

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор Института математики
НАН Беларуси
академик



ОТЗЫВ

ведущей организации

о диссертации Бурлакова Даниила Сергеевича

*«Оценки колеблемости и блуждаемости решений линейных систем»
на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление*

Диссертационная работа Д.С. Бурлакова «Оценки колеблемости и блуждаемости решений линейных систем» посвящена исследованию новых, введённых в рассмотрение лишь в 2005–2016 гг., характеристик колеблемости, блуждаемости и вращаемости решений линейных однородных дифференциальных уравнений и систем.

Тематика исследований данной работы находится на стыке двух разделов качественной теории дифференциальных уравнений и систем — теории показателей Ляпунова и теории колеблемости.

Характеристические показатели введены А.М. Ляпуновым как инструмент исследования устойчивости движения (в частности, для исследования условной устойчивости по первому приближению). Теория этих и других, подобных им, показателей существенно развита в работах его последователей: П.Г. Боля, О. Перрона, К.П. Персидского, Р.Э. Винограда, Б.Ф. Былова, В.М. Миллионщикова, Ю.С. Богданова, М.И. Рахимбердиева, И.Н. Сергеева, Е.К. Макарова, А.С. Фурсова, А.Н. Ветохина, К.Е. Ширяева, В.В. Быкова, Ю.И. Дементьева и многих других.

Проблематика исследования колеблемости решений дифференциальных уравнений восходит к основополагающим работам Ж. Штурма и А. Кнезера. Впоследствии эти вопросы получили значительное продвижение в работах В.А. Кондратьева, И.Т. Кигурадзе, Т.А. Чантурии, Г.Г. Квиникадзе, А.Н. Левина, Дж.Д. Мирзова, И.В. Асташовой и многих других.

Оказалось, что, с определённой точки зрения, колебательные свойства решений дифференциальных уравнений также поддаются качественному описанию и исследованию с помощью функционалов ляпуновского типа. Этот новый подход к вопросам колеблемости, выросший к настоящему времени в целое направление исследований, своим возникновением обязан работам И.Н. Сергеева, определившим ляпуновские показатели колеблемости, блуждаемости и вращаемости и по-

лучившим ряд содержательных результатов о свойствах этих показателей для решений линейных однородных дифференциальных уравнений и систем.

Диссертация Д.С. Бурлакова посвящена изучению разнообразных свойств перечисленных асимптотических характеристик: изучению связи между ними, установлению для них коэффициентных оценок, описанию в автономном случае их спектров и типичных значений.

Диссертационная работа разбита на пять глав.

В первой главе показано, что верхний (нижний) слабый показатель блуждаемости оценивает сверху верхний (нижний) слабый показатель колеблемости и совпадает с ним при незначительном изменении определения последнего, а именно, при замене точной нижней грани существенной. Особо отметим существенную нетривиальность этого результата и тонкие рассуждения, проведённые автором для его доказательства.

Во второй главе получены оценки сверху для скорости блуждания решений линейных дифференциальных уравнений произвольного порядка через интегральные средние их коэффициентов. Из этих оценок, в частности, вытекает близость показателей блуждаемости и скорости блуждания к нулю для решений уравнений с близкими к нулю коэффициентами. Отметим, что получение указанных оценок основано на одной весьма нетривиальной идее и технически достаточно сложно, а также, что, как показывают приведённые в диссертации примеры, эти оценки уже не допускают принципиального уточнения.

В третьей главе доказано совпадение между собой сильных и слабых показателей колеблемости на решениях линейных автономных систем и дано описание их спектра. Кроме того, в этой главе получены играющие вспомогательную роль для целей этой и следующих глав, но важные сами по себе двусторонние оценки количества нулей тригонометрических сумм на произвольном отрезке.

В четвёртой главе установлено, что для класса систем с постоянными коэффициентами, среди собственных значений которых есть хотя бы одно действительное или два с мнимыми рационально несоизмеримыми частями, нуль является типичным значением показателя ориентированной вращенияемости, а также показано, что структура спектра этого показателя для автономных систем существенно отличается от спектра показателей колеблемости и блуждаемости.

В пятой главе вычислен спектр показателя скорости блуждания линейных автономных систем и, в частности, доказано совпадение спектров скорости блуждания у систем, матрицы коэффициентов которых подобны.

Текст диссертации написан математически аккуратно, изложение достаточно подробное и ясное. Сколько-нибудь существенных замечаний по диссертации нет.

Автореферат диссертации правильно и полно отражает её содержание.

Работа является законченным систематическим научным исследованием, не только вносящим весомый вклад в теорию ляпуновских характеристик блуждаемости, колеблемости и вращенияемости, но и существенно обогащающим технику исследования указанных характеристик. Все результаты диссертационной работы являются новыми и строго доказанными. Применяемый диссертантом математический аппарат — аналитические методы общей и качественной теорий дифференциальных уравнений.

Результаты диссертации могут быть использованы специалистами по дифференциальным уравнениям, работающими в МГУ, МИРАН, ИМ НАН Беларуси, БГУ, СПбГУ, УдГУ, КазНУ, а также в других российских и зарубежных научных и педагогических центрах. Они прошли апробацию на различных международных конференциях и научных семинарах, в частности, на семинаре по качественной теории дифференциальных уравнений механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова. Основное содержание диссертации опубликовано в восьми печатных работах автора, три из которых — в журналах из перечня ВАК.

Диссертация Д.С. Бурлакова «Оценки колеблемости и блуждаемости решений линейных систем» является единым законченным квалификационным исследованием и удовлетворяет всем требованиям п. 7 «Положения о порядке присуждения учёных степеней» Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации, а её автор Бурлаков Даниил Сергеевич несомненно заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв заслушан, обсуждён и одобрен на заседании Отдела дифференциальных уравнений Института математики НАН Беларуси 8 ноября 2016 г., протокол № 10(173)/16.

Главный научный сотрудник
Отдела дифференциальных уравнений
Государственного научного учреждения
«Институт математики Национальной
академии наук Беларуси»,
доктор физико-математических наук 01.01.02,
профессор, академик НАН Беларуси
e-mail: izobov@im.bas-net.by

Н.А. Изобов

Ведущий научный сотрудник
Отдела дифференциальных уравнений
Государственного научного учреждения
«Институт математики Национальной
академии наук Беларуси»,
канд. физ.-мат. наук 01.01.02
e-mail: bar@im.bas-net.by

Е.А. Барабанов

Подписи Н.А. Изобова и Е.А. Барабанова заверяю

Учёный секретарь
Института математики НАН Беларуси
кандидат физико-математических наук



В.В. Лепин

Тел.: +375 (017) 284-17-84;