

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной деятельности  
Казанского (Приволжского) федерального  
университета, доктор геолого-минералогических  
наук, профессор



Нургалиев Данис Карлович

«5» декабря 2016 г.

### О Т З Ы В

ведущей организации на диссертацию Немеша Норберта Тиборовича  
“Метрическая и топологическая проективность, инъективность и  
плоскость банаховых модулей”, представленную на соискание ученой  
степени кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертационная работа Н. Т. Немеша посвящена решению актуальных и  
сложных проблем поднятия и продолжения отображений методами  
функционального анализа и гомологической алгебры.

Следует отметить, что подобные задачи занимают важное место в  
современном функциональном анализе. Среди одних из первых фундаментальных  
результатов в этой области можно отметить теорему Хана-Банаха о продолжении  
функционала и теорему Лебега о продолжении меры с полукольца множеств. Также  
отметим известную теорему Глисона о продолжении меры, заданной на проекторах  
гильбертова пространства, до функционала, и ее обобщения на алгебры фон  
Неймана,  $AW^*$ -алгебры и на банаховы пространства, полученные известным  
казанским математиком профессором А. Н. Шерстневым и его учениками  
(М. С. Матвейчук, Д. Х. Муштари и др.).

Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и списка литературы из  
101 наименования (общий объем – 118 страниц).

Во введении обсуждается история возникновения различных версий  
банаховой гомологии, формулируются основные задачи, исследуемые в работе, и  
перечисляются главные результаты. Глава 1 содержит предварительные сведения.

Здесь приведены необходимые результаты из геометрии банаховых пространств, дано краткое введение в теорию банаховых алгебр и их модулей, а также в относительную банахову гомологию. Кроме того, во введении содержатся определения и некоторые факты из теории оснащенных категорий.

В главе 2 с помощью общих теорем теории оснащенных категорий исследованы метрические и топологические проективные, инъективные и плоские модули. В некоторых случаях даны полные описания таких модулей. Изучены различные категорные конструкции (такие как произведение, копроизведение и тензорное произведение), сохраняющие эти свойства. Полученные результаты используются для исследования метрической и топологической проективности левых идеалов банаховых алгебр. Для произвольных банаховых алгебр даются необходимые условия проективности. Для случая коммутативных банаховых алгебр установлен следующий критерий (теорема 2.1.16): если замкнутый идеал коммутативной банаховой алгебры обладает ограниченной аппроксимативной единицей, то он топологически проективен тогда и только тогда, когда обладает единицей.

Далее изучены банахово-геометрические свойства гомологически тривиальных модулей в метрической и топологической теории; даны критерии метрической и топологической проективности, инъективности и плоскости аннуляторных модулей и установлены их тесная связь с метрически и топологически проективными, инъективными и плоскими банаховыми пространствами. Построены примеры, подтверждающие тезис: “метрически и топологически гомологически тривиальные модули над банаховой алгеброй схожи по банахово-геометрическим свойствам со своей алгеброй”. Если банахова алгебра является, как банахово пространство,  $\mathcal{L}_1$ - или  $\mathcal{L}_\infty$ -пространством, то все ее топологически проективные, инъективные и плоские модули имеют свойство Данфорда-Петтиса (теорема 2.2.13). Перечислены условия, при которых метрическая и топологическая проективность, инъективность и плоскость сохраняются при переходе между модулем над алгеброй и модулем над идеалом этой алгебры. Даны критерии топологической плоскости банаховых модулей и необходимые условия метрической и топологической инъективности двусторонних идеалов банаховых алгебр. Пусть  $A$  – относительно аменабельная банахова алгебра,

и  $F$  – левый банахов  $A$ -модуль, являющийся, как банахово пространство,  $\mathcal{L}_1$ -пространством. Тогда  $F$  – топологически плоский  $A$ -модуль (теорема 2.3.9).

В главе 3 общие результаты главы 2 применяются к классическим модулям анализа: модулям над алгебрами ограниченных и компактных операторов в гильбертовом пространстве, модулям над алгебрами ограниченных и исчезающих на бесконечности функций и модулям над сверточной алгеброй и алгеброй мер локально компактной группы. Показано, что левый замкнутый идеал  $C^*$ -алгебры топологически проективен тогда и только тогда, когда он обладает самосопряженной правой единицей (теорема 3.1.4). Установлено, что  $AW^*$ -алгебра топологически инъективна как правый модуль над собой тогда и только тогда, когда она является произведением конечного числа матричных алгебр с коэффициентами в коммутативных  $AW^*$ -алгебрах (теорема 3.1.11). Сверточная алгебра и алгебра мер локально компактной группы обладают особыми банахово-геометрическими свойствами, поэтому большинство классических модулей гармонического анализа не являются гомологически тривиальными.

Отметим замеченные нами недостатки работы.

1. На странице 18, на 16-й и 18-й строках сверху, вместо “унитизации”, на наш взгляд, предпочтительнее использовать термин “унитализация”.

2. В списке литературы в статьях [4]–[6], [75] и [80] пропущены номера тома и выпуска соответствующих журналов. В п. [63] вместо “Blecher D.P.O.N.” должно быть “Blecher D.P., Ozawa N.”.

Эти замечания не являются существенными и не влияют на высокую оценку работы. В ней получены новые интересные и глубокие результаты, которые опубликованы с полными доказательствами в трех работах автора [37]–[39] в журналах, входящих в список изданий, рекомендованных ВАК России для публикации основных результатов кандидатских и докторских диссертаций.

Диссертация Н. Т. Немеша написана четким, ясным языком. Все утверждения строго обоснованы и снабжены исчерпывающими доказательствами. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Полученные в работе результаты можно трактовать как существенный вклад в теорию банаховых алгебр и модулей. Они могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Московском, Новосибирском, Санкт-Петербургском

государственных, Казанском (Приволжском) федеральном университетах, Математическом институте им. В. А. Стеклова Российской Академии наук.

Считаем, что диссертационная работа “Метрическая и топологическая проективность, инъективность и плоскость банаховых модулей” удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, в частности, п. 9 Положения о присуждении ученых степеней, а ее автор Немеш Норберт Тиборович несомненно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв составлен доктором физико-математических наук ведущим научным сотрудником Математического центра КФУ Бикчентаевым Айратом Мидхатовичем (e-mail: Airat.Bikchentaev@kpfu.ru, тел. +7(843)2927279) и кандидатом физико-математических наук доцентом кафедры математического анализа Гумеровым Ренатом Нельсоновичем (e-mail: rn.gumeroff@gmail.com, тел. +7(843)2927279).

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ОГРН 1021602841391 ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ  
ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО  
ПОДПИСЬ  
Бикчентаева Айрат Мидхатович  
заверяю

*Айрат Мидхатович Бикчентаев*

Айрат Мидхатович Бикчентаев

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ОГРН 1021602841391 ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ  
ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО  
ПОДПИСЬ  
Гумерова Р. Н.  
заверяю

*Ренат Нельсонович Гумеров*

Ренат Нельсонович Гумеров

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры математического анализа КФУ от 2 декабря 2016 г., протокол № 3.

Зав. кафедрой математического анализа  
доктор физико-математических наук

*Семен Рафаилович Насыров*

Семен Рафаилович Насыров

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГАОУ ВО «КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ОГРН 1021602841391 ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ  
ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО  
ПОДПИСЬ  
Насырова С. Р.  
заверяю

профессор (e-mail: snasyrov@kpfu.ru, тел. +7(843)2927279)

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет» 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, д. 18

Тел.: +7(843)233-74-00, +7(843)292-69-77, e-mail: public.mail@kpfu.ru, сайт: www.kpfu.ru.