

## ОТЗЫВ

*официального оппонента*

*о диссертации Бурлакова Даниила Сергеевича*

*«Оценки колеблемости и блуждаемости решений линейных систем»  
на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление*

Диссертация Д.С. Бурлакова является исследовательской работой в области качественной теории дифференциальных уравнений. Основополагающую роль в качественной теории дифференциальных уравнений играют линейные системы, которые служат основой для изучения нелинейных систем по их линейному приближению. Теория устойчивости и теория колебаний являются одними из основных направлений в качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

В теории устойчивости, созданной А.М. Ляпуновым и продолженной многими исследователями, было предложено и успешно использовано в приложениях множество показателей ляпуновского типа. Эти показатели были призваны отвечать за разнообразные асимптотические свойства решений уравнений или систем, связанные с ростом или убыванием их нормы. Главным образом, такие показатели строились в шкалах экспоненциального роста или убывания, что делало их весьма удобными для исследования различных видов устойчивости.

Другие, сравнительно недавно построенные показатели отвечали не за свойства устойчивости решений, а за то, как ведет себя решение «внутри» устойчивости, т.е. за более тонкие свойства решений, такие, как колебания, нули решения и т. п. Следует отметить, что в теории колебаний довольно редко обсуждались характеристики, позволяющие сравнивать колеблющиеся решения между собой.

Рассматриваемая работа посвящена изучению самых разных колебательных свойств решений. Эти свойства описываются целым рядом показателей также ляпуновского типа: показателями колеблемости, блуждаемости и вращаемости.

В связи с этим особенно интересной и актуальной представляется рассматриваемая в данной диссертации задача исследования различных показателей ляпуновского типа, отражающих колеблемость решений.

В диссертации получены следующие основные результаты:

- 1) продемонстрирована тесная взаимосвязь между показателями колеблемости и блуждаемости, а также получена явная формула, связывающая показатели блуждаемости и колеблемости решений линейных систем;
- 2) получена адекватная верхняя оценка скорости блуждания линейного неавтономного уравнения произвольного порядка в терминах средней на полупрямой нормы от набора коэффициентов этого уравнения;
- 3) доказано совпадение сразу всех показателей колеблемости для любого решения любой линейной автономной системы;
- 4) описано множество значений показателя ориентированной вращаемости для всех решений произвольной линейной автономной системы с простыми мнимыми собственными значениями;
- 5) для решений широкого класса систем показано, что типичным значением их показателя ориентированной вращаемости является ноль;

- б) получено точное описание множества скоростей блуждания решений произвольной линейной автономной системы в терминах ее собственных значений.

Основное содержание диссертации опубликовано в 8 печатных работах автора, причем три из них — в журналах из перечня ВАК. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

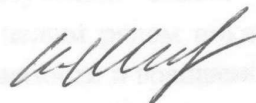
Текст диссертации написан достаточно подробно и ясно. Работа является законченным и систематическим исследованием, вносящим весомый вклад в теорию ляпуновских характеристик блуждаемости, колеблемости и вращаемости. Все результаты диссертационной работы являются новыми, строго доказанными, а сама диссертация является законченной научной работой. Основным применяемым диссертантом математический аппарат — аналитические методы качественной теории дифференциальных уравнений.

В качестве замечания отметим, что в работе полностью исследованы спектры показателя ориентированной вращаемости автономной системы только в случае простых чисто мнимых собственных чисел, тогда как в общем случае доказано лишь, что типичным значением этого показателя служит число ноль, а о нетипичных значениях никакой информации не дано.

Впрочем, указанное замечание, не влияющее на справедливость и ценность результатов диссертации, можно рассматривать лишь как пожелание на будущее.

Так образом, диссертация Д.С. Бурлакова «Оценки колеблемости и блуждаемости решений линейных систем» удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения учёных степеней» Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации, а её автор Бурлаков Даниил Сергеевич несомненно заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры высшей математики  
ФГБОУ ВО «Костромской государственный  
университет»





К.Е. Ширяев

8 ноября 2016 г.

156961, г. Кострома, ул. 1 мая, 14, КГУ  
e-mail: shiryaev4@yandex.ru; Телефон: +7 (4942) 31 82 91

Подпись Ширяев К.Е. удостоверено

Подпись руки	
заверяю	
Начальник канцелярии	
Н.В. Кузнецова	

08.11.2016