

"УТВЕРЖДАЮ"

декан Механико-математического
факультета ФГБОУ ВО

«МГУ имени М.В. Ломоносова»

доктор физико-математических наук,
профессор

«27» *М.В.* *апр.* 2016 г.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**кафедры высшей геометрии и топологии Механико-математического факультета
ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»**

по диссертации Оганесяна Вардана Спартаковича

«Геометрия коммутирующих дифференциальных операторов ранга 2»

на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.04 – геометрия и топология

Диссертация Оганесяна Вардана Спартаковича «Геометрия коммутирующих дифференциальных операторов ранга 2» **выполнена** на кафедре высшей геометрии и топологии механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

В 2013 г. окончил ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» **по специальности «Математика»**, аспирант 3-года обучения (2013-2016) кафедры высшей геометрии и топологии механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Удостоверение № 2650 сдаче кандидатских экзаменов **выдано в 2016 году** отделением математики механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Научный руководитель Мохов Олег Иванович д.ф.-м.н., профессор кафедры высшей геометрии и топологии механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Присутствовали: зам. зав. кафедрой, к.ф.-м.н., доцент Д.В. Миллионщиков, чл.-корр. РАН, профессор В.М. Бухштабер, д.ф.-м.н., профессор А.А. Гайфулин, д.ф.-м.н., профессор П.Г. Гриневич, д.ф.-м.н., профессор С.М. Гусейн-Заде, д.ф.-м.н., профессор И.А. Дынников, д.ф.-м.н., профессор В.М. Мануйлов, д.ф.-м.н., профессор А.С. Мищенко, д.ф.-м.н., профессор О.И. Мохов, д.ф.-м.н., профессор Т.Е. Панов, Е.В. Троицкий, к.ф.-м.н., доцент Л.А. Алания, к.ф.-м.н., доцент Е.А. Морозова, к.ф.-м.н., доцент С.В. Смирнов, к.ф.-м.н., ст. преп. Д.В. Гугнин, к.ф.-м.н.

Повестка дня: обсуждение диссертационной работы аспиранта кафедры высшей геометрии и топологии механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» Оганесяна Вардана Спартаковича «Геометрия коммутирующих дифференциальных операторов ранга 2», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топологи.

Слушали: доклад диссертанта Оганесяна Вардана Спартаковича.

Представленная работа является исследованием в области коммутирующих дифференциальных операторов.

Целью настоящей работы является изучение коммутирующих дифференциальных операторов ранга 2 и их совместных собственных функций. Перед автором возникли следующие задачи:

1. Найти новые коммутирующие дифференциальные операторы ранга 2 с полиномиальными коэффициентами со спектральной кривой произвольного рода;

2. Найти общие собственные функции коммутирующих операторов ранга 2 с полиномиальными коэффициентами хотя-бы в одной точке спектральной кривой;

3. Найти необходимые, а в некоторых случаях и достаточные, условия на функцию $u(x)$, такие что оператор $L = \partial_x^4 + u(x)$ коммутирует с оператором M порядка $4g+2$;

Эти задачи успешно решены автором в данной работе.

Диссертация состоит из введения, двух глав и списка цитируемой литературы.

Во введении дано краткое изложение содержания диссертации и даны базовые определения.

В главе 1 приводятся основные конструкции, теоремы, определения и обозначения теории коммутирующих операторов, используемые в работе.

Основные результаты автора изложены во второй главе диссертации. В первом параграфе второй главы получены новые примеры коммутирующих операторов ранга 2 с полиномиальными коэффициентами для гиперэллиптических спектральных кривых произвольного рода.

Во втором параграфе второй главы явно найдены общие собственные функции коммутирующих операторов из первого параграфа в случае рода 1 в точках ветвления.

В третьем параграфе второй главы рассмотрен оператор $L = \partial_x^4 + u(x)$ и найдены необходимые условия на функцию $u(x)$, такие что оператор L коммутирует с некоторым оператором M порядка $4g+2$. Приведены примеры и исследованы общие собственные функции операторов L и M .

В качестве рецензента выступил д.ф.-м.н., профессор П.Г. Гриневич. Он отметил, что задача поиска новых коммутирующих дифференциальных операторов является одной из самых важных в теории интегрируемых систем. А поиск общих собственных функций коммутирующих операторов ранга 2 очень сложной и интересной задачей. Он поддержал рекомендацию диссертации к защите.

В дискуссии приняли участие профессор В.М. Бухштабер. В.М. Бухштабер задал вопрос, какие функции Гойна являются общими собственными функциями найденных диссертантом коммутирующих операторов. Диссертант ответил, что в работе найденные собственные функции выражаются через конфлюэнтные функции Гойна с особенностями в 0, 1 и в бесконечности. В. М. Бухштабер поинтересовался могут ли другие конфлюэнтные функции Гойна быть общими собственными функциями. Диссертант ответил, что можно подобрать коэффициенты необходимым образом и получить другие конфлюэнтные функции Гойна. В.М. Бухштабер высказал мнение, что диссертация удовлетворяет требованиям предъявляемым к диссертациям и поддержал рекомендацию диссертации к защите.

Научный руководитель д.ф.-м.н., профессор. О.И. Мохов отметил актуальность тематики, высокую степень самостоятельности диссертанта, а также новизну и содержательность представленных результатов.

По итогам обсуждения принято следующее заключение:

Представленная диссертация является самостоятельно выполненной, законченной

научно-исследовательской работой, посвященной решению актуальных задач в области коммутирующих операторов и интегрируемых систем.

Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, получены лично автором, являются новыми и обоснованы в виде строгих математических доказательств. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками.

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Найдены новые коммутирующие дифференциальные операторы ранга 2 и с полиномиальными коэффициентами и спектральной кривой произвольного рода;
2. Найдены общие собственные функции коммутирующих операторов ранга 2 с полиномиальными коэффициентами в точках ветвления спектральной кривой рода 1;
3. Найдены необходимые, а в некоторых случаях и достаточные, условия на функцию $u(x)$, такие что оператор $L = \partial_x^4 + u(x)$ коммутирует с оператором M порядка $4g+2$;

Методы исследования: В диссертации используются фундаментальные результаты теории коммутирующих операторов, классификация коммутирующих операторов, полученная Кричевером, результаты Миронова по самосопряженным коммутирующим операторам ранга 2.

Апробация диссертации:

Результаты диссертации докладывались автором на следующих семинарах механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова:

1. Семинар «Геометрия и интегрируемые системы» под руководством профессора О.И. Мохова неоднократно в 2014-2016 гг.;

Результаты диссертации докладывались на всероссийских и международных конференциях:

1. Международная конференция «Recent Advances in Complex Differential Geometry», Toulouse, France, July 13–22, 2016;
2. Конференция «Ломоносов - 2016», Московский государственный университет, Москва, Апрель 11-15, 2016;
3. Международная конференция «Integrability in algebra, geometry and physics: new trends», Switzerland, July 13–17, 2015;
4. Конференция «Ломоносов - 2015», Московский государственный университет, Москва, Апрель 13-17, 2015;
5. Международная конференция «Дни геометрии в Новосибирске — 2014», Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, 24 — 27 сентября, 2014, Новосибирск;
6. Конференция «Ломоносов - 2014», Московский государственный университет, Москва, Апрель 7-11, 2014;
7. Международная конференция «Вероятность, анализ и геометрия», МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, 30 сентября - 4 октября 2014;
8. Международная конференция «Геометрия и анализ на метрических структурах», Новосибирск, Россия, 4-7 декабря, 2013.

Тема диссертации входит в координационный план РАН.

Регистрационный номер АААА-А16-116070810026-2 «Методы геометрии и топологии.2016-2020», шифр 1.1.12.1 «Классическая математическая физика».

Утверждение темы диссертации состоялось 27 ноября 2015 года, протокол №8.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах автора:

1. Оганесян В. С. Об операторах вида $L = \partial_x^4 + u(x)$ из коммутирующей пары дифференциальных операторов ранга 2 рода g // УМН, 71:3(429) (2016), 201–202.
2. Oganesyanyan V. Explicit characterization of some commuting differential operators of rank 2 // International Mathematics Research Notices (2016), doi: 10.1093/imrn/rnw085.
3. Оганесян В. С. Коммутирующие дифференциальные операторы ранга 2 с полиномиальными коэффициентами // Функциональный анализ и его приложения, 50:1 (2016), 67–75.
4. Оганесян В. С. Общие собственные функции коммутирующих дифференциальных операторов ранга 2 // Матем. заметки, 99:2 (2016), 283–287.
5. Оганесян В. С. Коммутирующие дифференциальные операторы ранга 2 произвольного рода g с полиномиальными коэффициентами // УМН, 70:1(421) (2015), 179–180.

Диссертация к защите представляется впервые.

Диссертация «Геометрия коммутирующих дифференциальных операторов ранга 2» Оганесяна Вардана Спартаковича **рекомендуется к защите** на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология — для защиты на диссертационном совете Д.501.001.84, созданного на базе ФГБОУ ВО МГУ имени М.В. Ломоносова.

Заключение принято на заседании кафедры высшей геометрии и топологии Механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Присутствовали на заседании 16 чел. Результаты голосования: «за» — 16 чел., «против» — нет, «воздержалось» — нет, протокол № 1029 от 27 апреля 2016 года.

Заместитель заведующий кафедрой высшей геометрии и топологии,
к. ф.-м. н, доцент

Д.В. Миллионщиков

Ученый секретарь кафедры высшей геометрии и топологии,
к.ф.-м.н., доцент

С.В. Смирнов