

ОТЗЫВ

официального оппонента Артамонова Никиты Вячеславовича на диссертацию Тихонова Юлия Васильевича «КЛАССЫ СИНГУЛЯРНЫХ ФУНКЦИЙ В РАЗЛИЧНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности

01.01.01. – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Исследование сингулярных функций берет своё начало с работ А. Лебега по теории меры и разложению монотонной непрерывной функции в сумму абсолютно непрерывной и сингулярной компонент. Первоначально непрерывные сингулярные функции (производная которых равна нулю почти всюду) приводились как примеры функций вещественной переменной с «экзотическими» свойствами (функции Кантора, Салема, Минковского и др.). Однако долгое время систематического исследования свойств таких функций не проводилось.

С развитием компьютерных технологий возник интерес к важному классу сингулярных функций – самоподобным функциям с фрактальными свойствами. Такие классы сингулярных функций рассматривались в работах Р.С. Стрихартца, Ж. де Рама, В.Ю. Протасова. Приложения самоподобных функций к спектральной теории дифференциальных операторов с сингулярными коэффициентами (в первую очередь оператор Штрума-Лиувилля) и к случайным процессам рассматривались в работах М.В. Берри, М.Л. Лапидуса, Дж. Кигами, Дж. Броссара, Р. Кармона, М.Левитина, Д.Васильева, М.З. Соломяка, Е.А. Вербицкого, И.А. Шейпака, А.И. Назарова, А.А. Владимирова и ряда других. В частности, были получены результаты об асимптотике и характере спектра для таких операторов. Исследования свойств сингулярных функций привели к необходимости изучить вопрос о скорости их приближения, в частности, кусочно-постоянными неубывающими функциями в различных пространствах.

Диссертация Тихонова Ю.В. является дальнейшим развитием указанных работ и посвящена исследованию свойств сингулярных функции в терминах скорости приближения кусочно-постоянными, описанию пространства мультипликаторов и множества самоподобных функций в нём, исследованию спектральных свойств оператора Штрума-Лиувилля с самоподобным сингулярным весом.

Диссертация состоит из введения, пяти глав и списка литературы. В первой главе для неубывающей на $[0, 1]$ функции получен критерий сингулярности в терминах скорости её приближения кусочно-постоянными функциями в пространствах $L_p[0, 1]$, критерий дискретности в терминах скорости её приближения кусочно-постоянными функциями в пространствах $L_\infty[0, 1]$ и оценка размерности Хаусдорфа меры Лебега-Стилтьеса В третьей главе получены двусторонние оценки на скорость приближения неубывающей на $[0, 1]$ самоподобной функции положительного спектрального порядка кусочно-постоянными функциями. В четвёртой главе строятся примеры сингулярных функций, которые приближаются кусочно-постоянными с произвольной скоростью. В пятой главе исследовано пространство мультипликаторов из $\overset{\circ}{W}_2^1[0, 1]$ в $\overset{\circ}{W}_2^{-1}[0, 1]$ и получен критерий принадлежности обобщённой производной самоподобной функции этому пространству мультипликаторов. Исследованы спектральные свойства задачи $-y'' = \lambda \rho y$ с условиями Дирихле, где ρ – обобщённая производная самоподобной функции.

В диссертации присутствуют ряд недостатков. В автореферате присутствуют опечатки, например на стр. 1 в названии работы А. Лебега и стр. 8 в предпоследней

строке. На стр. 6 автореферата и на стр. 12 во Введении утверждается, что в диссертации установлено, то множество \mathcal{D}_N неубывающих функций, принимающих не более N значений, компактно в $L_p[0, 1]$. Однако в самой диссертации это утверждение нигде не доказывается и, более того, оно неверное. В диссертации доказывается (Утверждение 9, стр. 21), что множество \mathcal{D}'_N равномерно ограниченных неубывающих функций, принимающих не более N значений, является компактом в $L_p[0, 1]$.

На стр. 24 присутствует целый ряд опечаток: везде интервал c_i должен быть заменён на d_i . При формулировке Теоремы 23 на стр. 32 (Теорема 3 на стр. 7 в автореферате) следовало бы явно указать, что степенная скорость $\alpha \geq 1$ (при доказательстве теоремы это предполагается без указания почему).

При формулировке Теоремы 43 на стр. 58 (Теорема 6 на стр. 9 автореферата) было удобнее вместо $L_{2\theta}$ написать L_p и считать, что $p \geq 2$.

Есть замечания к оформлению текста диссертации. Глава 2 состоит всего из 4 страниц (с 37 по 40). Не было необходимости содержащийся в ней вспомогательный материал оформлять в виде отдельной главы, а можно было бы добавить как раздел к следующей главе. Нумерация теорем в диссертации не соответствует нумерации теорем в автореферате. Автору следовало бы использовать отдельную нумерацию для теорем, лемм и др., а не сплошную нумерацию.

Однако указанные недостатки не снижают ценность диссертации. Полученные результаты, несомненно, имеют важное значение для теории функций вещественной переменной и спектральной теории оператора Штурма-Лиувилля.

Результаты диссертации опубликованы в открытой печати, по теме диссертации опубликовано 4 работы, из них две работы в журналах перечня ВАК. Автореферат в целом правильно отражает содержание диссертации с учётом предыдущих замечаний. Результаты диссертации прошли апробацию на международных конференциях.

На основании изложенного считаю, что диссертация Тихонова Юлия Васильевича удовлетворяет требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент: кандидат физ.-мат. наук, 01.01.01, доцент, заведующий кафедрой Математики, эконометрики и информационных технологий, ФГАБОУ ВО «Московский государственный институт международных отношений (университет) Министерства иностранных дел Российской Федерации».

Адрес: 119454, Москва, пр. Вернадского 76, МГИМО МИД России, кафедра Математики, эконометрики и информационных технологий. Тел. +7(495)434-60-56, электронная почта: artamonov@inno.mgimo.ru

Артамонов Н.В.

17 ноября 2016 г.

