системы;  $\varphi^c$ ,  $\lambda^c$  – позиционные спутниковые данные;  $V_E$ ,  $V_N$  – восточная и северная составляющие скорости движения объекта;  $R_E$ ,  $R_N$  – главные радиусы кривизны;  $z_\varphi$ ,  $z_\lambda$  – ошибки определения широты и долготы.

Рассмотрим скоростные корректирующие измерения:

$$\begin{aligned}
 z_1^{vel} &= V_1'(t) - V_1^c(t - \tau) \simeq V_1'(t) - V_1^c(t) + \tau \dot{V}_1^c, \\
 z_2^{vel} &= V_2'(t) - V_2^c(t - \tau) \simeq V_2'(t) - V_2^c(t) + \tau \dot{V}_2^c.
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

При формировании в модели (3.7) величин  $\dot{V}_1^c$ ,  $\dot{V}_2^c$  следует пользоваться динамическими уравнениями движения, записанными в проекциях на оси географического трехгранника, с относительно свободной ориентацией ( $\Omega_3 = 0$ ) в азимуте:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1 &= 2u \sin \varphi V_2 - (\Omega_2 + 2u_2)V_3 + f_1, \\
 \dot{V}_2 &= -2u \sin \varphi V_1 + (\Omega_1 + 2u_1)V_3 + f_2, \\
 \Omega_1 &= -\frac{V_N}{R_N} \cos \chi + \frac{V_E}{R_E} \sin \chi, \quad \Omega_2 = \frac{V_N}{R_N} \sin \chi + \frac{V_E}{R_E} \cos \chi, \quad \Omega_3 = 0, \\
 u_1 &= u \cos \varphi \sin \chi, \quad u_2 = u \cos \varphi \cos \chi, \quad u_3 = u \sin \varphi.
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Здесь  $f_1, f_2$  – горизонтальные компоненты вектора удельной внешней силы, действующей на объект. Величины  $f_1, f_2$  измеряются ньютонметрами ИНС.

С учетом (3.8) уравнения измерений примут вид:

$$\begin{aligned} z_1^{vel}(t) &= V_1'(t) - V_1^c(t) + \tau [ 2u \sin \varphi V_2 - (\Omega_2 + 2u_2)V_3 + f_1 ], \\ z_2^{vel}(t) &= V_2'(t) - V_2^c(t) + \tau [-2u \sin \varphi V_1 + (\Omega_1 + 2u_1)V_3 + f_2]. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Таким образом, для того, чтобы учесть наличие запаздывания спутниковой информации, необходимо модифицировать уравнения ошибок (1.23) следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta \dot{V}_1 &= 2u_3 \delta V_2 - \beta_2 g - \omega_0^2 V_1 \tau + \Delta f_1, \\ \delta \dot{V}_2 &= -2u_3 \delta V_1 + \beta_1 g - \omega_0^2 V_2 \tau + \Delta f_2, \\ \dot{\beta}_1 &= \omega_3 \beta_2 - \omega_2 \beta_3 + \nu_1, \\ \dot{\beta}_2 &= -\omega_3 \beta_1 + \omega_1 \beta_3 + \nu_2, \\ \dot{\beta}_3 &= \omega_2 \beta_1 - \omega_1 \beta_2 + \nu_3, \end{aligned} \quad (3.10)$$

а уравнения наблюдений (1.24):

$$\begin{aligned} z_1^{vel} &= \delta V_1 + V_2 \beta_3 + \dot{V}_1 \tau + r_1^{vel}, \\ z_2^{vel} &= \delta V_2 - V_1 \beta_3 + \dot{V}_2 \tau + r_2^{vel}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

### 3.3 Анализ точности алгоритма калибровки при наличии рассинхронизации

Численное моделирование работы БИНС при наличии запаздывания спутниковой информации показывает, что включение запаздывания в число оцениваемых параметров оказывается эффективным. В результате ковариационного анализа получено, что при использовании для калибровки траектории, описанной в главе 2, состоящей из 20 мин. колебаний по крену и тангажу и 20 мин. „змейки”, точность автономной навигации

удается сохранить на том же уровне, что и при отсутствии запаздывания (см. Таблица 3.1).

Траектория	Крейсерский полет	Змейка	Заход на посадку
$\rho$ , км	1,2	1,3	1,7

Таблица 3.1: Ошибка автономной навигации в случае добавления рассинхронизации в число оцениваемых параметров

Включение запаздывания в число оцениваемых параметров позволяет достаточно быстро получить оценку этого параметра (см. Рисунок 3.1).

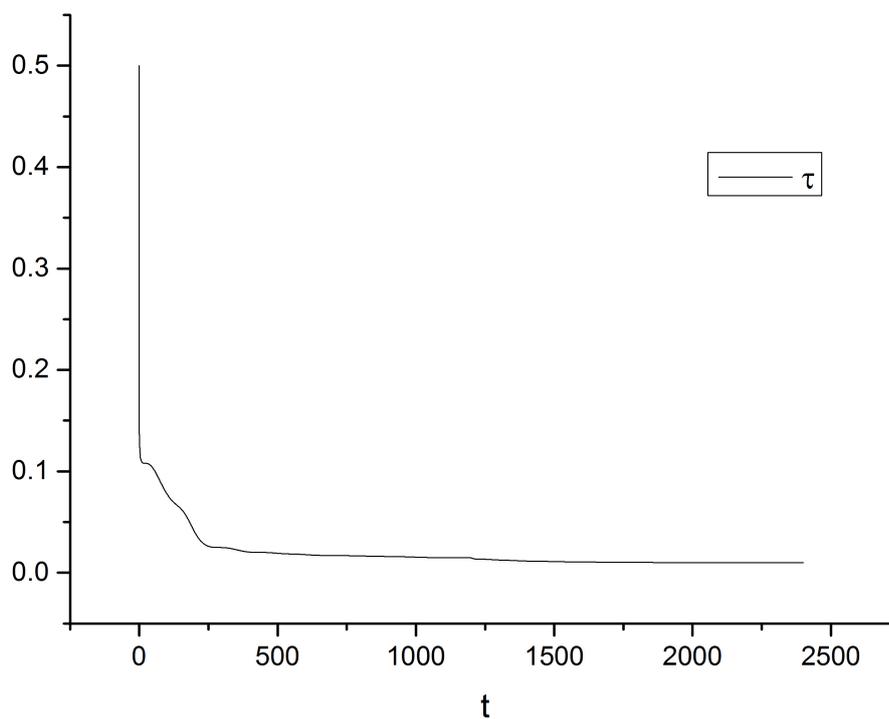


Рисунок 3.1: СКО ошибки оценок запаздывания (сек) во времени (сек)

### 3.4 Модель корректирующих измерений с учетом смещения антенны СНС относительно центра БИНС

Спутниковая навигационная система определяет координаты и скорость точки, которая совпадает с центром антенны спутникового приемника.

Точка установки антенны СНС и точка расположения БИНС на летательном аппарате могут значительно отстоять друг от друга. В этом случае при формировании позиционных и скоростных корректирующих измерений возникают методические погрешности, порождаемые относительным движением БИНС и антенны. Это обстоятельство необходимо учитывать в алгоритмах обработки.

Учет смещений антенны можно осуществлять несколькими способами:

- осуществлять алгоритмическую компенсацию возмущений позиционных и скоростных измерений. Этот вариант возможен при наличии точной информации о смещениях антенны;
- оценивать смещения антенны путем их введения в коррекционную модель задачи. Этот вариант применяется, когда информация о смещениях антенны неточна;
- алгоритмически компенсировать главную часть возмущений и параллельно оценивать некомпенсированные погрешности.

Последние два варианта позволяют осуществлять и тестирование алгоритма обработки.

Далее точкой  $M$  будем обозначать центр ИНС, точку крепления антенны – точкой  $A$ .

## Компенсация позиционных поправок

Предположим известными координаты  $\Delta R_r = (X, Y, Z)^T = (\Delta R_{r1}, \Delta R_{r2}, \Delta R_{r3})^T$  точки крепления антенны (или точки установки базовой ИНС) в осях связанной с корпусом носителя системы координат  $Mr$ . Здесь начало координат – точка  $M$  – связана с приведенным центром выставляемой ИНС. Ось  $Mr_1$  направлена по продольной оси к носу носителя (другое обозначение – ось  $X$ ). Ось  $Mr_2$  расположена в плоскости симметрии и направлена вверх по отношению к летательному аппарату (другое обозначение – ось  $Y$ ). Ось  $Mr_3$  направлена в сторону правого крыла (другое обозначение – ось  $Z$ ).

Ориентация корпуса носителя относительно географического трехгранника  $Mx^0$ , ориентированного в азимуте в географической координатной сетке, определяется углами истинного курса  $\psi$ , крена  $\gamma$  и тангажа  $\vartheta$ .

Напомним, что оси  $Mx_1^0, Mx_2^0$  географического трехгранника  $Mx^0$  определяют плоскость местного горизонта, ось  $Mx_1^0$  направлена на восток, ось  $Mx_2^0$  направлена на север. Ось  $Mx_3^0$  направлена вверх по направлению географической вертикали.

Углом истинного курса  $\psi$  называется угол между осью  $Mx_2^0$  (направлением на север) и проекцией продольной оси летательного аппарата на горизонтальную плоскость  $Mx_1^0x_2^0$ , отсчитываемый **по часовой** стрелке. Тангаж  $\vartheta$  – угол между продольной осью  $Mr_1$  и горизонтальной плоскостью  $Mx_1^0x_2^0$ . Крен  $\gamma$  – угол поворота плоскости симметрии летательного аппарата вокруг оси  $Mr_1$ .

Связь системы координат  $Mr$  и сопровождающего географического трехгранника  $Mx^0$  задается последовательностью поворотов (ниже при-



### 3.4.1 Компенсация скоростных поправок

Введем следующие обозначения:

- $V'_{x^0} = (V'_E, V'_N, V'_3)^T$  – восточная, северная и вертикальная составляющие скорости движения точки  $M$ , определяемые инерциальной системой;
- $V^c_{x^0} = (V^c_E, V^c_N, V^c_{UP})^T$  – восточная, северная и вертикальная составляющие скорости движения антенны, определяемые СНС;
- $V^M_{x^0} = (V^M_E, V^M_N, V^M_{UP})^T$  – компоненты скорости точки  $M$ , определяемые с помощью данных СНС;
- $V^{A'}_{x^0} = (V^{A'}_E, V^{A'}_N, V^{A'}_{UP})^T$  – компоненты скорости антенны, определяемые с помощью данных инерциальной системы.
- $\Delta\dot{R}_{x^0} = \frac{d(\Delta R_{x^0})}{dt} = (\Delta\dot{R}_E, \Delta\dot{R}_N, \Delta\dot{R}_{UP})^T$  – компоненты скорости относительного движения антенны и центра инерциальной системы.

Имеем

$$V^M_{x^g} = V^c_{x^g} - \Delta\dot{R}_{x^0}. \quad (3.16)$$

$$V^{A'}_{x^g} = V'_{x^g} + \Delta\dot{R}_{x^0}. \quad (3.17)$$

Для вычисления величин  $\Delta\dot{R}_E, \Delta\dot{R}_N, \Delta\dot{R}_{UP}$  можно использовать прямое численное дифференцирование позиционных поправок  $\Delta R_E, \Delta R_N, \Delta R_{UP}$ , применяя, например, центральные (для избежания фазовых сдвигов информации) первые разности.

Скоростные поправки  $(\Delta\dot{R}_E, \Delta\dot{R}_N, \Delta\dot{R}_{UP})^T$  также можно определить используя свойства относительного углового движения трехгранников  $Mx^g$  и  $Mr$ . Имеем

$$\Delta\dot{R}_{x^0} = \hat{\Omega}\Delta R_{x^g}, \quad \Omega = \begin{pmatrix} -\dot{\vartheta} \cos \psi - \dot{\gamma} \sin \psi \cos \vartheta \\ \dot{\vartheta} \sin \psi - \dot{\gamma} \cos \psi \cos \vartheta \\ \dot{\psi} - \dot{\gamma} \sin \vartheta \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

где  $\hat{\Omega}$  – кососимметрическая матрица, соответствующая вектору  $\Omega$  угловой скорости вращения трехгранника  $Mx^0$  относительно связанной системы координат  $Mr$ .

Величины  $\dot{\psi}$ ,  $\dot{\vartheta}$ ,  $\dot{\gamma}$  определяются, например, прямым численным дифференцированием углов ориентации  $\psi(t)$ ,  $\vartheta(t)$ ,  $\gamma(t)$ .

При этом вектор  $\Omega$  определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}\Omega_I &= \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\psi} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\vartheta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta & 0 \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\dot{\gamma} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right], \\ \Omega &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Omega_I.\end{aligned}\quad (3.19)$$

### 3.4.2 Оценивание смещений антенны

Пусть, как и ранее,  $\lambda'$ ,  $\varphi'$ ,  $h'$  – данные инерциальной системы, относящиеся к точке  $M$  – приведенному центру ИНС;  $\lambda^c$ ,  $\varphi^c$  – позиционные спутниковые данные – координаты спутниковой антенны  $A$  (или данные базовой ИНС).

Координаты  $\lambda^M$ ,  $\varphi^M$  точки  $M$ , вычисленные при помощи данных СНС, углов истинного курса  $\psi_s$ , крена  $\gamma$ , тангажа  $\vartheta$  и смещений антенны  $\Delta R_r = (X, Y, Z)^T$  таковы:

$$\begin{aligned}\lambda^M &= \lambda^c - \frac{\Delta R_E}{R_E \cos \varphi} = \lambda^c - \frac{Xb_{11} + Yb_{12} + Zb_{13}}{R_E \cos \varphi}, \\ \varphi^M &= \varphi^c - \frac{\Delta R_N}{R_N} = \varphi^c - \frac{Xd_{21} + Yd_{22} + Zd_{23}}{R_N},\end{aligned}$$

где  $d_{ij}$  – элементы матрицы  $D_{x^0r}$  (3.12) взаимной ориентации географического трехгранника  $Mx^0$  и связанной системы координат  $Mr$ .

Тогда получим

$$\begin{aligned}\lambda' - \lambda^c &= \Delta\lambda^M - \frac{Xd_{11} + Yd_{12} + Zd_{13}}{R_E \cos \varphi}, \\ \varphi' - \varphi^c &= \Delta\varphi^M - \frac{Xd_{21} + Yd_{22} + Zd_{23}}{R_N},\end{aligned}$$

где  $\Delta\lambda^M = \lambda' - \lambda^M$ ,  $\Delta\varphi^M = \varphi' - \varphi^M$  — ошибки определения долготы и широты.

Получим теперь модель позиционных измерений (3.20) с учетом смещения антенны. В результате позиционные измерения принимают вид:

$$\begin{aligned}z_1^{pos} &= ((\lambda' - \lambda^c)R_E \cos \varphi) \cos \chi' - ((\phi' - \phi^c)R_N) \sin \chi', \\ z_2^{pos} &= ((\lambda' - \lambda^c)R_E \cos \varphi) \sin \chi' + ((\phi' - \phi^c)R_N) \cos \chi'.\end{aligned}\quad (3.20)$$

Тогда

$$\begin{aligned}z_1^{pos} &= \Delta y_1 - Xc_{11} - Yc_{12} - Zc_{13} + r_1^p os, \\ z_2^{pos} &= \Delta y_2 - Xc_{21} - Yc_{22} - Zc_{23} + r_2^p os.\end{aligned}\quad (3.21)$$

где  $\Delta y_1, \Delta y_2$  — полные ошибки местоположения в осях модельного трехгранника  $My$ ;  $c_{ij}$  — элементы матрицы  $C_{yr}$  взаимной ориентации модельного трехгранника  $My$  и связанной системы координат  $Mr$ , имеющая вид:

$$C_{yr} = \begin{pmatrix} \cos \psi_g \cos \vartheta & \cos \psi_g \sin \gamma - \sin \psi_g \sin \vartheta \cos \gamma & \cos \psi_g \cos \gamma + \sin \psi_g \sin \vartheta \sin \gamma \\ \sin \psi_g \cos \vartheta & -\sin \psi_g \sin \gamma - \cos \psi_g \sin \vartheta \cos \gamma & -\sin \psi_g \cos \gamma + \cos \psi_g \sin \vartheta \sin \gamma \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \cos \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma \end{pmatrix}.\quad (3.22)$$

Здесь  $\psi_g$  — угол гироскопического курса — угол между осью  $My_2$  и проекцией продольной оси летательного аппарата на горизонтальную плоскость  $My_1y_2$ , отсчитываемый по часовой стрелке.

Далее неизвестные смещения антенны — постоянные величины  $X, Y, Z$  — включаются в вектор состояния задачи коррекции с целью оценивания при помощи позиционных измерений (3.20) или (3.21).

Соответственно введем подвектор  $x_{ant}$  вектора состояния:

$$x_{ant} = (X, Y, Z)^T. \quad (3.23)$$

Пусть  $V'_E, V'_N$  – восточная и северная составляющие скорости движения носителя, доставляемые инерциальной системой;  $V^c_E, V^c_N$  – аналогичные спутниковые данные, относящиеся к точке крепления спутниковой антенны (или к точке расположения базовой ИНС).

В соответствии с (3.16) для вектора скорости  $V_{x^g}^M$  точки  $M$ , вычисленных при помощи данных СНС  $V_{x^g}^c$  и поправки  $\Delta\dot{R}_{x^g}$  из-за относительного движения антенны и точки  $M$ , будет справедливо следующее представление:

$$V_E^M = V_E^c - \Delta\dot{R}_E, \quad V_N^M = V_N^c - \Delta\dot{R}_N, \quad (3.24)$$

или

$$V_E^c = V_E^M + \Delta\dot{R}_E, \quad V_N^c = V_N^M + \Delta\dot{R}_N. \quad (3.25)$$

Выражение для скоростной поправки  $\Delta\dot{R}_{x^0}$  таково (см. (3.18), (3.13)):

$$\Delta\dot{R}_{x^0} = \hat{\Omega}\Delta R_{x^0} = \hat{\Omega}D_{x^0r}\Delta R_r = G\Delta R_r, \quad (3.26)$$

где матрица  $G = \{g_{ij}\}$  определяется выражением

$$G = \hat{\Omega}D_{x^0r}.$$

Тогда получим

$$\begin{aligned} V'_E - V^c_E &= \delta V_E + (\Delta\lambda \sin \varphi^c + \beta_3)V^c_N - Xg_{11} - Yg_{12} - Zg_{13}, \\ V'_N - V^c_N &= \delta V_N - (\Delta\lambda \sin \varphi^c + \beta_3)V^c_E - Xg_{21} - Yg_{22} - Zg_{23}, \\ \delta V_E &= \delta V_1 \cos \chi' + \delta V_2 \sin \chi', \\ \delta V_N &= -\delta V_1 \sin \chi' + \delta V_2 \cos \chi'. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Здесь  $\delta V_1, \delta V_2$  – динамические ошибки определения скорости;  $\Delta\lambda$  – ошибка определения долготы;  $\beta_3$  – азимутальная кинематическая ошибка;  $g_{ij}$

– соответствующие элементы матрицы  $G$ ;  $X, Y, Z$  – неизвестные смещения антенны.

Получим модель скоростных измерений с учетом смещения антенны:

$$\begin{aligned} z_{V_1} &= V_1' - V_1^c, & z_{V_2} &= V_2' - V_2^c, \\ V_1^c &= V_E^c \cos \chi' - V_N^c \sin \chi', & V_2^c &= V_E^c \sin \chi' + V_N^c \cos \chi', \end{aligned} \quad (3.28)$$

где  $V_1, V_2'$  – восточная, северная составляющие скорости движения носителя, доставляемые инерциальной системой;  $V_1^c, V_2^c$  – аналогичные спутниковые данные, относящиеся к точке крепления спутниковой антенны (или к точке расположения базовой ИНС).

Отличие рассматриваемого случая  $V_1, V_2$  измерений от случая  $V_E, V_N$  измерений состоит в перепроектировании скоростных (антенных) поправок на оси модельного трехгранника  $My$  вместо географического трехгранника  $Mx^0$ :

$$\begin{aligned} z_{V_1} &= V_1' - V_1^c = \delta V_1 + (\Delta\lambda \sin \varphi^c + \beta_3)V_2^c - Xg_{11} - Yg_{12} - Zg_{13}, \\ z_{V_2} &= V_2' - V_2^c = \delta V_2 - (\Delta\lambda \sin \varphi^c + \beta_3)V_1^c - Xg_{21} - Yg_{22} - Zg_{23}, \\ G &= \hat{\Omega}^* C_{yr}, & \Omega^* &= \begin{pmatrix} -\dot{\vartheta} \cos \psi_g - \dot{\gamma} \sin \psi_g \cos \vartheta \\ \dot{\vartheta} \sin \psi_g - \dot{\gamma} \cos \psi_g \cos \vartheta \\ \dot{\psi}_g - \dot{\gamma} \sin \vartheta \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Здесь  $\delta V_1, \delta V_2$  – динамические ошибки определения скорости;  $\Delta\lambda$  – ошибка определения долготы;  $\beta_3$  – азимутальная кинематическая ошибка;  $d_{ij}$  – соответствующие элементы матрицы  $D$ ;  $\psi_g$  – угол гироскопического курса;  $X, Y, Z$  – неизвестные смещения антенны.

Далее неизвестные смещения антенны – постоянные величины  $X, Y, Z$  – включаются в вектор состояния задачи коррекции с целью оценивания при помощи скоростных измерений (3.27).

Позиционную ошибку  $\Delta\lambda$ , присутствующую в уравнения измерений (3.27), (3.29), можно скомпенсировать вычисляя величину  $\Delta\lambda$  как прямую разность:  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda^c$ .

### 3.5 Анализ точности алгоритма калибровки с учетом смещения антенны

Численное моделирование алгоритма калибровки БИНС при наличии запаздывания спутниковой информации и смещения антенны показывает, что включение запаздывания и смещения в число оцениваемых параметров оказывается эффективным. В результате ковариационного анализа получено, что при использовании траектории, описанной в главе 2, состоящей из 20 мин колебаний по крену и тангажу и 20 мин „змейки”, для калибровки, точность автономной навигации удастся сохранить на том же уровне, что и при отсутствии запаздывания и смещения (см. таблицу 3.2 в сравнении с таблицей 2.14).

Траектория	Крейсерский полет	Змейка	Заход на посадку
$\rho$ , км	1,1	1,3	1,7

Таблица 3.2: Ошибка автономной навигации при добавлении смещения антенны в число оцениваемых параметров

## Заключение

Разработаны дополнения к алгоритму калибровки, позволяющие учесть особенности спутниковой информации на борту ЛА — запаздывание относительно инерциальной информации и смещение антенны относительно приведенной чувствительной массы БИНС. Для учета влияния запаздывания и смещения данных СНС эти параметры включены в вектор состояния задачи оценивания как параметры инструментальных погрешностей корректирующих измерений. Ковариационный анализ показал, что при таком способе точность решения задачи калибровки БИНС в полете не ухудшается, при этом параметры запаздывания и смещения антенны оцениваются с хорошей точностью на выбранной траектории.

## Глава 4

# Определение погрешностей бескарданной инерциальной навигационной системы в режиме рулежки и разгона

Калибровка БИНС, как стендовая, так и в полете, основана на предположении, что параметры инструментальных погрешностей постоянны во времени. Их можно оценить в результате обработки специальных экспериментов с тем, чтобы компенсировать в следующих запусках системы. Однако, имеются параметры, которые меняются с каждым запуском системы, но постоянны внутри одного запуска. В данной главе исследуются возможности оценки на этапе рулежки и разгона самолета составляющих погрешностей бескарданной инерциальной навигационной системы, которые меняются от запуска системы к запуску. Далее полученные оценки используются для коррекции показаний инерциальных датчиков в полете. Для решения задачи привлекается внешняя позиционная и скоростная информация спутниковой навигационной системы. Проведен ковариационный анализ поставленной задачи оценивания, ко-

торый показал значимое повышение точности автономной навигации в дальнейшем полете.

## 4.1 Постановка задачи

Как уже было сказано, среди инструментальных погрешностей БИНС есть такие, которые меняются от запуска к запуску. К ним относятся ошибки начальной выставки БИНС, а также, в некоторых случаях, смещения нулей ньютометров и систематические дрейфы ДУС. В данной главе исследуются возможности использования начального участка движения летательного аппарата (ЛА) по аэродрому — режим рулежки и разгона по взлетной полосе — для оценки указанных погрешностей с целью компенсации этих оценок в текущем полете для повышения точности автономного режима навигации. Так же как и задача калибровки в полете, описанная в главах 1 и 2, задача определения погрешностей БИНС в режимах рулежки и разгона ставится как задача оценки вектора состояния ошибок БИНС, включающего в себя параметры инструментальных погрешностей, при помощи внешней информации. В качестве такой информации привлекаются позиционная и скоростная информация, предоставляемая приемником сигналов СНС, а также нулевое значение составляющих относительной скорости на возможных остановках ЛА.

Вектор состояния динамической системы аналогичен используемому в предыдущих главах:

$$\xi = (\Delta y_1, \Delta y_2, \delta V_1, \delta V_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \nu_{z_1}^0, \nu_{z_2}^0, \nu_{z_3}^0, \theta_{ij}, \Delta f_{z_1}^0, \Delta f_{z_2}^0, \Delta f_{z_3}^0, \Gamma_{ij})^T.$$

Вектор измерений:

$$z = (z_1^{pos}, z_2^{pos}, z_1^{vel}, z_2^{vel}, z_1^{vel_0}, z_2^{vel_0})^T.$$

Вектор состояния удовлетворяет следующим уравнениям ошибок:

$$\begin{aligned}
\Delta y_1 &= \delta V_1 + \beta_3 V_2, \\
\Delta y_2 &= \delta V_2 - \beta_3 V_1, \\
\delta \dot{V}_1 &= 2u_3 \delta V_2 - \omega_0^2 \Delta y_1 - \beta_2 g + \Delta f_1, \\
\delta \dot{V}_2 &= -2u_3 \delta V_1 - \omega_0^2 \Delta y_2 + \beta_1 g + \Delta f_2, \\
\dot{\beta}_1 &= \omega_3 \beta_2 - \omega_2 \beta_3 + \nu_1, \\
\dot{\beta}_2 &= -\omega_3 \beta_1 + \omega_1 \beta_3 + \nu_2, \\
\dot{\beta}_3 &= \omega_2 \beta_1 - \omega_1 \beta_2 + \nu_3,
\end{aligned} \tag{4.1}$$

а вектор измерений формируется при помощи позиционной и скоростной спутниковой информации:

$$\begin{aligned}
z_1^{pos} &= \Delta y_1 + r_1^{pos}, \\
z_2^{pos} &= \Delta y_2 + r_2^{pos}, \\
z_1^{vel} &= \delta V_1 + V_2 \beta_3 + r_1^{vel}, \\
z_2^{vel} &= \delta V_2 - V_1 \beta_3 + r_2^{vel},
\end{aligned} \tag{4.2}$$

и неявной информации о нулевой скорости на остановках:

$$\begin{aligned}
z_1^{vel_0} &= \delta V_1 + r_1^{vel_0}, \\
z_2^{vel_0} &= \delta V_2 + r_2^{vel_0},
\end{aligned} \tag{4.3}$$

В моменты остановки скоростные компоненты вектора коррекции, очевидно, равны нулю.

Как показано в разделе 2.1 система (4.1) с измерениями (4.2) ненаблюдаема в случае равномерного прямолинейного движения. Однако при движении по аэродрому ЛА, как правило, совершает развороты. Целью дальнейшего исследования является анализ возможностей, которые предоставляет для оцениваемости штатное движение ЛА при рулежке по аэродрому и разгоне.

## 4.2 Результаты ковариационного анализа

Обычно движение ЛА по аэродрому включает в себя движение от места стоянки к взлетной полосе по прямолинейным участкам с несколькими разворотами на малой скорости и разгон по взлетной полосе. Для ковариационного анализа была смоделирована следующая типовая траектория: три равномерных прямолинейных движения в течение 5 минут с последующим поворотом на угол  $90^\circ$ , затем разгон от 0 до 150 м/с по полосе длиной 1500 м:

- $t \in [0; 300]$  – прямолинейный участок с увеличением скорости от 0 до 5 м/с;
- $t \in [301; 350]$  – поворот на  $90^\circ$ ;
- $t \in [351; 650]$  – прямолинейный участок;
- $t \in [651; 700]$  – поворот на  $90^\circ$ ;
- $t \in [701; 1001]$  – прямолинейный участок;
- $t \in [1051; 1071]$  – разгон по взлетной полосе.

Для оцениваемых параметров приняты следующие априорные среднеквадратические погрешности:  $\sigma_{\beta_3} = 5'$ ,  $\sigma_{\nu^0} = 0.005^\circ/\text{час}$ ,  $\sigma_{\Delta f_z^0} = 0.002$  м/с<sup>2</sup>,  $\sigma_{\Gamma_{ii}} = 3 \cdot 10^{-5}$ ,  $\sigma_{\Gamma_{ij}} = 6''$ ,  $\sigma_{\Theta_{ii}} = 1 \cdot 10^{-5}$ ,  $\sigma_{\Theta_{ij}} = 6'' (i, j = 1, 2, 3, i \neq j)$ .

Среднеквадратические погрешности шумов ньютометров предполагаются равными  $\sigma_{\Delta f_z^s} = 10^{-3}$  м/с<sup>2</sup>, шумов ДУС –  $\sigma_{\nu_z^s} = 0,1^\circ/\text{час}$  на частоте 1 Гц, шумов спутниковых измерений  $\sigma_{r_i^{pos}} = 5$  м,  $\sigma_{r_i^{vel}} = 0,3$  м/с ( $i = 1, 2$ ).

Моделирование показывает, что подобная траектория позволяет оценить нули ньютометров с разумной точностью, а также оценить погрешности выставки системы в азимуте и по вертикали, но не позволяет

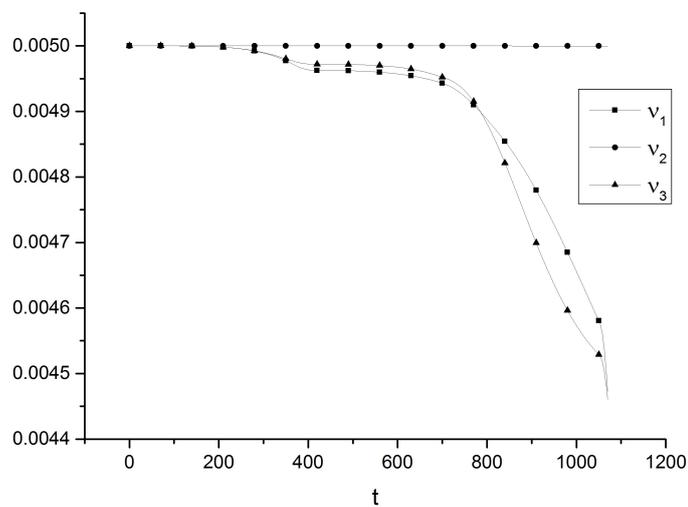


Рисунок 4.1: СКО ошибок оценок дрейфов ДУС ( $^{\circ}/\text{час}$ ) от времени (сек)

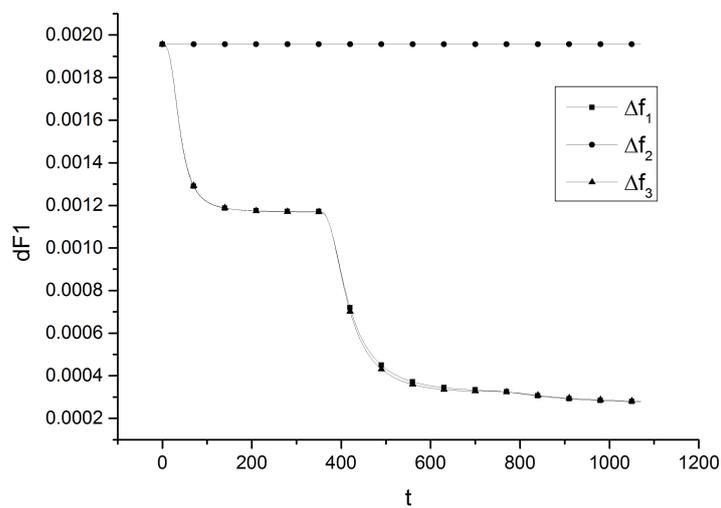


Рисунок 4.2: СКО ошибок оценок нулей ньютонометров ( $\text{м}/\text{с}^2$ ) от времени (сек)

оценить нули датчиков угловой скорости. На рисунках 4.1 и 4.2 показано поведение стандартных отклонений соответствующих ошибок оценок.

Как видно, нули ньютометров оцениваются при выполнении разворотов, в то время как азимутальная ошибка — на участке разгона.

Для оценивания эффективности использования оценок, полученных в процессе рулежки и разгона, производилось моделирование алгоритмов автономной навигации с учетом компенсации оцененных инструментальных, угловых погрешностей и без компенсации. Имитируемая траектория состояла из прямолинейных участков и поворотов. Моделировался полет самолета в течение одного часа. Так же, как и в главе 2, критерием качества осуществленной докалибровки БИНС была выбрана величина

$$\rho = a\sqrt{\sigma_{\Delta\lambda \cos\varphi}^2 + \sigma_{\Delta\varphi}^2},$$

где  $a$  — длина большой полуоси навигационного эллипсоида,  $\Delta\varphi$ ,  $\Delta\lambda$  — ошибки в определении широты и долготы.

Без проведенной компенсации ошибка автономной навигации составила порядка 4400 м. Использование описанных в работе оценок позволило повысить точность навигации до 1890 м.

### 4.3 Заключение

Исследованы возможности оценивания составляющих погрешностей БИНС, меняющихся с каждым запуском, на участках рулежки и разгона путем проведения ковариационного анализа точности оценивания. Моделирование показало, что подобная траектория позволяет оценить нули ньютометров с разумной точностью, а также оценить погрешности выставки системы в азимуте и по вертикали, но не позволяет оценить нули датчиков угловой скорости. Показано, что компенсация оценок, полученных на начальном участке, далее при автономной навигации позволяет значительно повысить ее точность (более, чем в два раза).

# Глава 5

## Использование разнесенных антенн спутниковой навигационной системы

В последнее время в силу снижения цены на оборудование СНС стало возможным установить на самолете несколько антенн СНС. Используя данные от разнесенных антенн возможно сформировать дополнительные измерения для решения задачи калибровки БИНС.

### 5.1 Математические модели

#### 5.1.1 Вторичная спутниковая информация

Пусть  $l$  – вектор, соединяющий центры двух спутниковых антенн, установленных на самолете (базовый вектор). Координаты этого вектора в осях  $Mz$  предполагаются известными и равными  $l_z$ .

Пусть после обработки спутниковых измерений (в первую очередь фазовых) получена оценка этого вектора в гринвичских осях  $O\eta$ . Имеется измерение

$$Z_\eta = l_\eta + \Delta l_\eta, \quad (5.1)$$

где  $l_\eta = A_{z\eta}l_z$  – истинное значение базового вектора в осях  $O\eta$ ,  $A_{z\eta}$  – матрица ориентации приборного и гринвичского трехгранников,  $\Delta l_\eta$  – погрешность определения вектора  $l_\eta$ .

После проектирования измерения  $Z_\eta$  на оси модельного трехгранника получается

$$Z_y = A' A_{\xi\eta} Z_\eta = l_y + \Delta l_y. \quad (5.2)$$

Векторы  $l_y, l_z$  удовлетворяют соотношению

$$l_y = (E - \hat{\beta}_z)l_z. \quad (5.3)$$

Получается измерение

$$z_y = Z_y - l_z = \hat{l}_z \beta_z + \Delta l_y = \hat{l}_z L_{zx} \beta_x + \Delta l_y. \quad (5.4)$$

Таким образом, к уравнения измерений (1.24) можно добавить еще три уравнения, которые доставляют корректирующие измерения для оценивания вектора  $\beta$ .

## 5.2 Анализ точности алгоритма калибровки при использовании вторичной информации от разнесенных антенн

### 5.2.1 Случай двух антенн

Как и ранее, предлагается использовать предложенные в Главе 2 специальные маневры, учитывая информацию от разнесенных антенн. Проведено численное моделирование задачи в рамках ковариационных соотношений.

Для оцениваемых параметров приняты следующие априорные среднеквадратические погрешности:  $\sigma_{\nu^0} = 0.05^\circ/\text{час}$ ,  $\sigma_{\Delta f_z^0} = 0.002 \text{ м/с}^2$ ,  $\sigma_{\Gamma_{ii}} = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\sigma_{\Gamma_{ij}} = 40''$ ,  $\sigma_{\Theta_{ii}} = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\sigma_{\Theta_{ij}} = 40'' (i, j = 1, 2, 3, i \neq j)$ .

Эти значения соответствуют среднеквадратическим погрешностям параметров БИНС в процессе эксплуатации. Среднеквадратические погрешности шумов ньютометров предполагаются равными  $\sigma_{\Delta f_z^s} = 3 \cdot 10^{-3}$  м/с<sup>2</sup>, шумов ДУС –  $\sigma_{\nu_z^s} = 0,3^\circ/\text{час}$  на частоте 1 Гц, шумов спутниковых измерений  $\sigma_{r_i^{pos}} = 5$  м,  $\sigma_{r_i^{vel}} = 0,3$  м/с ( $i = 1, 2$ ).

### Случай двух антенн с разнесением вдоль крыла

В случае, если одна антенна СНС находится над центром БИНС, а вторая расположена на расстоянии двух метров вдоль крыла (см. рисунок 5.1), вектор  $l = (0, 0, 2)$ .

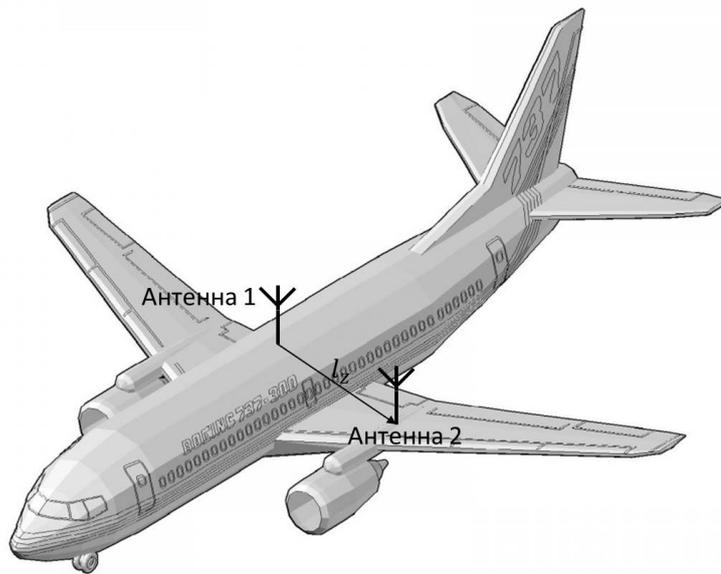
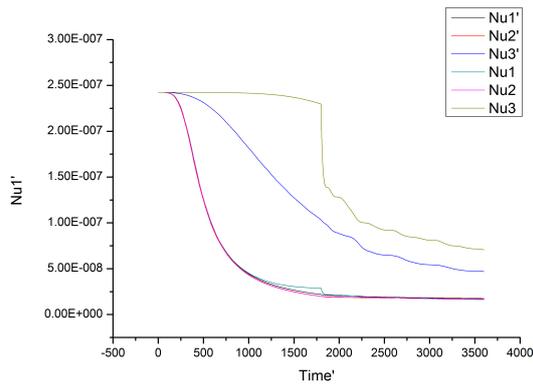


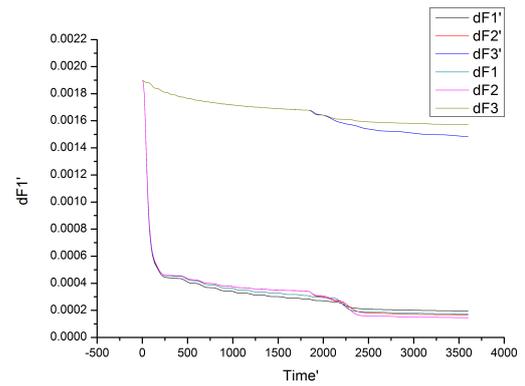
Рисунок 5.1: Схема размещения антенн СНС

Моделирование показало, что параметры инструментальных погрешностей БИНС оцениваются с той же точностью, что и в случае единственной антенны (см. рисунки 5.2, 5.3, 5.4).

Результаты моделирования ошибки автономной навигации, представленные в таблице 5.1, показывают, что подобное расположение антенн СНС не дает существенного улучшения качества калибровки.

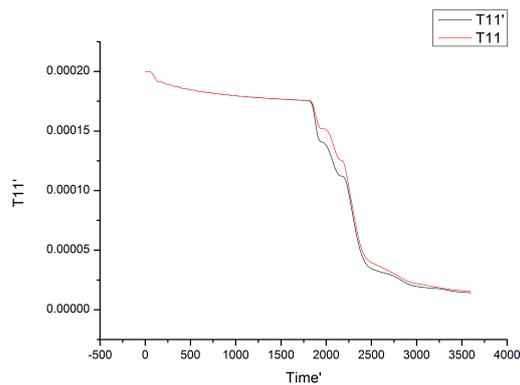


а)

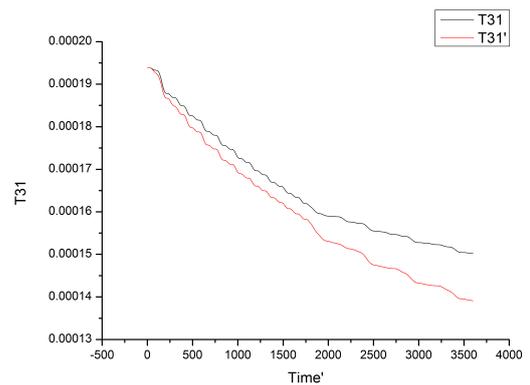


б)

Рисунок 5.2: СКО ошибок оценок дрейфов ДУС (рад/с) (а) и нулей ньютонометров ( $\text{м/с}^2$ ) (б) во времени (сек) ( $X'$  - две антенны,  $X$  - одна антенна)



а)

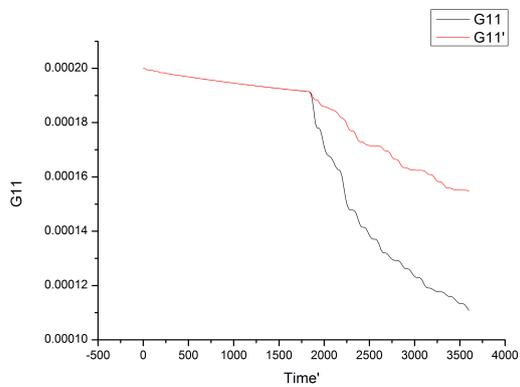


б)

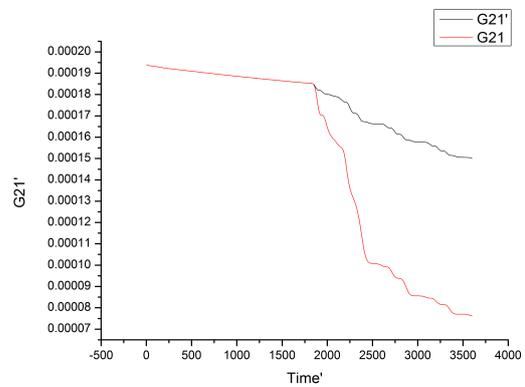
Рисунок 5.3: СКО ошибок оценок масштабных коэффициентов (а) и перекосов (б) ДУС во времени (сек) ( $X'$  - две антенны,  $X$  - одна антенна)

	Время калибровки, с	600	1200	2400	3600
одна антенна	$\rho$ , м	9782	4495	1488	1069
две антенны	$\rho$ , м	9721	4428	1471	1050

Таблица 5.1: Ошибки автономной навигации после калибровки с использованием двух антенн СНС, разнесенных вдоль крыла



а)



б)

Рисунок 5.4: СКО ошибок оценок масштабных коэффициентов (а) и перекосов (б) ньютонометров во времени (сек) ( $X'$  - две антенны,  $X$  - одна антенна)

### Случай двух антенн с разнесением вдоль продольной оси

В случае, если одна антенна СНС находится над центром БИНС, а вторая расположена на расстоянии двух метров на крыле (см. рисунок 5.5), вектор  $l = (0, 0, 2)$ .

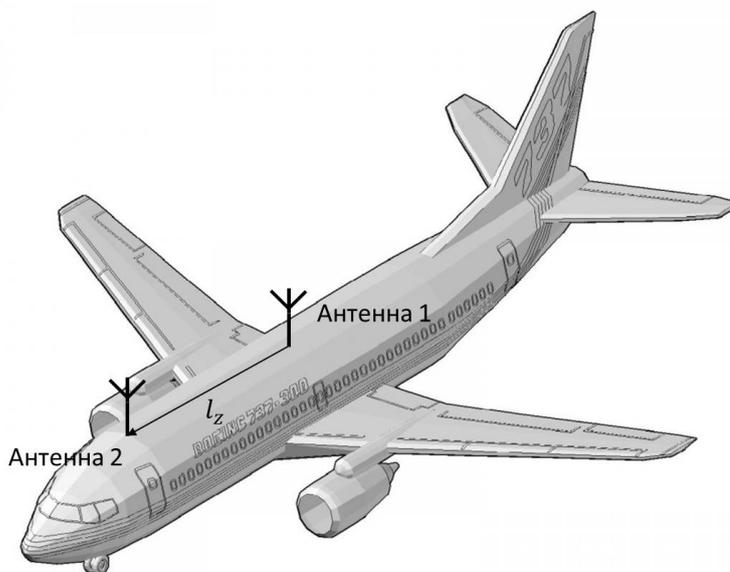


Рисунок 5.5: Схема размещения антенн СНС

Ошибка автономной навигации, вычисленная с использованием подобной калибровки, представлена в таблице 5.2.

	Время калибровки, с	600	1200	2400	3600
одна антенна	$\rho$ , м	9782	4495	1488	1069
две антенны	$\rho$ , м	8825	3823	1204	808

Таблица 5.2: Ошибки автономной навигации после калибровки с использованием двух антенн СНС, разнесенных вдоль корпуса

Численное моделирование показывает, что подобное расположение антенн СНС дает незначительное улучшение качества калибровки.

## 5.3 Заключение

В данной главе проведен анализ целесообразности использования нескольких разнесенных антенн СНС. Показано, что привлечение информации от второй антенны СНС не дает значительного улучшения точности автономной навигации для БИНС высокого класса точности.

# Глава 6

## Результаты обработки реальных данных

Предыдущее исследование показало, что основную роль для повышения точности оценивания параметров инструментальных погрешностей играют изменения углов ориентации во время полета, а не движение центра масс. Поэтому имеет смысл постановка эксперимента на стенде с имитацией углового положения ЛА во время полета. Ниже приводятся результаты обработки такого эксперимента.

### 6.1 План эксперимента

Для того, чтобы проверить работу алгоритма калибровки с использованием реальных данных, был поставлен эксперимент на трехосном стенде с установленной на нем БИНС авиационного применения. При помощи программного управления стендом имитировались параметры ориентации, возникающие в полете, состоящем из двух частей — колебаний по крену и тангажу и „змейке”. Во время эксперимента регистрировались выходные параметры БИНС с частотой 1 Гц:

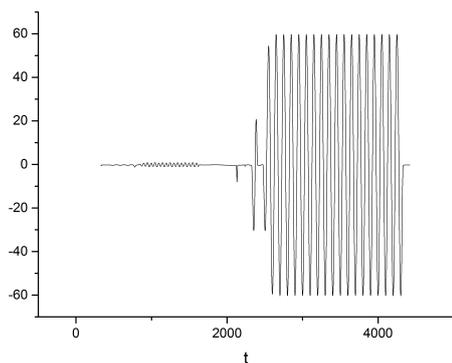
- координаты;

- восточная и северная составляющие скорости;
- углы ориентации: тангаж, крен, курс;
- угловые скорости приборного трехгранника на его оси.

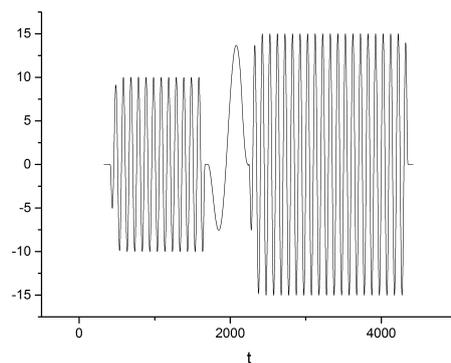
Удельные силы на оси приборного трехгранника вычислялись как проекции вектора удельной силы тяжести на оси приборного трехгранника.

В качестве позиционной информации от СНС использовались координаты стенда, а в качестве скоростной — нулевая скорость. Поскольку приведенная чувствительная масса БИНС не совпадает в точности с неподвижной точкой стенда (разница до 10 сантиметров), для обработки данных был применен алгоритм калибровки в варианте с включением смещения "антенны" в вектор оцениваемых параметров (см. главу 3).

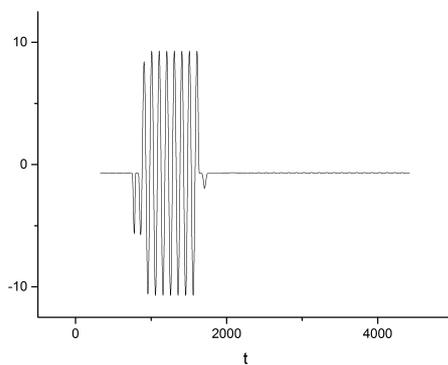
Поведение углов крена, тангажа, курса во время эксперимента показано графиками на рисунке 6.1, поведение составляющих угловой скорости — на рисунке 6.2.



(а) курс

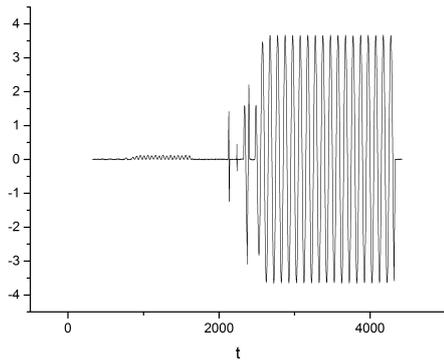


(б) крен

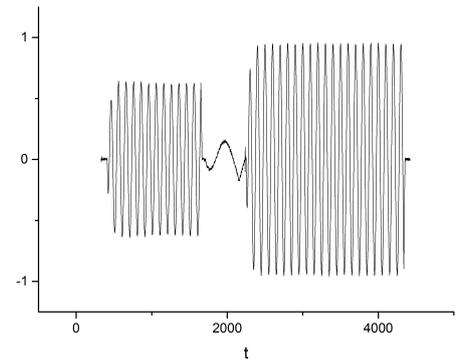


(в) тангаж

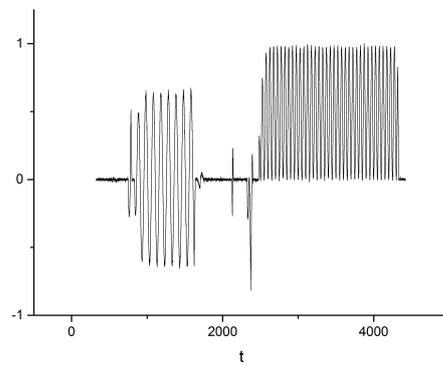
Рисунок 6.1: Изменение углов курса, крена и тангажа ( $^{\circ}$ ) во времени (сек) в процессе эксперимента



(а)  $\omega_{z2}$



(б)  $\omega_{z1}$



(в)  $\omega_{z3}$

Рисунок 6.2: Изменение составляющих угловой скорости ( $^{\circ}$ /сек) в процессе эксперимента во времени (сек)

## 6.2 Результаты обработки

В результате работы алгоритма оценивания (с теми же параметрами настройки, что и при ковариационном анализе) были получены оценки инструментальных погрешностей, приведенные в таблицах 6.1 и 6.2.

$\tilde{\nu}_1$ (°/час)	$\tilde{\nu}_2$ (°/час)	$\tilde{\nu}_3$ (°/час)	$\tilde{\theta}_{11}$	$\tilde{\theta}_{12}$	$\tilde{\theta}_{13}$
-0.015	-0.0075	0.0283	0.00017	0.00005	0.00002
$\tilde{\theta}_{21}$	$\tilde{\theta}_{22}$	$\tilde{\theta}_{23}$	$\tilde{\theta}_{31}$	$\tilde{\theta}_{32}$	$\tilde{\theta}_{33}$
-0.00002	-0.00006	-0.00008	-0.00004	0.0001	0.00012

Таблица 6.1: Оценки инструментальных погрешностей ДУС в результате эксперимента

$\Delta \tilde{f}_1$ (м/с <sup>2</sup> )	$\Delta \tilde{f}_2$ (м/с <sup>2</sup> )	$\Delta \tilde{f}_3$ (м/с <sup>2</sup> )			
-0.001	0.0014	-0.001			
$\tilde{\Gamma}_{11}$	$\tilde{\Gamma}_{21}$	$\tilde{\Gamma}_{22}$	$\tilde{\Gamma}_{31}$	$\tilde{\Gamma}_{32}$	$\tilde{\Gamma}_{33}$
-0.0001	-0.0000016	0.0001	-0.00001	-0.00007	-0.00003

Таблица 6.2: Оценки инструментальных погрешностей ньютометров в результате эксперимента

Далее в аналогичном эксперименте была проведена компенсация полученных погрешностей. Компенсация проводилась следующим образом:

- Численно решались уравнения ошибок БИНС. В качестве значений инструментальных погрешностей принимались оценки, полученные в предыдущем эксперименте, остальные начальные значения задавались нулевыми.
- Из значений координат по данным БИНС вычитались погрешности координат, полученные в результате решения уравнений ошибок БИНС, в соответствующих размерностях.

- Исходные координаты БИНС и поправленные сравнивались с эталонными параметрами – координатами стенда.

На рисунке 6.3 представлены ошибки БИНС в определении широты и долготы (в метрах) исходные и после компенсации. Графики показывают, что исходные погрешности достигают нескольких километров, в то время как ошибки после компенсации не превышают одного километра.

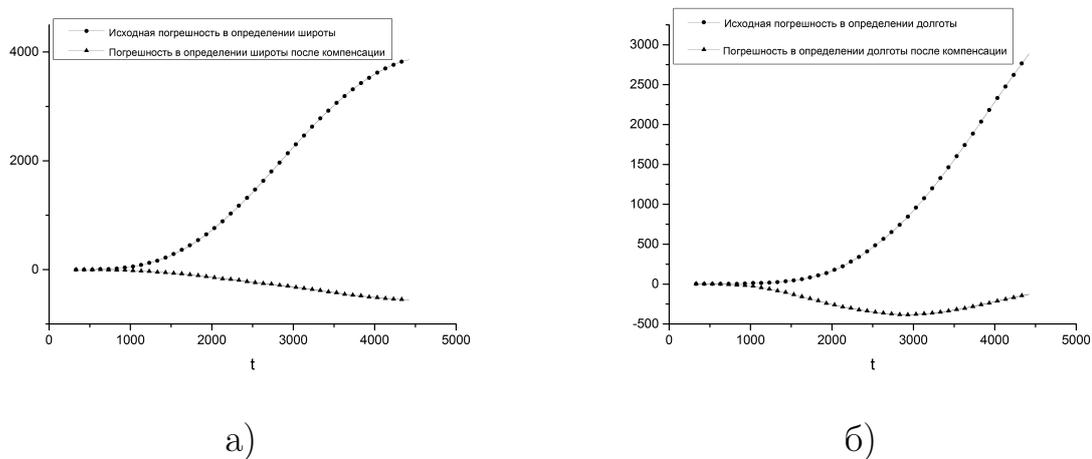


Рисунок 6.3: Погрешность БИНС в определении широты (а) и долготы (б) исходная и после компенсации (м) во времени (сек)

## 6.3 Заключение

Результаты обработки реальных данных стендовых экспериментов показали работоспособность разработанного алгоритма калибровки БИНС в полете.

Кроме того, обработка экспериментальных данных подтвердила результаты ковариационного анализа о том, что выбранная траектория обеспечивает хорошую меру оцениваемости инструментальных погрешностей, а алгоритм калибровки способствует повышению точности автономной навигации БИНС.

# Заключение

Была поставлена и решена задача калибровки БИНС при следующих условиях:

- на борту, помимо инерциальной системы, располагается спутниковая навигационная система;
- допускаются различные маневры самолета, совместимые с его возможностями;
- обработка выходной информации ИНС и СНС может производиться как в реальном времени, так и непосредственно после полета, то есть в режиме постобработки.

В работе получены следующие результаты:

1. Проведенные исследования позволили свести задачу калибровки к форме, позволяющей использовать алгоритмы калмановской фильтрации в двух вариантах: в режиме чистого оценивания и введения обратных связей. Сформулирован критерий точности решения задачи в виде среднеквадратичной ошибки определения навигационных координат в проекции на горизонтальную плоскость в конце движения объекта в течение часа автономного полета после калибровки.
2. Путем анализа наблюдаемости, подтвержденного числовым моделированием, показано, что задача определения параметров инстру-

ментальных погрешностей ИНС не может быть удовлетворительно решена при отсутствии маневров. Показано также, что степень обусловленности решения задачи в режиме „змейки” выше, чем при движении в крейсерском режиме, но недостаточна для достижения приемлемой точности автономной навигации.

3. Путем анализа различных вариантов предложен нестандартный режим полета, который обеспечивает высокую точность определения инструментальных погрешностей ИНС. Ошибка определения навигационных координат после компенсации в результате калибровки снижается на порядок.
4. Предложен редуцированный алгоритм оценивания для данной задачи.
5. Предложен алгоритм, компенсирующий несинхронность спутниковой и инерциальной информации и погрешности, порождаемые смещением антенны спутниковой навигационной системы.
6. Исследованы возможности оценивания составляющих погрешностей БИНС, меняющихся с каждым запуском, на участках рулежки и разгона путем проведения ковариационного анализа точности оценивания. Показано, что компенсация оценок, полученных на начальном участке, далее при автономной навигации позволяет значительно повысить ее точность.
7. Показано, что возлагавшиеся надежды на повышение точности калибровки при информации, доставляемой двумя или тремя разнесенными антеннами спутниковой навигационной системы, оказались не вполне оправданными.
8. Результаты обработки реальных данных стендовых экспериментов показали работоспособность разработанного алгоритма калибров-

ки БИНС в полете, а также подтвердили, что выбранная траектория обеспечивает хорошую меру оцениваемости инструментальных погрешностей, а алгоритм калибровки способствует повышению точности автономной навигации БИНС.

# Литература

1. Александров В. В., Парусников Н. А. Развитие теории навигации и А. Ю. Ишлинский // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. М., 2013. № 5. С. 51–53.
2. Девянин Е. А. Об общих уравнениях систем инерциальной навигации // Изв. АН СССР. МТТ. 1973. № 4. С. 80–86.
3. Парусников Н. А., Морозов В. М. Развитие представлений теории инерциальной навигации (корректируемые системы) // Избранные труды. Т. 2 из *Механика*. Издательство Московского университета г. Москва, 2010. С. 218–237.
4. Парусников Н. А., Морозов В. М., Борзов В. И. Задача коррекции в инерциальной навигации. изд-во Моск. ун-та Москва, 1982. с. 176.
5. Голован А. А., Парусников Н. А. Математические основы навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации. 3-е издание, испр. и. доп. МАКС Пресс Москва, 2011. с. 136.
6. Голован А. А., Парусников Н. А. Математические основы навигационных систем. Часть II. Приложения методов оптимального оценивания к задачам навигации. 2-е издание, испр. и доп. МАКС Пресс Москва, 2012. с. 172.

7. Голован А. А., Парусников Н. А. О связи стохастической меры оцениваемости с сингулярными разложениями матриц N2 // Автоматика и телемеханика. 1998. № 2.
8. Голован А. А., Парусников Н. А. Стохастический анализ точности редуцированных моделей задач калмановской фильтрации // Научные труды МЭИ N655. Математическое моделирование динамики управляемых систем машин и механизмов. N655. Издательство МЭИ Москва, 1991.
9. Варавва В. Г., Голован А. А., Парусников Н. А. О стохастической мере оцениваемости // Коррекция в навигационных системах и системах ориентации искусственных спутников Земли. Издательство МГУ Москва, 1986. С. 4–9.
10. Голован А. А., Мироновский Л. А., Парусников Н. А. Алгоритмический контроль навигационной информации с использованием аналитической избыточности // Оборонная техника. 1998. № 6/7.
11. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации (автономные системы). М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1966.
12. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации (корректируемые системы). М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1967.
13. Обзор развития теории гироскопических и инерциальных навигационных систем / В.Д. Андреев, И.Д. Блюмин, Е.А. Девянин [и др.] // Развитие механики гироскопических и инерциальных систем. М., 1973. с. 33.
14. Бромберг П.В. Теория инерциальных систем навигации. М.: Наука, 1979.

15. Ориентация и навигация подвижных объектов. Современные информационные технологии / Николай Животов, Борис Алёшин, Александр Афонин [и др.]. Litres, 2016.
16. Пешехонов В.Г. Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации: сб. статей и докладов. 2001.
17. Степанов О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. СПб, 1998.
18. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч.1. Введение в теорию оценивания. // СПб: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор СПб, 2009г, 496стр. 2009.
19. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч.2. Введение в теорию фильтрации. // СПб: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор СПб, 2012г, 417стр. 2012.
20. Челпанов И. Б. Оптимальная обработка сигналов в навигационных системах. Наука; Глав. ред. физико-математической лит-ры, 1967.
21. Мак-Клур К. Л., Челпанов И. Б., Лурье А. И. Теория инерциальной навигации: Пер. с англ. Наука, 1964.
22. Savage Paul G. Introduction to strapdown inertial navigation systems. Strapdown Associates, 2010.
23. Grewal Mohinder S, Weill Lawrence R, Andrews Angus P. Global positioning systems, inertial navigation, and integration. John Wiley & Sons, 2007.
24. Grewal Mohinder S., Andrews Angus P. Kalman filtering : theory and practice using MATLAB. New York, Chicester, Weinheim: Wiley, 2001.

25. Панов А.П. Математические основы теории инерциальной ориентации. Киев: Наукова думка, 1995.
26. Парусников Н.А. Задача калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы на стенде // Известия РАН. Механика твердого тела. 2009. № 4.
27. Вавилова Н. Б., Парусников Н. А., Сазонов И. Ю. Калибровка бескарданных инерциальных навигационных систем при помощи грубых одностепенных стендов // Современные проблемы математики и механики. 2009. Т. 1. С. 212–223.
28. Вавилова Н. Б., Сазонов И. В. Калибровка бескарданной инерциальной навигационной системы в сборе на грубых стендах с одной степенью свободы // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. М., 2012. Т. 1, № 4. С. 64–66.
29. Сазонов И.Ю., Шаймарданов И.Х. Калибровка бесплатформенной инерциальной навигационной системы на микромеханических датчиках акселерометров и гироскопов // Вопросы оборонной техники: научно-технический сборник. Серия 9. 2010. Т. 9, № 3. С. 73–82.
30. Калибровка инерциальных навигационных систем на грубых стендах с учетом разнесения чувствительных масс ньютонометров / А. В. Козлов, И. Ю. Сазонов, Н. Б. Вавилова [и др.] // XX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор г. Санкт-Петербург, 2013. С. 104–107.
31. Козлов А. В., Сазонов И. Ю. Калибровка инерциальных навигационных систем на грубых стендах с учетом разнесения чувствительных масс ньютонометров // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2013. № 3 (189).

32. Вавилова Н. Б., Васинёва И. А., Парусников Н. А. О стендовой калибровке авиационных бескарданных инерциальных навигационных систем // Электронный журнал "Труды МАИ". 2015. № 84.
33. Вавилова Н. Б., Голован А. А., Парусников Н. А. К вопросу об информационно эквивалентных схемах в корректируемых инерциальных навигационных системах. Механика твердого тела // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2008. № 3. С. 90–101.
34. Оптимальное управление движением / В. В. Александров, В. Г. Болтянский, С. С. Лемак [и др.]. ФИЗМАТЛИТ Москва, 2005. с. 374.
35. Kalman R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems // Journal of basic Engineering. 1960. Т. 82, № 1. С. 35–45.
36. Александров В. В., Лемак С. С., Парусников Н. А. Лекции по механике управляемых систем. МАКС Пресс Москва, 2012. с. 240.
37. Leick A., Rapoport L., Tatarnikov D. GPS satellite surveying. John Wiley & Sons, 2015.