

## ОТЗЫВ

о диссертации Емельянова Александра Николаевича  
«Эффективные характеристики в моментной теории упругости».

Диссертация Емельянова Александра Николаевича посвящена осреднению уравнений моментной неоднородной теории упругости и вычислению эффективных характеристик композиционных материалов с компонентами, обладающими моментными свойствами. Этой проблеме в настоящее время придаётся очень большое значение в связи с широким распространением материалов с макро, микро и нано размерными включениями. Именно в таких материалах наиболее существенны эффекты моментности. Диссертация, отчасти, представляет собой распространение метода Бахвалова-Победри, применяемого для осреднения периодически неоднородных сред, на случай произвольно неоднородной упругой среды. Наиболее существенной частью работы является вычисление эффективных характеристик неоднородной моментной среды. Проблема вычисления эффективных свойств сведена к решению вспомогательных интегродифференциальных уравнений в области неоднородности. В случае неоднородного по толщине слоя удалось получить приближённое аналитическое решение этих уравнений. В других случаях применялся численный, конечно элементный метод решения вспомогательных интегродифференциальных уравнений.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списков литературы, рисунков, таблиц и двух приложений.

**Во введении** даётся краткий обзор истории создания и развития моментной теории упругости. Устанавливается место настоящей диссертационной работы среди современных работ по теории упругости моментной неоднородной и, в частности, периодически неоднородной среды.

**В первой главе,** наряду с несимметричным тензором напряжений, вводится тензор моментных напряжений. Выводятся уравнения равновесия и движения моментной среды. Исследуется кинематика моментной, или иначе полярной, среды. Рассматриваются определяющие соотношения теории моментной упругости. Дается математическая постановка статических и динамических краевых задач моментной теории упругости неоднородного анизотропного тела.

**Во второй главе** вводятся понятия об исходной и сопутствующей задачах. Дается подробный вывод и детальная проверка интегральной формулы представления решения исходной задачи через решение сопутствующей задачи. После этого, в предположении о гладкости решения сопутствующей задачи, из интегральной формулы получается эквивалентное представление решения исходной задачи в виде рядов по всевозможным производным от решения сопутствующей задачи. Коэффициенты рядов называются структурными функциями. Исследуются общие их свойства и дается обоснование названия «структурные функции». Выводятся рекуррентные последовательности вспомогательных краевых задач для структурных функций. Устанавливаются формулы, по которым свойства сопутствующего тела выражаются через начальные структурные функции. Показано, что в этом случае уравнения для начальных структурных функций представляют собой систему интегро-дифференциальных уравнений, а все последующие уравнения – систему дифференциальных уравнений в частных производных в области неоднородности свойств.

**Третья глава** полностью посвящена понятию эффективных моментных модулей упругости тела из композиционного материала, представляющего собой объединение большого количества одинаковых представительных объемов вещества. Показано, что средние по представительному объёму от силовых и моментных тензоров напряжений, с дроблением структуры,