

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной деятельности
Казанского (Приволжского) федерального
университета, доктор геолого-минералогических
наук, профессор



Нургалиев Денис Карлович

«5» декабря 2016 г.

О Т З Ы В

ведущей организации на диссертацию Немеша Норберта Тиборовича
“Метрическая и топологическая проективность, инъективность и
плоскость банаевых модулей”, представленную на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертационная работа Н. Т. Немеша посвящена решению актуальных и
сложных проблем поднятия и продолжения отображений методами
функционального анализа и гомологической алгебры.

Следует отметить, что подобные задачи занимают важное место в
современном функциональном анализе. Среди одних из первых фундаментальных
результатов в этой области можно отметить теорему Хана-Банаха о продолжении
функционала и теорему Лебега о продолжении меры с полукольца множеств. Также
отметим известную теорему Глисона о продолжении меры, заданной на проекторах
гильбертова пространства, до функционала, и ее обобщения на алгебры фон
Неймана, AW^* -алгебры и на банаевы пространства, полученные известным
казанским математиком профессором А. Н. Шерстневым и его учениками
(М. С. Матвейчук, Д. Х. Муштари и др.).

Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и списка литературы из
101 наименования (общий объем – 118 страниц).

Во введении обсуждается история возникновения различных версий
банаевой гомологии, формулируются основные задачи, исследуемые в работе, и
перечисляются главные результаты. Глава 1 содержит предварительные сведения.

Здесь приведены необходимые результаты из геометрии банаховых пространств, дано краткое введение в теорию банаховых алгебр и их модулей, а также в относительную банахову гомологию. Кроме того, во введении содержатся определения и некоторые факты из теории оснащенных категорий.

В главе 2 с помощью общих теорем теории оснащенных категорий исследованы метрические и топологические проективные, инъективные и плоские модули. В некоторых случаях даны полные описания таких модулей. Изучены различные категорные конструкции (такие как произведение, копроизведение и тензорное произведение), сохраняющие эти свойства. Полученные результаты используются для исследования метрической и топологической проективности левых идеалов банаховых алгебр. Для произвольных банаховых алгебр даются необходимые условия проективности. Для случая коммутативных банаховых алгебр установлен следующий критерий (теорема 2.1.16): если замкнутый идеал коммутативной банаховой алгебры обладает ограниченной аппроксимативной единицей, то он топологически проективен тогда и только тогда, когда обладает единицей.

Далее изучены банахово-геометрические свойства гомологически тривиальных модулей в метрической и топологической теории; даны критерии метрической и топологической проективности, инъективности и плоскости аннуляторных модулей и установлены их тесная связь с метрически и топологически проективными, инъективными и плоскими банаховыми пространствами. Построены примеры, подтверждающие тезис: “метрически и топологически гомологически тривиальные модули над банаховой алгеброй схожи по банахово-геометрическим свойствам со своей алгеброй”. Если банахова алгебра является, как банахово пространство, \mathcal{L}_1 - или \mathcal{L}_∞ -пространством, то все ее топологически проективные, инъективные и плоские модули имеют свойство Данфорда-Петтиса (теорема 2.2.13). Перечислены условия, при которых метрическая и топологическая проективность, инъективность и плоскость сохраняются при переходе между модулем над алгеброй и модулем над идеалом этой алгебры. Даны критерии топологической плоскости банаховых модулей и необходимые условия метрической и топологической инъективности двусторонних идеалов банаховых алгебр. Пусть A – относительно аменабельная банахова алгебра,

и F – левый банахов A -модуль, являющийся, как банахово пространство, \mathcal{L}_1 -пространством. Тогда F – топологически плоский A -модуль (теорема 2.3.9).

В главе 3 общие результаты главы 2 применяются к классическим модулям анализа: модулям над алгебрами ограниченных и компактных операторов в гильбертовом пространстве, модулям над алгебрами ограниченных и исчезающих на бесконечности функций и модулям над сверточной алгеброй и алгеброй мер локально компактной группы. Показано, что левый замкнутый идеал C^* -алгебры топологически проективен тогда и только тогда, когда он обладает самосопряженной правой единицей (теорема 3.1.4). Установлено, что AW^* -алгебра топологически инъективна как правый модуль над собой тогда и только тогда, когда она является произведением конечного числа матричных алгебр с коэффициентами в коммутативных AW^* -алгебрах (теорема 3.1.11). Сверточная алгебра и алгебра мер локально компактной группы обладают особыми банахово-геометрическими свойствами, поэтому большинство классических модулей гармонического анализа не являются гомологически тривиальными.

Отметим замеченные нами недостатки работы.

1. На странице 18, на 16-й и 18-й строках сверху, вместо “унитизации”, на наш взгляд, предпочтительнее использовать термин “унитализация”.
2. В списке литературы в статьях [4]–[6], [75] и [80] пропущены номера тома и выпуска соответствующих журналов. В п. [63] вместо “Blecher D.P.O.N.” должно быть “Blecher D.P., Ozawa N.”.

Эти замечания не являются существенными и не влияют на высокую оценку работы. В ней получены новые интересные и глубокие результаты, которые опубликованы с полными доказательствами в трех работах автора [37]–[39] в журналах, входящих в список изданий, рекомендованных ВАК России для публикации основных результатов кандидатских и докторских диссертаций.

Диссертация Н. Т. Немеша написана четким, ясным языком. Все утверждения строго обоснованы и снабжены исчерпывающими доказательствами. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Полученные в работе результаты можно трактовать как существенный вклад в теорию банаховых алгебр и модулей. Они могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Московском, Новосибирском, Санкт-Петербургском

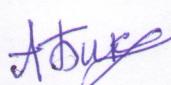
государственных, Казанском (Приволжском) федеральном университетах, Математическом институте им. В. А. Стеклова Российской Академии наук.

Считаем, что диссертационная работа “Метрическая и топологическая проективность, инъективность и плоскость банаховых модулей” удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, в частности, п. 9 Положения о присуждении ученых степеней, а ее автор Немеш Норберт Тиборович несомненно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв составлен доктором физико-математических наук ведущим научным сотрудником Математического центра КФУ Бикчентаевым Айратом Мидхатовичем (e-mail: Airat.Bikchentaev@kpfu.ru, тел. +7(843)2927279) и кандидатом физико-математических наук доцентом кафедры математического анализа Гумеровым Ренатом Нельсоновичем (e-mail: rn.gumeroff@gmail.com, тел. +7(843)2927279).

 подпись

заверяю

 Айрат

Мидхатович Бикчентаев

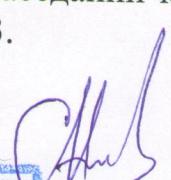
 подпись

заверяю

 Ренат Нельсонович Гумеров

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры математического анализа КФУ от 2 декабря 2016 г., протокол № 3.

Зав. кафедрой математического анализа
доктор физико-математических наук

 Семен Рафаилович Насыров

 подпись

(e-mail: snasyrov@kpfu.ru, тел. +7(843)2927279)

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет» 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, д. 18

Тел.: +7(843)233-74-00, +7(843)292-69-77, e-mail: public.mail@kpfu.ru, сайт: www.kpfu.ru.