

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
Механико-математический факультет

На правах рукописи

Никонов Василий Иванович

**Движение небесных тел при наличии
особенностей в распределении масс**

Специальность 01.02.01 — теоретическая механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва, 2016

Работа выполнена на кафедре теоретической механики и мехатроники механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Научные руководители: Александр Анатольевич Буров,
доктор физико-математических наук.

Александр Владиленович Карапетян,
доктор физико-математических наук,
профессор.

Официальные оппоненты: Александр Владимирович Родников,
доктор физико-математических наук,
доцент кафедры "Вычислительная
математика и математическая физика"
Московского государственного
технического университета
имени Н.Э. Баумана.

Александр Афанасьевич Зленко,
кандидат физико-математических наук,
профессор кафедры
"Высшая математика" Московского
автомобильно-дорожного государственного
технического университета.

Ведущая организация: Московский физико-технический институт.

Защита диссертации состоится 16 декабря 2016 г. в 17 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 501.001.22, созданного на базе Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, по адресу: 119234, Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале отдела диссертаций Фундаментальной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова по адресу: Ломоносовский проспект, д. 27, и на сайте <http://mech.math.msu.su/~snark/files/diss/0137diss.pdf>

Автореферат разослан 2016 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Прошкин Владимир Александрович

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Современный этап изучения космического пространства отличается реализацией миссий к малым небесным телам (астероидам, кометам). К таким миссиям, в частности, относятся осуществлённые пролёт космического аппарата в окрестности астероида (Galileo, NASA/ESA, 1991), облёт и посадка космического аппарата на поверхность кометы (NEAR-Shoemaker, NASA, 2000; Rosetta, ESA, 2014), полёт космического аппарата, его посадка и последующее возвращение на Землю модуля с образцом грунта (Hayabusa, JAXA, 2007).

При проектировании полётов вблизи малых небесных тел приходится принимать во внимание:

- слабость порождаемого ими поля притяжения,
- неоднородность такого поля,
- скудость информации о распределении масс.

Поэтому важна задача создания модели гравитационного потенциала, с одной стороны, достаточно точно отражающая его основные свойства, с другой стороны, достаточно простая для эффективной реализации в реальном времени на бортовых вычислителях.

Таковыми являются модели, опирающиеся на представление небесного тела с нерегулярным распределением масс в виде совокупности нескольких однородных шаров. В случае, когда таких шаров два, ряд динамических свойств, в частности, существование и устойчивость относительных равновесий, называемых точками либрации, достаточно подробно исследован В.В. Белецким, А.В. Родниковым.

Методика приближения небесных тел тремя шарами впервые была предложена, вероятно, в работах Д. Ширса (D. Scheeres). Такая модель, пригодная для описания, в частности, распределения масс астероидов Итокава (25143) и Эрос (433), исследована в гораздо меньшей мере, чем модель гравитирующего гантелеобразного тела, составленного из двух масс. Некоторые её свойства, такие как существование и устойчивость точек либрации, области возможного движения на конкретных примерах исследовались в работах Э. Эрреры-Сукаррат (E. Herrera-Sucarrat), М. Робертса (M. Roberts), Ф. Палмера (Ph. Palmer), А. Туркони (A. Turconi), Х. Баойина (H. Baoyin) и других.

Необходимостью дальнейшего исследования такой “трёхъядерной модели” обусловлена актуальность настоящей работы.

Цель работы. Диссертация посвящена изучению зависимостей от параметров:

- множеств установившихся движений,
- свойств устойчивости этих движений,
- областей возможного движения

в ряде задач о движении небесного тела с нерегулярным распределением масс и материальной точки под действием сил взаимного притяжения.

В задаче о движении под действием взаимного притяжения треугольного тела с массами, сосредоточенными в вершинах (модель “трёх вписанных шаров” для приближения поля притяжения небесных тел), и материальной точки изучаются существование, устойчивость и ветвление стационарных вращений в зависимости от значений параметров задачи. Строятся бифуркационные диаграммы Пуанкаре и Смейла. С использованием барицентрических координат осуществлён сравнительный анализ множеств стационарных

движений и областей возможного движения в случае, когда тело – правильный треугольник с равными массами, расположенными в вершинах, и в случае, когда тело – правильный треугольник с равными массами, равномерно распределёнными по его сторонам.

В случае, когда притяжение тела с неравномерным распределением масс, моделируется комбинациями гантелеобразных тел и т.н. комплексифицированных гантелей, исследован вопрос о существовании и устойчивости точек либрации в предположении о том, что тело равномерно вращается вокруг оси, проходящей через центр масс. Изучен вопрос о зависимости точек либрации и их свойств от угловой скорости вращения. Построены бифуркационные диаграммы.

Выполнено исследование относительных равновесий плоского твердого тела общего вида с дискретным распределением n точечных масс и материальной точки под действием взаимного притяжения. Показано, что в общем случае система допускает от двух до $n + 1$ относительных равновесий.

Методы исследования. Исследование выполнено с использованием известных аналитических методов теоретической и небесной механики, теории устойчивости движения и качественной теории дифференциальных уравнений, а также с помощью численных методов.

Достоверность результатов. Основные результаты диссертации получены аналитически с помощью методов теоретической механики и теории бифуркаций и устойчивости. Графики и изображения, иллюстрирующие полученные аналитические результаты, построены численно.

Научная новизна. Основные результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми.

Выполнено исследование установившихся движений взаимно гравитирующих треугольного твердого тела и материальной точки в точной постановке, без ограничений на массы, входящих в систему тел.

В зависимости от параметров задачи изучены множество установившихся движений, их свойства устойчивости и ветвления, области возможного движения.

Представлены бифуркационные диаграммы решений в зависимости от параметра отношения масс.

Теоретическая и практическая ценность. Диссертация носит теоретический характер. Полученные результаты могут найти применение при изучении динамики вблизи астероидов, комет и малых лун планет, а также при проектировании миссий к различным небесным объектам.

Результаты диссертации могут быть использованы в исследованиях, проводимых в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, Институте прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН, Институте теоретической астрономии РАН, Институте проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН, Федеральном исследовательском центре “Информатика и управление” РАН, Московском физико-техническом институте, Московском авиационном институте и других научно-исследовательских центрах.

Личный вклад. Научными руководителями были предложены постановки задач и методы их исследований.

Представленные в диссертации результаты получены лично соискателем.

Апробация работы. Результаты, представленные в диссертации, докладывались автором и обсуждались на следующих конференциях и научных семинарах:

- Научный семинар “Аналитическая механика и теория устойчивости” имени В.В. Румянцева под руководством чл.-корр. РАН, проф. В.В. Белецкого; проф. А.В. Карапетяна, Россия, Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2013, 2014, 2015, 2016 г.
- Научный семинар “Динамика относительного движения” под руководством чл.-корр. РАН, проф. В.В. Белецкого, проф. Ю.Ф. Голубева, проф. В.Е. Павловского, доц. К.Е. Якимовой, доц. Е.В. Мелкумовой, Россия, Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2016 г.
- Ломоносовские чтения. Секция механики, Россия, Москва, МГУ имени М.В.Ломоносова, 15-19 апреля 2013; 14-23 апреля 2014 г.
- XII всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014, Россия, Москва, ИПУ РАН, 16-19 июня 2014 г.
- International Astronomical Union Symposium: Complex Planetary Systems, Belgium, Namur, 07-11 July 2014.
- XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Россия, Казань, 20-24 августа 2015 г.
- 66th International Astronautical Congress, Israel, Jerusalem International Convention Center, 12-16 October 2015.
- XL Академические чтения по космонавтике, Россия, Москва, МГТУ им. Н.Э.Баумана, 26-29 января 2016 г.
- XIII Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления», Россия, Москва, ИПУ РАН, 1-3 июня 2016 г.

Публикации. Основные результаты диссертации изложены в пяти печатных работах [1,2,4-6], размещенных в рецензируемых журналах, реко-

мендованных ВАК Минобрнауки РФ. Также список работ включает в себя некоторые опубликованные тезисы конференций.

Список работ приведен в конце автореферата.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, трёх глав, заключения, приложения и списка литературы. Полный объем диссертации — **84** страницы текста. Список литературы содержит **110** наименований. В диссертации приведено **29** рисунков.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы и дан обзор основных работ, посвященных изучению моделей гравитационных полей малых небесных тел с нерегулярным распределением масс. Кратко изложено основное содержание работы.

Первая глава посвящена задаче о движении двух взаимно гравитирующих твёрдых тел, одно из которых моделируется шаром с центрально симметричным распределением масс, а распределение масс второго устроено таким образом, что тело можно представить в виде жёсткой конструкции, состоящей из трёх массивных однородных шаров.

Задача рассматривается в плоской постановке, когда центры масс шаров, равно как и материальная точка, располагаются в неподвижной плоскости.

Описаны геометрические характеристики треугольного тела, выписаны условия существования и достаточные условия устойчивости равновесий при условии, что геометрия и распределение масс тела обладают плоскостью симметрии. Выполнен параметрический анализ соотношений, определяющих равновесия системы, которые расположены как на оси симметрии, так и вне её.

Для общего случая выписаны условия существования и достаточные условия устойчивости перманентных вращений системы как целого. Результаты проиллюстрированы на модельном примере “египетского” треугольника с равными массами в вершинах (рис. 1), а также на примере треугольных представлений гравитационного потенциала, предложенных ранее для астероидов Итокава и Эрос (рис. 2).

Доказано утверждение, согласно которому при совпадении центра масс тела с центром окружности, описанной около треугольника, образованного центрами шаров, система может совершать перманентное вращение с произвольной угловой скоростью при условии, что материальная точка располагается в центре масс тела.

В случае, когда распределение масс в треугольном теле выдерживает группу симметрий правильного треугольника, осуществлено исследование зависимости стационарных конфигураций от параметров задачи. Для найденных равновесных конфигураций построены бифуркационные диаграммы Пуанкаре. Для такого распределения масс исследуются необходимые и достаточные условия устойчивости найденных стационарных конфигураций.

С помощью специального выбора координат в конфигурационном пространстве, опирающегося на полиномиальные инварианты группы симметрии правильного треугольника, при дополнительных предположениях доказано отсутствие стационарных конфигураций, на которых точка располагается вне осей симметрии треугольника (рис. 3).

Вторая глава посвящена сравнительному анализу множеств установившихся движений для системы материальной точки и треугольного тела в двух случаях: когда масса треугольника сосредоточена в его вершинах, и когда масса треугольника равномерно распределена вдоль его сторон.

Для исследования задачи применены барицентрические координаты. В этих координатах для обеих задач исследованы множества стационарных

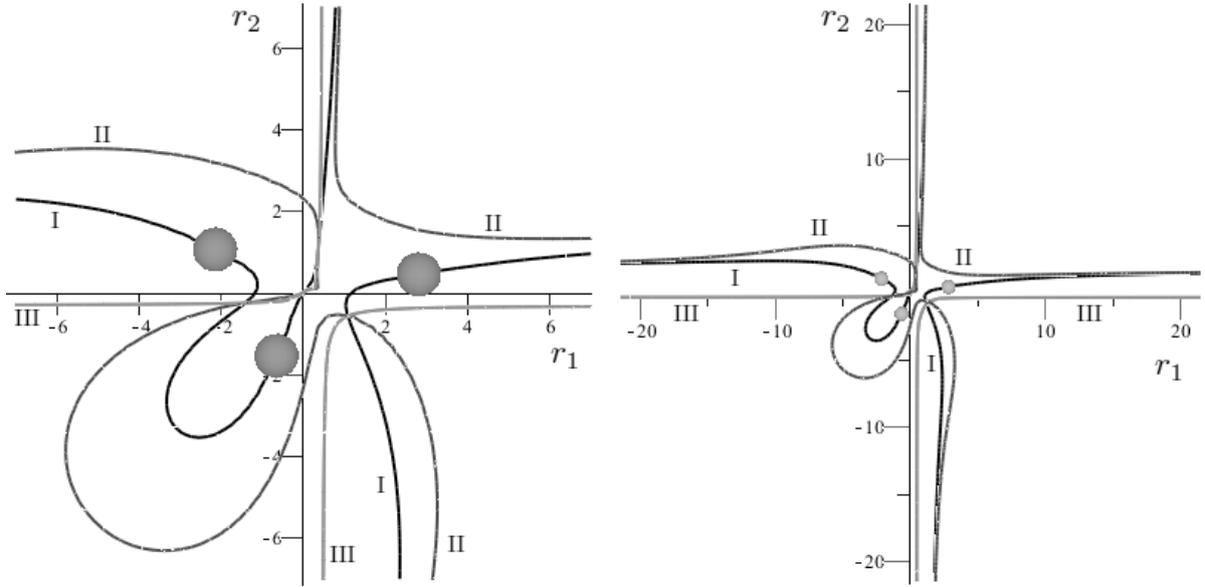


Рис. 1: Кривая Γ (I) и её второе (II) и первое (III) приближения для треугольника со сторонами 3, 4, 5 и равными массами в вершинах: кривая Γ заполнена “кандидатами” в стационарные конфигурации.

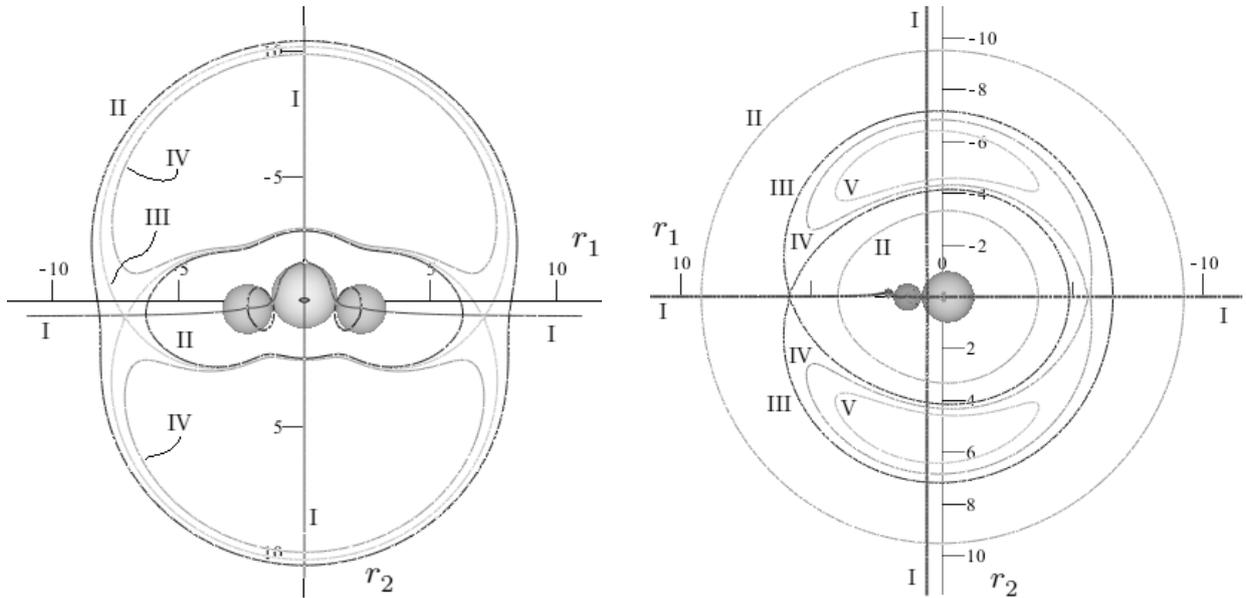


Рис. 2: Кривая Γ (I) и кривые Γ_β (индексы II, III, IV, V отвечают разным значениям параметра β) для астероидов 433 Эрос (слева) и 25143 Итокава (справа). Возможность реализации той или иной конфигурации задаётся взаимным расположением Γ по отношению к семейству кривых Γ_β , зависящего от постоянной интеграла площадей β .

движений в зависимости от значений интегралов площадей и энергии. Для случая сопоставимых масс тела и материальной точки построены бифуркационные диаграммы Пуанкаре и Смейла. Показано, что эти диаграммы отличаются друг от друга для рассматриваемых задач: в случае, когда массы сосредоточены в вершинах треугольника, множества установившихся движений, вообще говоря, богаче. В тех же предположениях численно построены области возможного движения.

В третьей главе обсуждается вопрос о применимости идей, связанных с представлением гравитационного потенциала малых небесных тел с неравномерным распределением масс с помощью потенциалов, “комплексифицированных по Кислику - Аксёнову - Гребеникову - Дёмину - Винти”.

Рассматриваются “обобщённые” треугольные тела, вершины которых оснащены вещественными или “комплексифицированными” гантелеобразными включениями, призванными, соответственно, приблизить потенциалы вытянутых и сплюснутых частей тела. Для тел, образованных правильными треугольниками и равномерно вращающихся вокруг своих центров масс, исследованы условия существования, устойчивости и ветвления точек либрации в зависимости от угловой скорости. Выявлены области в пространстве параметров, для которых точки либрации оказались устойчивыми в вековом смысле. Результаты представлены в виде бифуркационных диаграмм и изображений областей возможного движения.

В приложении рассмотрены относительные равновесия плоского твердого тела общего вида с дискретным распределением некоторого числа n точечных масс и материальной точки под действием сил взаимного притяжения. С помощью теоремы о категориях Люстерника–Шнирельмана показано, что в общем случае такая система допускает от двух до $n + 1$ положений относительного равновесия.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

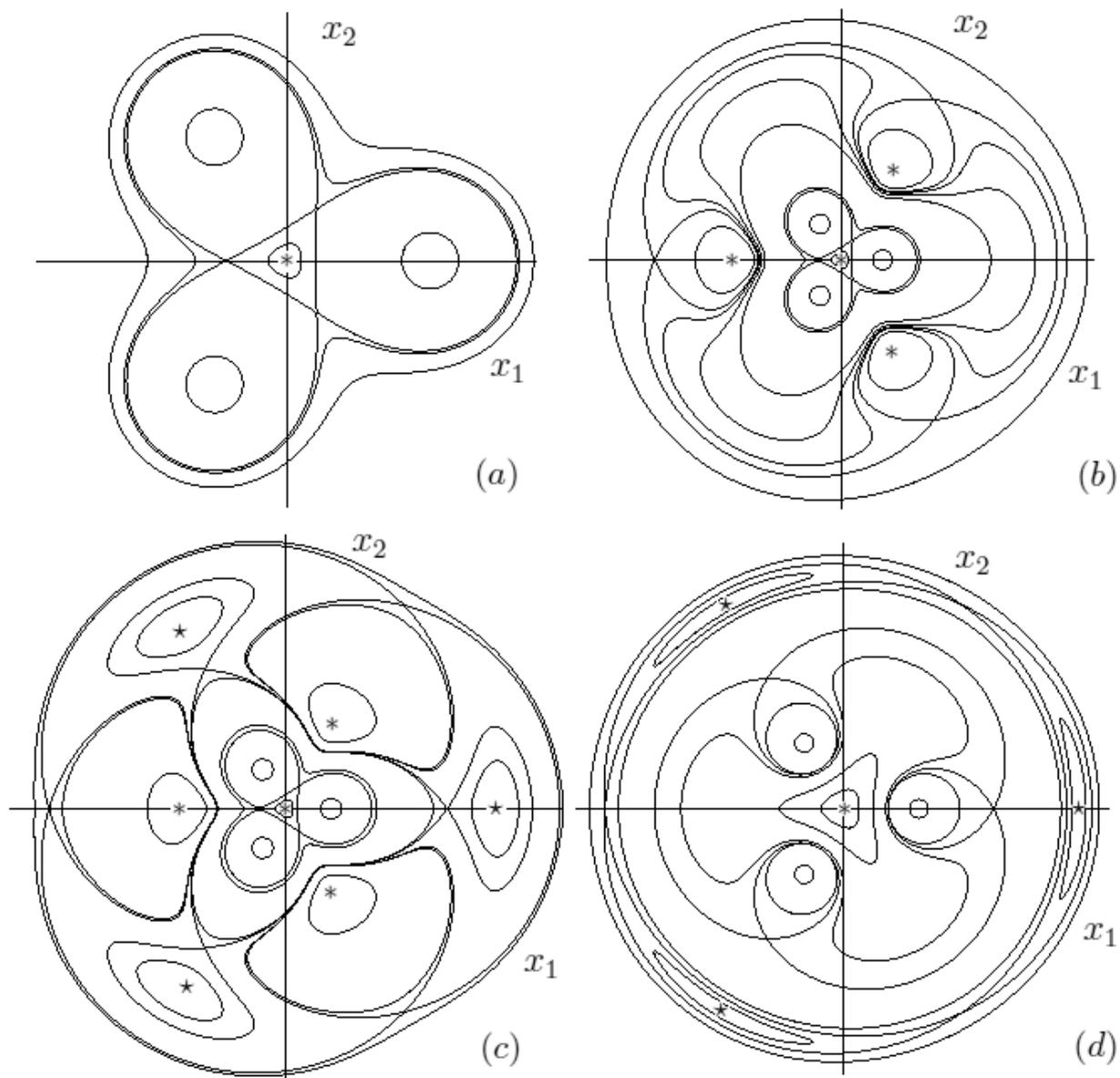


Рис. 3: Линии уровня приведенного потенциала для правильного треугольника с равными массами в вершинах при массе свободной, равной одной трети массы треугольного тела, и характерных значениях параметра β . * — точки максимума, \star — точки минимума.

Основные результаты

В задаче о движении в общей плоскости треугольника с массами, сосредоточенными в его вершинах, и материальной точки, в системе отсчёта, связанной с треугольником, указана кривая Γ и семейство кривых Γ_β , пересечениям которых отвечают стационарные конфигурации. Доказано, что на кривой Γ располагаются центр масс треугольника и центр описанной окружности, а вершины треугольника являются её выколотыми точками. Показано, что при больших (по сравнению с размерами треугольника) расстояниях между треугольником и точкой кривая Γ хорошо приближается гиперболой, и существуют не менее четырёх стационарных конфигураций. Результаты проиллюстрированы на модельном примере “египетского” треугольника с равными массами в вершинах, а также на примерах ранее предложенных треугольных моделей астероидов Эрос и Итокава.

Для взаимно гравитирующих материальной точки и равнобедренного треугольника с симметричным распределением масс исследована структура множества “обычных” равновесий и их устойчивость в зависимости от значений параметров задачи. Для правильного треугольника с равными массами в вершинах доказано наличие равновесий, лежащих на осях симметрии и не совпадающих с центром масс треугольника.

В предположении о том, что треугольное тело с равными массами в вершинах выдерживает группу симметрий правильного треугольника, определены условия существования и ветвления “прямых” стационарных конфигураций, для которых точка располагается на оси симметрии треугольника, в зависимости от значений интеграла площадей и отношения масс гравитирующих тел. Исследованы необходимые и достаточные условия

устойчивости таких стационарных конфигураций. С помощью функций от полиномиальных инвариантов группы симметрий правильного треугольника доказано при определённых предположениях отсутствие стационарных конфигураций, для которых точка расположена вне осей симметрии треугольника.

Исследованы существование, ветвление и устойчивость относительных равновесий в задаче о движении взаимно гравитирующих “проволочного” треугольника с массой, равномерно распределённой вдоль сторон, и материальной точки. В случае равных масс построены бифуркационные диаграммы Пуанкаре и Смейла. Результаты сопоставлены с аналогичными результатами для “точечного” треугольника.

Для равномерно вращающегося вокруг центра масс гравитирующего твёрдого тела, поле притяжения которого определено вещественными и комплексифицированными “по Кислику - Аксёнову - Гребеникову - Дёмину - Vinti” гантелями, найдены зависимости положений точек либрации и их устойчивости от угловой скорости вращения. Построены бифуркационные диаграммы Пуанкаре.

Доказано, что у системы, состоящей из взаимно гравитирующих материальной точки и плоского тела, состоящего из n точечных масс, располагающихся в общей плоскости, число точек либрации может принимать значения от 2 до $n + 1$.

Публикации автора по теме диссертации

1. *Никонов В. И.* Относительные равновесия в задаче о движении треугольника и точки под действием сил взаимного притяжения // Вестн. Моск. ун-та. Серия 1: Мат. Мех. 2014. Т. 69. № 2. С. 45 – 51.
2. *Никонов В. И.* Существование и устойчивость стационарных конфигураций в задаче о движении проволочного треугольника и точки под действием сил взаимного притяжения // Прикладная математика и механика. 2015. Т.79. Вып. 3. С. 334 – 343.
3. *Nikonov V.* On relative equilibria of mutually gravitating massive point and triangular rigid body // Proceedings of the International Astronomical Union. 2015. Vol. 9. s310. P. 170 – 171.
4. *Кугушев Е. И., Никонов В. И.* Оценка числа относительных равновесий гравитирующих точечного плоского твердого тела и материальной точки // Вестн. Моск. ун-та. Серия 1: Мат. Мех. 2015. Т. 70. № 6. С. 37 – 41.
5. *Баландин Д. В., Никонов В. И.* О точках либрации вращающегося “комплексифицированного” треугольника // Вестн. Моск. ун-та. Серия 1: Матем. Мех. 2016. Т. 71. № 3. С. 25 – 31.
6. *Буров А. А., Никонов В. И.* Об устойчивости и ветвлении стационарных вращений в плоской задаче о движении взаимно гравитирующих треугольника и материальной точки // Нелинейная динамика. 2016. Т.12. № 2. С. 179 – 196.
7. *Burov A. A., Nikonov V. I.* Dynamics of a triple asteroid and a massive point, subjected mutual attraction // 2016 International Conference Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy’s Conference), 1–3 June 2016. IEEE. 2016. P. 1 – 4.