

УТВЕРЖДАЮ



Проректор по научной работе
ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский
Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского»

 В.Б. Казанцев

« 05 » декабря 2016 г.

Отзыв ведущей организации

на диссертационную работу Романова Евгения Дмитриевича
«Квазиинвариантные меры и представления группы диффеоморфизмов»,
представленную к защите на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по
специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертационная работа посвящена применению аппарата функционального анализа, в частности методов теории интегрирования в бесконечномерных пространствах и стохастического анализа, для получения мер, квазиинвариантных относительно действия группы диффеоморфизмов, и последующего доказательства неприводимости порождаемых ими унитарных представлений.

Актуальность темы диссертации. Задача получения бесконечномерных представлений для групп, не являющихся локально-компактными, является актуальной задачей теории представлений. Одним из подходов к её решению является построение квазиинвариантных мер, стандартным образом порождающих семейство унитарных представлений. Для группы диффеоморфизмов этот подход впервые применён в работах А.М. Вершика и Р.С. Исмагилова, И.М. Гельфанда, М.И. Граева. Серия работ по поиску представлений группы диффеоморфизмов, в том числе связанных с квазиинвариантными мерами, принадлежит Ю.А. Неретину. Дальнейшее развитие идея построения неприводимых представлений на основе квазиинвариантных мер получила в работах А.В. Косяка. После этого различные варианты квазиинвариантных мер были представлены в работах Е.Т. Шавгулидзе и А.А. Досовицкого, где для построения таких мер использован перенос меры Винера на пространство действия групп. Позднее в статье А.П. Кузьмина данные результаты были усилены, в частности, была доказана квазиинвариантность мер Шавгулидзе относительно более широкого (в смысле гладкости) класса диффеоморфизмов. Таким образом, тема диссертации Е.Д. Романова, безусловно, является актуальной.

Научная новизна и основные результаты диссертации. В работе Е.Д. Романова рассмотрены квазиинвариантные меры и соответствующие им унитарные представления, отвечающие действию группы диффеоморфизмов евклидова пространства произвольной конечной размерности. Кроме того, для подгруппы специального вида в одномерном случае доказана неприводимость полученных представлений. Хотя рассуждения основаны на известной схеме, использованной в работах Е.Т. Шавгулидзе, однако применены они к совершенно новым конструкциям. Так, действие группы рассмотрено на внешнем, по отношению к ней, функциональном пространстве. Это позволяет строить представления на основе меры Винера, параметризованной практически произвольной мерой на вспомогательном пространстве траекторий. Для получения явного выражения производной Радона–Никодима, необходимого для исследования представлений на неприводимость, использована конструкция стохастического интеграла Ито, дающая возможность сформулировать результат в инвариантной форме для диффеоморфизмов более широкого класса гладкости и существенным образом упрощающая

дальнейшие рассуждения.

Диссертация состоит из введения, трёх глав и заключения. Во введении определены цели работы, дан обзор имеющейся литературы и приведены основные результаты диссертации.

В первой главе описана следующая конструкция, позволяющая получить семейство квазиинвариантных мер: сначала предъявляется некоторое функциональное пространство траекторий, действие группы на нём, другое функциональное пространство с мерой Винера на одной компоненте и достаточно произвольными мерами на прочих компонентах, а также биекция, переносящая декларативно заданную меру на исходное функциональное пространство действия группы. Затем предъявляется конструкция семейства унитарных представлений, действующих в гильбертовом пространстве комплекснозначных функций, квадратично интегрируемых по построенной мере. Далее в первой главе приведены достаточные условия сильной непрерывности и неприводимости унитарных представлений такого вида.

Вторая глава посвящена нахождению явного аналитического выражения для производной Радона–Никодима построенной меры. Основным результатом главы является формула производной Радона–Никодима для образа меры Винера под действием рассматриваемой группы. Для вывода этой формулы использован предел конечномерных проекций построенной меры, который существует только в среднеквадратичном по мере Винера и, более того, представим в виде интеграла Ито, рассматриваемого как функционал на траекториях.

В третьей главе все ранее полученные результаты применены для доказательства сильной непрерывности и неприводимости одного из подсемейств построенных представлений. Более точно, взята подгруппа достаточно гладких диффеоморфизмов, у которых в нуле фиксированы значения вместе с первой и второй производными; в сочетании с выбором меры это приводит к рассмотрению представлений положительной полупрямой. Кроме того, в данной главе поставлен вопрос об эквивалентности полученных представлений и предъявлено разбиение на классы заведомо неэквивалентных представлений.

В заключении приводится список основных полученных результатов и возможные направления дальнейших исследований.

Научная и практическая значимость. Диссертация носит теоретический характер. Автором получены оригинальные результаты, имеющие теоретическую ценность и вносящие важный вклад в развитие как функционального и стохастического анализа, так и теории бесконечномерных представлений. Кроме того, методы и результаты данной работы могут применяться для решения задач математической физики, в частности, в теории Янга–Миллса.

Достоверность и полнота опубликования основных результатов диссертации. Все полученные в диссертации результаты сформулированы в виде теорем и снабжены строгими и подробными доказательствами. Основные результаты диссертации опубликованы в 3 статьях в журналах, включённых в перечень ведущих рецензируемых научных изданий ВАК, доложены на профильных конференциях и семинарах. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Критический анализ диссертации. Имеются следующие замечания:

1. Так как автор разделил формулировки и доказательства собственных лемм, работу было бы удобней читать, если бы формулировки этих лемм приводились непосредственно перед использованием (как это сделано с формулировками внешних утверждений).
2. Обозначения, использованные во введении и автореферате, не всегда согласованы с обозначениями из основного текста диссертации. Так, в формулировке теоремы 2.2.1 операция транспонирования обозначается звёздочкой, а во введении в этом же смысле используется литера T (используемая также для хронологической экспоненты).

3. Часть обозначений вводится в глубине текста, что ещё более затрудняет чтение работы.
4. Некоторые из технических лемм (например про дискретное приближение для хронологической экспоненты или про отделимость точек пространства знакопостоянных непрерывных функций) интересны и сами по себе. Поэтому автору следовало бы более подробно описать эти результаты в автореферате.

Заключение о диссертации.

Научные результаты, полученные в диссертации Е.Д. Романова, несомненно, имеют высокий уровень и представляют значительную научную ценность для теории представлений групп диффеоморфизмов. Все это говорит о высокой научной квалификации автора.

Диссертационная работа «Квазиинвариантные меры и представления группы диффеоморфизмов» является завершённым научным исследованием и соответствует всем требованиям «Положения о порядке присуждения учёных степеней» Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации, а её автор, Романов Евгений Дмитриевич, заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв заслушан, обсужден и утвержден на заседании кафедры математической физики и оптимального управления Института информационных технологий, математики и механики ННГУ имени Н.И. Лобачевского, протокол № 4 от 02 декабря 2016 года.


Заведующий кафедрой математической физики
и оптимального управления ИИТММ
ННГУ имени Н.И. Лобачевского,
доктор физико-математических наук,
Адрес: 603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, д. 23.
Телефон: 8-920-024-73-32
Email: m.sumin@mail.ru



Сумин Михаил Иосифович

Отзыв составили:

Доцент кафедры математической физики
и оптимального управления ИИТММ
ННГУ имени Н.И. Лобачевского,
кандидат физико-математических наук,
Адрес: 603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, д. 23.
Телефон: 8-920-024-73-32
Email: olegegalkin@yandex.ru



Галкин Олег Евгеньевич

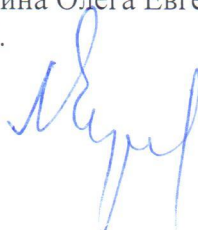
Доцент кафедры математической физики
и оптимального управления ИИТММ
ННГУ имени Н.И. Лобачевского,
кандидат физико-математических наук,
Адрес: 603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, д. 23.
Телефон: 8-920-024-73-32
Email: tatiana.mitryakova@yandex.ru



Митрякова Татьяна Михайловна

Подписи Сумина Михаила Иосифовича, Галкина Олега Евгеньевича
и Митряковой Татьяны Михайловны заверяю.

Ученый секретарь ННГУ



Черноморская Лариса Юрьевна