

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

о диссертационной работе **Оганесяна Вардана Спартаковича**  
«Геометрия коммутирующих дифференциальных операторов ранга 2»,  
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и  
топология

Классификация и построение коммутативных пар (колец) дифференциальных операторов – это классическая фундаментальная проблема. К ней сводится ряд проблем дифференциальной и алгебраической геометрии, дифференциальных уравнений, интегрируемых систем. Начало было положено Валленбергом (1903) и Шуром (1905). В 1922 г. Берчнеллом и Чоунди получен результат, послуживший основой применения в дальнейшем методов алгебраической геометрии: было доказано, что пара коммутирующих обыкновенных дифференциальных операторов связана алгебраическим соотношением. Бейкером предложена программа нахождения таких пар операторов. В 1968 г. в связи с задачами теории алгебр Вейля Диксмье поставил задачу нахождения коммутирующих операторов с полиномиальными коэффициентами и построил пример такой пары. В этом же году появился метод Лакса в теории интегрируемых нелинейных уравнений, благодаря которому задача о коммутирующих парах дифференциальных операторов приобрела совершенно новое значение: они легли в основу большинства схем интегрирования солитонных уравнений. В работе 1974 г. Новиков положил начало алгебро-геометрическим методам решения периодической задачи для солитонных уравнений, причем было введено понятие спектральной кривой, которая в конечнозонном случае является римановой поверхностью конечного рода. В работах 1976-78 гг. Кричевер показал, что пары коммутирующих обыкновенных дифференциальных операторов классифицируются голоморфными расслоениями на римановых поверхностях. Ранг расслоения был назван рангом коммутирующей пары операторов, а род спектральной кривой – ее родом. Кричевером была решена задача явного нахождения коммутирующих пар в случае ранга 1. В 1978-80 гг. в связи с задачами интегрирования физически важного уравнения Кадомцева—Петвиашвили Кричевером и Новиковым решена задача нахождения коммутирующих пар ранга два рода 1, а Моховым в 1982 г. – ранга 3 рода 1. Следующее серьезное продвижение отмечено работами Миронова (2005), впервые построившего примеры коммутирующих пар ранга 2 рода 2, а позднее и произвольного рода (для ранга 2), и Мохова, который затем нашел решения произвольного рода и ранга. Для завершения картины отметим, что в 2007 г. Белов-Канель и Концевич связали рассматриваемую здесь проблему с гипотезой якобиана.

Предметом диссертации В.С.Оганесяна является задача построения пар коммутирующих дифференциальных операторов ранга 2. Каждый новый пример такой пары приводит к новым решениям нелинейных уравнений. Эта задача логично вытекает из всего вышесказанного.

Актуальность исследований, представленных в диссертации В.С.Оганесяна, таким образом не вызывает сомнений.

Диссертация состоит из введения, двух глав и списка литературы.

Введение содержит подробное изложение истории исследований в задаче классификации и построения пар (колец) коммутирующих дифференциальных операторов, постановку задач и формулировку полученных результатов, данные об основных методах исследования, теоретической и практической направленности работы, апробации работы и публикациях по теме диссертации.

Первая глава диссертации содержит предварительные сведения и формулировки известных результатов о классификации коммутирующих дифференциальных операторов рангов 1 и 2, равно как и некоторые подготовительные результаты автора.

Вторая глава содержит основные результаты диссертации. Это нахождение новых пар коммутирующих дифференциальных операторов порядков 4 и  $4g+2$  ( $g$  – натуральное), и тем самым имеющих ранг 2 и произвольный род. При этом автор сумел продвинуться в направлении классификации полиномиальных решений, указав (большей частью гипотетически) необходимые условия получения решений методом Миронова. Для некоторых точек спектра (точек ветвления) им найдены явно и выражены через функции Бесселя и Гойна совместные собственные функции коммутирующих операторов. Это трудная задача, полное решение которой считается безнадежным. Ранее для пар ранга 2 подобных результатов известно не было. Явные выражения имелись для случая ранга 1 в терминах этета-функций.

В целом диссертационная работа содержит решение актуальной трудной задачи – построение пар коммутирующих обыкновенных дифференциальных операторов с полиномиальными коэффициентами порядков 4 и  $4g+2$  ( $g$  – натуральное), ранга 2 и произвольного рода, и явное вычисление их собственных функций для точек ветвления спектральной кривой.

Текст диссертации по существу написан аккуратно и достаточно четко, но в оформлении имеются недостатки, например систематический сдвиг номеров страниц на единицу по сравнению с оглавлением, или неуказание номера тома в ссылке [23] в списке литературы. Указанные недостатки не оказывают влияния на окончательную положительную оценку работы.

Основные результаты диссертации опубликованы своевременно и полно в пяти статьях автора, без соавторов, и многократно докладывались на заседаниях ведущих научно-исследовательских семинаров страны, всероссийских и международных конференциях. Доказательства основных результатов достаточно полные. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут быть использованы в научно-исследовательских институтах и высших учебных заведениях, в том числе в Математическом институте им. В.А.Стеклова РАН, МГУ им. М.В. Ломоносова, НИУ Высшая школа экономики, Институте теоретической и экспериментальной физики и многих других.

Считаю, что диссертационная работа «Геометрия коммутирующих дифференциальных операторов ранга 2» полностью отвечает требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям, представленным на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология, а её автор – Вардан Спартакович Оганесян заслуживает присуждения степени кандидата физико-математических наук.

Ведущий научный сотрудник  
Отдела геометрии и топологии  
Математического института  
им. В.А.Стеклова РАН, д.ф.-м.н

О.К.Шейнман

1 февраля 2017 года.

Подпись д.ф.-м.н. О.К.Шейнмана заверяю  
Ученый секретарь Математического института  
им. В.А.Стеклова РАН, д.ф.-м.н



П.А.Яськов

ФГБУН Математический институт им. В.А. Стеклова  
Российской академии наук, 119991, г. Москва, ул. Губкина,  
д. 8, тел:(8495)9848141\*3960, e-mail: sheinman@mi.ras.ru