

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Санкт-Петербургское отделение
Математического института им. В. А. Стеклова
Российской академии наук
(ПОМИ РАН)

191023 Санкт-Петербург, наб. р. Фонтанки, 27
тел. (812) 312-40-58, факс (812) 310-53-77
e-mail: admin@pdmi.ras.ru

ИНН 7825351570 КПП 784101001

31.10.2016

№ 11102/33/02-2171

На _____ от _____

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор Федерального
государственного бюджетного
учреждения науки Санкт-
Петербургского отделения
Математического института
им. В. А. Стеклова Российской
академии наук

член-корреспондент РАН

С.В.Кисляков



ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ
ФГБУН Санкт-Петербургское отделение

Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук
на диссертационную работу Тихонова Юлия Васильевича
КЛАССЫ СИНГУЛЯРНЫХ ФУНКЦИЙ
В РАЗЛИЧНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ,
представленную к защите на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.01 —
вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Изучение сингулярных функций — небольшой, но важный и интересный раздел теории функций. Такие функции нередко встречаются в приложениях. В этой области работали и работают как отечественные, так и зарубежные ученые — R.S. Strihartz, М.З. Соломяк, В.Ю. Протасов, И.А. Шейпак, M.L. Lapidus и другие. Поэтому тема диссертации Ю.В. Тихонова является актуальной.

Основное содержание диссертации касается аппроксимации сингулярных функций, в том числе самоподобных, кусочно постоянными в различных нормах. Также изучается спектральная задача Штурма — Лиувилля с весом из класса самоподобных мультипликаторов.

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. В кратком введении определены цели работы, дается анализ имеющейся литературы и обзор результатов диссертации.

В первой главе доказан критерий сингулярности неубывающей функции f в терминах скорости сходимости ее аппроксимаций кусочно постоянными в метрике L_p (ранее такой критерий для метрики L_2 был установлен в работе А.А. Владимирова — И.А. Шейпака). Кроме того, дана оценка размерности Хаусдорфа меры Sdf в терминах скорости сходимости. Интересно было бы распространить эти результаты на многомерный случай, используя равноизмеримые перестановки функций.

Вторая глава диссертации является вспомогательной и содержит известные сведения о конструкции (аффинно) самоподобных функций.

В третьей главе установлен точный порядок аппроксимации самоподобных сингулярных функций кусочно постоянными в терминах параметров самоподобия, а также получены соответствующие оценки хаусдорфовой размерности меры.

В четвертой главе приводится пример, показывающий, что оценка скорости сходимости, полученная в первой главе, является точной, и в пределах этой оценки скорость аппроксимации может быть произвольной.

Наконец, в пятой главе рассматривается класс самоподобных мультипликаторов из пространства H^1_0 в H^{-1} на отрезке, изучается спектр задачи Штурма — Лиувилля с весом из этого класса и, в частности, выделяется семейство весов, для которых соответствующий спектр является абсолютно непрерывным. Распространение последнего результата на более общие самоподобные мультипликаторы представляет большой интерес.

Однако именно к этой главе диссертации можно адресовать существенные претензии. Фактически основные результаты параграфов 5.1 и 5.2 — теоремы 43 и 44, доказываемые на шести страницах и внесенные в раздел «Научная новизна», — являются простыми следствиями критерия Макенхаупта, обобщенного позднее Мазьей и Розиным, см., напр., §1.3 монографии В.Г. Мазьи «Пространства Соболева» 1985 года. Представляется, что в диссертации, выполненной и защищаемой на механико-математическом факультете МГУ, могло бы быть проявлено большее знание классических результатов теории функций.

Имеются также некоторые замечания по оформлению диссертации. При цитировании монографий следует давать более точные ссылки — на параграф или в крайнем случае на главу. Очень странно выглядит сбой нумерации страниц, которая при форматировании в TEXe должна выполняться автоматически. Имеются в диссертации и опечатки, перечисление которых смысла не имеет.

Несмотря на эти замечания, оценка диссертации в целом остается положительной. Автором получены оригинальные результаты, имеющие теоретическую ценность и вносящие вклад в развитие конструктивной теории функций и спектральной теории дифференциальных операторов. Тема диссертации актуальна, а положения и выводы, содержащиеся в ней, являются новыми (за исключением указанного выше) и полностью обоснованными. Ю.В. Тихонов продемонстрировал владение методами теории функций вещественной переменной и техникой масштабирующих уравнений.

Результаты диссертации опубликованы в трех статьях в журналах, включенных в перечень ведущих рецензируемых научных изданий ВАК. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

С диссертацией Ю.В. Тихонова рекомендуется ознакомиться в Математическом Институте им. В.А. Стеклова РАН, Московском, Санкт-Петербургском и Новосибирском государственных университетах.

Диссертация «Классы сингулярных функций в различных функциональных пространствах» является завершенным научным исследованием и удовлетворяет требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям по физико-математическим наукам, а её автор Тихонов Юлий Васильевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании Лаборатории математической физики ФГБУН Санкт-Петербургского отделения Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук 31 октября 2016 г.

Зав. Лабораторией математической физики
доктор физ.-мат. наук, профессор
01.01.02, *seregin@pdmi.ras.ru*
тел. +7-812-313-49-59


Г.А. Серегин