

ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу
Оганесяна Вардана Спартаковича

«Геометрия коммутирующих дифференциальных операторов ранга 2»

на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности
01.01.04 — геометрия и топология

Диссертация Вардана Спартаковича Оганесяна посвящена изучению коммутирующих дифференциальных операторов. Условия коммутации двух обыкновенных дифференциальных операторов эквивалентны очень сложной нелинейной системе дифференциальных уравнений. Первые работы по теории коммутирующих операторов принадлежат Валленбергу, Шурру, Бурхналлу и Чаунди. Бурхналл и Чаунди доказали, что если два дифференциальных оператора коммутируют, то найдется полином от двух переменных, аннулирующий коммутирующие операторы. Каждой точке спектральной кривой соответствует пространство общих собственных функций коммутирующих операторов. Размерность пространства общих собственных функций называется рангом коммутирующей пары. Для почти всех точек кривой размерность пространства общих собственных функций одна и та же. Ранг является общим делителем порядков операторов. Коэффициенты коммутирующих операторов ранга 1 явно выражаются через ζ -функции Римана. Случай ранга больше 1 значительно сложнее. Общая классификация коммутирующих операторов ранга больше единицы была получена Кричевером. Общая форма коммутирующих операторов ранга 2 для произвольной эллиптической кривой была получена Кричевером и Новиковым. Общий вид операторов ранга 3 для произвольной эллиптической кривой был найден Моховым. Более того, примеры коммутирующих операторов рода 1 с полиномиальными коэффициентами были построены для произвольного ранга. При этом даже в тех случаях, для которых были получены явные формулы для общего вида коммутирующих операторов, задача выделения коммутирующих операторов с полиномиальными коэффициентами является нетривиальной и полностью не решена до сих пор. Недавно Миронов разработал новый метод описания самосопряженных коммутирующих

операторов ранга 2 для спектральных кривых произвольного рода, с помощью этого метода им были построены первые явные примеры коммутирующих операторов ранга 2 для спектральных кривых произвольного рода. С использованием этих результатов Моховым были построены явные примеры коммутирующих операторов произвольного ранга для спектральных кривых произвольного рода.

В диссертации В.С.Оганесяна на основе развития конструкции Мирнова получены замечательные, очень сильные, новые результаты в теории коммутирующих операторов ранга 2 для гиперэллиптических спектральных кривых произвольного рода. Автор диссертации найдены новые важные явные примеры коммутирующих операторов ранга 2 с полиномиальными коэффициентами для гиперэллиптических спектральных кривых произвольного рода и получены важные продвижения в решении проблемы классификации самосопряженных коммутирующих операторов ранга 2 с полиномиальными коэффициентами. В некоторых случаях явно найдены общие собственные функции коммутирующих операторов ранга 2 с полиномиальными коэффициентами. Нахождение общих собственных функции коммутирующих операторов ранга больше единицы является хорошо известной и очень сложной задачей. До работ В.С.Оганесяна не было известно ни одного примера таких функций в случае нетривиального ранга и неособой спектральной кривой нетривиального рода.

Кроме того, в диссертации рассмотрен оператор $L = \partial_x^4 + u(x)$. На основе развитой автором очень красивой конструкции найдены необходимые, а в некоторых случаях и достаточные, условия на функцию $u(x)$, такие что оператор L коммутирует с некоторым оператором M порядка $4g + 2$.

Диссертация состоит из введения и двух глав. Во введении дано краткое изложение содержания диссертации. В главе 1 приводятся основные конструкции, теоремы, определения и обозначения теории коммутирующих операторов, используемые в работе.

Основные результаты автора изложены во второй главе диссертации. В первом параграфе второй главы получены новые примеры коммутирующих операторов ранга 2 с полиномиальными коэффициентами для гиперэллиптических спектральных кривых произвольного рода.

Во втором параграфе второй главы явно найдены общие собственные функции коммутирующих операторов из первого параграфа в случае рода 1 в точках ветвления.


В третьем параграфе второй главы рассмотрен оператор $L = \partial_x^4 + u(x)$

и найдены необходимые условия на функцию $u(x)$, такие что оператор L коммутирует с некоторым оператором M порядка $4g + 2$. Приведены примеры и исследованы общие собственные функции операторов L и M .

Все результаты диссертации являются новыми, очень сильными, интересными, важными и получены автором самостоятельно. При их получении автор продемонстрировал высокий математический уровень и преодолел ряд серьезных трудностей. В диссертации используются фундаментальные результаты теории коммутирующих операторов, классификация коммутирующих операторов, полученная Кричевером, результаты Миронова по самосопряженным коммутирующим операторам ранга 2. Результаты диссертации являются существенным вкладом в теорию коммутирующих операторов и теорию интегрируемых систем. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в работах автора. По теме диссертации опубликовано пять научных статей в журналах из списка ВАК. Результаты докладывались на научных семинарах, на российских и международных конференциях.


Считаю, что работа В.С.Оганесяна удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.04 (геометрия и топология), а ее автор безусловно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель
доктор физико-математических наук

 О.И.Мохов
15.04.16

Подпись О.И. Мохова заверяю
И.О. декана механико-математического факультета МГУ
профессор



 В.Н. Чубариков