

**Отзыв научного руководителя Белова Алексея Яковлевича о диссертации  
Митрофанова Ивана Викторовича  
“Алгоритмические проблемы, связанные с морфическими последовательностями”  
представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел**

Работа посвящена ряду важных вопросов, относящихся к исследованию подстановочных систем. В свое время А. Я. Белов совместно с А. Л. Чернятьевым исследовали вопросы, относящиеся к обобщениям последовательностей Штурма. Были описаны (в терминах динамических систем) непериодические сбалансированные последовательности над произвольным алфавитом а также последовательности функция сложности которых есть  $n + \text{const}$ . Эти вопросы были связаны с алгебраической проблематикой (изложенной, например, в монографии А. Я. Белов, В. В. Борисенко, В. Н. Латышев, “Мономиальные алгебры”, Алгебра – 4, Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз., 26, ВИНТИ, М., 2002, 35–214). Основным результатом было описание множества слов, возникающих из перекладывания отрезков. Описание было сделано в терминах размеченных графов Рози. Почти одновременно и независимо (но чуть позднее) для перекладываний с дополнительным условием IDOS и только с сохранением ориентации в других терминах критерий был получен известными французскими специалистами С. Ференци и Л. Замбони. Перекладывание отрезков (вверенное акад. В. И. Арнольдом) описывает бильярды с рациональными углами а также потоки на поверхностях (если разрезать поверхность на части то можно рассмотреть разрезы и отображение возвращения, являющееся перекладыванием отрезков). Диссертация А. Л. Чернятьева (под руководством А. В. Михалева и А. Я. Белова) защищалась здесь, на Мехмате.

Поворот окружности связан с перекладыванием двух отрезков. Подстановочные системы, которые здесь возникают связаны только с квадратичными иррациональностями, хотелось бы провести исследование случая высших иррациональностей. Отталкиваясь от исследования эволюции графов Рози, с одной входящей и одной исходящей развилки, связанных с последовательностями Штурма (содержавшегося в диссертации А. Л. Чернятьева), естественно изучить произвольные графы. И если периодичность возникающих форм для одноразвилковых систем была равносильна морфичности последовательности, то естественно получить аналогичный результат и в общем случае. И такой результат, являющимся развитием направления, заданного теоремой Вершика-Лившица и обобщающий ее, был получен диссертантом совместно с А. Я. Беловым. Отметим, что диссертант получил многомерную версию теоремы Вершика-Лившица, а многомерный аналог основного технического результата статьи пока не получился и не ясно, насколько это возможно.

Тем самым получились глобальные описания подстановочных систем возникающих при перекладывании отрезков, связанные с алгебраическими числами любой степени.

Благодаря направлению, заданному теоремой Вершика-Лившица удалось решить известные вопросы, поставленные в монографии Ан. А. Мучник, Ю. Л. Притыкин, А. Л. Семенов, “Последовательности, близкие к периодическим”, УМН, 64:5(389) (2009), 21–96. Эти вопросы относятся к алгоритмической разрешимости проверок периодичности и почти периодичности морфических систем. Крайне важные результаты в данном направлении были получены Ю. Л. Притыкиным и М. А. Раскиным – учениками акад. А. Л. Семенова (их диссертации защищались здесь, на Мехмате). Данный результат был получен независимо Ф. Дюрандом (который ссылается на работы диссертанта, основные результаты докладывались на конференции в Амьене (Франция), организованной Ф. Дюрандом).

Техника работы схемами Рози, используемая автором, оригинальна и весьма нетривиальна. Работа докладывалась на ряде весьма представительных Всероссийских и международных конференциях, получила хорошую апробацию.

По моему мнению, диссертация Митрофанова Ивана Викторовича "Алгоритмические проблемы, связанные с морфическими последовательностями" является законченной научной работой, тема исследования актуальна, решены два открытых вопроса (один из которых стоял более 30 лет) и ряд важных задач, соответствует всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а сам автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

18.05.2016

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
федеральный профессор математики,  
ФГАОУ ВПО «Московский физико-технический  
институт (государственный университет)»,  
профессор кафедры дискретной математики

*А. Я. Белов*

А. Я. Белов

Подпись А. Я. Белова удостоверяю

ЗАВЕРЯЮ  
УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ  
МФТИ  
Ю. И. СКАЛЬКО

ФГАОУ ВПО «Московский физико-технический  
институт (государственный университет)»,  
141700, Московская область,  
г. Долгопрудный, Институтский пер. 9,  
web-сайт [www.mipt.ru](http://www.mipt.ru),  
тел. +7 (495) 408-45-54,  
e-mail [info@mipt.ru](mailto:info@mipt.ru).

