

**Отзыв официального оппонента о диссертации С. С. Минкова
“Толстые аттракторы и косые произведения”,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности
01.01.02 — дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление**

1. Актуальность диссертационной темы

Аттракторы – несомненно, один из основных классов инвариантных множеств, изучение которых относится к центральным задачам современной глобальной качественной теории динамических систем.

Отметим две основные причины интереса исследователей в области динамических систем к изучению аттракторов и их свойств:

– теория аттракторов является непосредственным продолжением классической теории устойчивости по Ляпунову, наследующим многие важнейшие аспекты этой теории и в то же время обнаруживающим нетривиальные эффекты, которые выходят далеко за рамки классических представлений об устойчивости движения;

– именно аттракторы являются теми инвариантными множествами, которые можно реально “наблюдать”, например, при компьютерном моделировании сложных динамических систем, возникающих в приложениях.

Теория аттракторов бурно развивается в последние годы, привлекая современные методы исследования.

Все эти соображения показывают, что тема диссертации С. С. Минкова несомненно актуальна.

2. Оценка научной новизны

Основными объектами исследования в диссертации С. С. Минкова являются так называемые аттракторы Милнора, которые определяются для непрерывного отображения метрического пространства с мерой как минимальные по вложению замкнутые множества, содержащие ω -предельные точки для траекторий почти всех точек фазового пространства.

Термин “аттрактор Милнора” является сейчас стандартным для обозначения такого объекта, хотя стоит отметить, что в оригинальной статье Милнора 1985 г. такой объект был назван *likely limit set*.

Отметим следующие важнейшие, на наш взгляд, результаты диссертации.

Первый из них относится к частично-гиперболическим диффеоморфизмам. В то время как теория гиперболических диффеоморфизмов (к которым теперь принято относить и структурно устойчивые) к настоящему времени, видимо, близка к своему завершению, теория частично-гиперболических диффеоморфизмов интенсивно развивается.

В диссертации показано, что в случае частично-гиперболического диффеоморфизма класса C^2 , аттрактор Милнора состоит из целых неустойчивых слоев интегральных многообразий поля плоскостей.

Для получения этого содержательного и нетривиального результата автором развита теория так называемых триптихов.

Построен пример косоугольного произведения, для которого аттрактор Милнора не является устойчивым по Ляпунову (что еще раз показывает, насколько глубокими могут быть различия между классическими объектами теории устойчивости и их современными обобщениями).

Еще одним важным результатом автора в этом направлении является доказательство неустойчивости аттрактора Милнора для голоморфных отображений комплексной плоскости вида $\sin(az + b)$ с малыми a, b (отметим, что изучение множеств Жюлиа для таких отображений является классической задачей; эта связь, на наш взгляд, еще раз подчеркивает, как тесно связана тематика исследований автора диссертации с основными проблемами современной качественной теории динамических систем).

Отметим также доказательство автором возможной топологической инвариантности аттракторов Милнора.

И, наконец, следует выделить несомненно глубокий результат, показывающий, что существуют диффеоморфизмы Аносова, для которых аттрактор Милнора не совпадает с фазовым пространством. Этот результат является совершенно неожиданным, так как из теоремы Городецкого следует, что такое "патологическое" поведение невозможно для транзитивных диффеоморфизмов Аносова класса C^2 .

Этот результат основан на глубокой модификации одной из конструкций Бонатти, потребовавшей от автора диссертации развития очень тонких оценок возмущений диффеоморфизмов.

3. Обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций

Все результаты снабжены подробными доказательствами, достоверность которых не вызывает сомнений.

4. Рекомендации по дальнейшей разработке и внедрению

На наш взгляд, результаты и методы диссертации С. С. Минкова могут быть применены при решении широкого круга задач, связанных с

глобальной теорией динамических систем.

С ними следует ознакомить специалистов, работающих в МИАН, ПОМИ, Московском, Санкт-Петербургском, Нижегородском, Уральском университетах.

Основные результаты диссертации хорошо известны специалистам. Они своевременно опубликованы – 2 статьи напечатаны в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных журналов и изданий – и правильно отражены в автореферате.

Отметим некоторые замечания по диссертации.

1. Автор относит появление понятия аттрактора к работе Ауслендера и др., напечатанной в 1964 г. На самом деле, определение такого объекта (под названием притягивающего множества) было дано Барбашиным гораздо раньше, в 1951 г.

2. Автор не всегда следует общепринятым определениям математических объектов. Так, в определении гомоклинического класса седла (с. 38) следует говорить о замыкании множества трансверсальных (а не произвольных) гомоклинических точек.

3. Довольно странно читать слова “геодезические токи” на с. 26 (вместо “геодезических потоков”) в тексте представителя московской математической школы.

Однако все эти недостатки никак не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Из сказанного следует, что диссертация С. С. Минкова представляет собой научную квалификационную работу по теории аттракторов динамических систем, содержащую решение нескольких важных задач, имеющих существенное значение для глобальной теории динамических систем, и разработку оригинальных и перспективных методов исследования.

Тема диссертации соответствует специальности 01.01.02, по которой она представлена к защите.

Считаю, что диссертация С. С. Минкова “Толстые аттракторы и косые произведения” несомненно удовлетворяет требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Доктор физ-мат. наук, профессор

С. Ю. Пилюгин

Подпись профессора С. Ю. Пилюгина заверяю



3

11.2016

