

## ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации И. С. Шилина  
“Аттракторы Милнора и их устойчивость”,  
представленной на соискание учёной степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 01.01.02 —  
дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное  
управление

Диссертация И. С. Шилина посвящена исследованию свойств глобальных аттракторов динамических систем. Первые определения аттрактора появились в 60-е годы прошлого века, и с тех пор было предложено довольно много различных определений. Джон Милнор в 1985-м году первым, по-видимому, предложил определение аттрактора, использующее наличие на фазовом пространстве — гладком многообразии — естественной (не обязательно инвариантной) меры Лебега: идея была в том, чтобы ограничиться рассмотрением предельного поведения большинства точек фазового пространства, пренебрегая множеством начальных условий, имеющим нулевую меру. Определение, которое использует в своей диссертации И. С. Шилин, выглядит следующим образом: аттрактором Милнора непрерывного отображения компактного метрического пространства с мерой называется наименьшее замкнутое подмножество, содержащее  $\omega$ -предельные множества почти всех точек. Однако основные результаты работы применимы и для некоторых других определений аттракторов, например, для *статистических* и *минимальных* аттракторов.

Основные результаты диссертации касаются неустойчивости аттракторов Милнора по Ляпунову и изложены в разделах 2, 3. Хорошо известно, что аттрактор Милнора может не быть устойчивым по Ляпунову, — этот факт отмечен Дж. Милнором в той же статье, в которой дается определение. Замечательное открытие И. С. Шилина состоит в том, что неустойчивость аттракторов Милнора по Ляпунову является локально топологически типичным явлением, тесно связанным с другим хорошо известным динамическим феноменом — сосуществованием счетного числа периодических стоков. Основная идея состоит в том, что если периодические стоки, заведомо лежащие в аттракторе, накапливаются к гиперболическому седлу, на его неустойчивом многообразии сколь угодно близко к аттрактору могут образоваться блуждающие точки, уходящие от аттрактора на отдаленное от нуля расстояние, что противоречит устойчивости.

Первый результат говорит о связи между явлением Ньюхауса и локальной топологической типичностью неустойчивости аттракторов. Доказано, что если в некоторой области пространства диффеоморфизмов плотны диффеоморфизмы с гомоклиническим касанием для гиперболического продолжения 2-сжимающего периодического седла, то в этой области топологически типичны диффеоморфизмы с неустойчивыми по Ляпунову аттракторами Милнора. Отсюда, в частности, следует (с использованием результата Дж. Палиса и М. Вианы, обобщающего двумерный результат Ш. Ньюхауса), что в  $\text{Diff}^2$  вблизи любого  $C^2$ -диффеоморфизма с гомоклиническим касанием для 2-сжимающего седла существует область, в которой аттракторы топологически типичных диффеоморфизмов неустойчивы по Ляпунову.

Второй результат касается глобально топологически типичных  $C^1$ -диффеоморфизмов замкнутых многообразий: если у топологически типичного  $C^1$ -диффеоморфизма есть гомоклинический класс, не допускающий расщепления с доминированием, то аттрактор Милнора неустойчив или для самого этого диффеоморфизма, или для обратного к нему.

Эти результаты имеют принципиальное значение для всей теории аттракторов. Если бы я получил их, то я бы ими гордился. Я счастлив, что они получены моим учеником.

В разделе 4 показано, что в топологически типичном случае, если  $C^1$ -диффеоморфизм является равномерно гиперболическим, то его аттрактор Милнора, как и в  $C^2$ -случае, совпадает с объединением притягивающих гиперболических базисных множеств из спектрального разложения, а следовательно, устойчив по Ляпунову. Также в диссертацию входят результаты, касающиеся структуры и устойчивости по Ляпунову аттракторов Милнора ступенчатых косых произведений над сдвигом Бернулли — им посвящен раздел 5. Это очень хорошие результаты, украшающие работу.

Считаю, что диссертация “Аттракторы Милнора и их устойчивость” удовлетворяет требованиям “Положения о порядке присуждения учёных степеней” Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации, а её автор Шилин Иван Сергеевич заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Научный руководитель,  
доктор физико-математических наук,  
профессор факультета математики  
ФГАОУ ВО НИУ ВШЭ,  
профессор кафедры дифференциальных уравнений  
механико-математического факультета ФГБОУ ВО  
«Московский государственный университет  
имени М. В. Ломоносова»

Ильяшенко Юлий Сергеевич

117312, Москва, ул. Вавилова, д. 7, НИУ ВШЭ, факультет математики,  
e-mail: yuilyashenko@hse.ru, тел.: +7(495) 772-9590 доб. 44422

или

119991, Москва, Ленинские горы, МГУ, Главное здание,  
механико-математический факультет, кафедра дифференциальных уравнений,  
тел.: +7(495)939-16-31

Подпись профессора Ю.С. Ильяшенко заверяю  
И.о. декана механико-математического факультета МГУ  
Профессор

05.09.20



В.Н. Чубариков