

ОТЗЫВ

официального оппонента д.ф.-м.н. Васильева Алексея Алексеевича
на диссертацию Давлетшина Марса Наилевича
«Некоторые аспекты неустойчивости в гамильтоновой динамике»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.01 «Теоретическая механика»

Диссертация Давлетшина М. Н. посвящена двум классам задач устойчивости в гамильтоновых системах. Каждому классу посвящена соответствующая глава диссертации. Работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы.

В первой главе рассматриваются так называемые g -периодические траектории механических систем $x(t)$, для которых для всех t выполнено условие $x(t+T)=gx(t)$. Здесь g – диффеоморфизм конфигурационного пространства, T – период траектории. Это одно из самых естественных обобщений понятия периодической траектории. Для таких траекторий в работе получено обобщение формулы Хилла, связывающей характеристический многочлен оператора монодромии и гессиан функционала действия, т.е. геометрические и динамические свойства траектории. Первая версия формулы Хилла для периодического решения была получена Дж. У. Хиллом для линейного неавтономного дифференциального уравнения второго порядка с периодической по времени правой частью. Важность формулы Хилла определяется тем, что она позволяет во многих задачах сделать вывод об орбитальной неустойчивости периодических траекторий. Позже были открыты аналоги формулы Хилла для периодических решений дискретных систем и произвольных лагранжевых систем на многообразиях. Имеется обзор С.В. Болотина и Д.В. Трещева (2010), посвященный дискретной и непрерывной версиям формулы Хилла, в котором приводятся приложения формулы к исследованию орбитальной устойчивости периодических траекторий. В диссертации М.Н. Давлетшина обе версии формулы Хилла (дискретная и непрерывная) обобщены на случай g -периодических траекторий лагранжевых систем. Дискретному и непрерывному случаю посвящены соответствующие разделы первой главы диссертации. Как и в периодическом случае, обобщенная формула Хилла связывает геометрические и динамические свойства g -периодических траекторий. Из обобщенной формулы Хилла получены достаточные условия орбитальной неустойчивости рассматриваемых траекторий. Кроме того, в первой главе рассмотрены некоторые условия вырождения дискретной и непрерывной версий формулы – например, при наличии непрерывной группы симметрий – и получены редуцированные формулы, содержащие нетривиальную информацию о траектории.

Вторая глава диссертации посвящена проблеме диффузии Арнольда в априори неустойчивом случае. Основным результатом здесь является доказательство возможности пересечения диффузионной траекторией резонансов низкого порядка или сильных резонансов в случае, когда число степеней свободы системы, соответствующих медленному переменному, больше одной. Доказана типичность этого явления в соответствующем функциональном пространстве возмущений и получена оценка скорости диффузии. С точностью до некоторых технических условий (возмущение в гамильтониане в первом порядке выбрано имеющим тригонометрический вид), результаты второй главы завершают доказательство типичности диффузии Арнольда в априори неустойчивых системах, начатое в работе Д. В. Трещева 2012 года. Доказательства некоторых вспомогательных утверждений вынесены в приложение (раздел 2.6).

К достоинствам диссертации следует отнести ясный стиль изложения, хорошую структурированность работы. Изложение ведется на высоком математическом уровне строгости, представлены подробные доказательства всех основных результатов. Автор демонстрирует высокий уровень владения математической техникой.

Недостатки работы носят, скорее, второстепенный характер. В диссертации и автореферате присутствуют опечатки и погрешности против русского языка. Например, оборот «так называемый» всюду в тексте выделен ненужными запятыми. Есть неточности в ссылках на разделы диссертации. Например, в автореферате (стр.5) сказано: «дискретному и непрерывному случаям посвящены первый и второй разделы первой главы». На самом деле, первый и второй разделы посвящены дискретному случаю, а третий и четвертый – непрерывному. Аналогичные неточности есть также на стр. 7 автореферата и стр. 8 текста диссертации. Можно также заметить некоторую непоследовательность в изложении содержания диссертации в автореферате и Введении диссертации. Так, перед формулой (0.0.3) определяется h , которое в саму формулу в явном виде не входит. В формуле (0.0.4) фигурируют величина ρ и гессиан H_ρ , определение которых в этом месте отсутствует и появляется только в соответствующем месте основного текста работы (стр. 20). Не столько замечание, сколько пожелание на будущее состоит в том, что, может быть, стоило кратко изложить основные результаты работы на «физическом» уровне строгости, с использованием примеров, подобных Примеру 1.1.1 (волновод). Это могло бы расширить круг потенциальных читателей работы.

Указанные недостатки ни в коей степени не умаляют общую высокую оценку диссертации.

Список литературы достаточно полно отражает современное состояние исследуемых задач.

Все указанные результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми. Впервые получена обобщенная формула Хилла для g -периодических траекторий. Также впервые доказано наличие диффузии Арнольда в типичных многомерных априори неустойчивых системах вблизи резонансов низкого порядка для возмущений, являющихся в первом приближении тригонометрическими полиномами от переменных «угол».

Все выносимые на защиту результаты достаточно полно отражены в опубликованных статьях. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

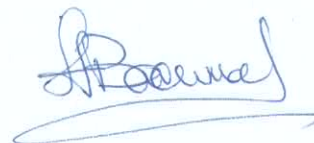
На основании вышеизложенного можно заключить, что диссертация М.Н. Давлетшина «Некоторые аспекты неустойчивости в гамильтоновой динамике» полностью соответствует критериям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 №842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор Давлетшин Марс Наилевич заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 «Теоретическая механика».

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук
заведующий лабораторией теоретической
гидрофизики, нелинейных и неравновесных
процессов в космической среде (511),
Федерального государственного
бюджетного учреждения науки

«Институт космических исследований» РАН (ИКИ РАН).

Почтовый адрес: 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная 84/32,

телефон +7(495) 333-53-46, факс +7(495) 333-12-48, email valex@iki.rssi.ru



Васильев А.А.

Подпись А.А.Васильева заверяю.

Ученый секретарь ИКИ РАН,
д.ф.-м.н.



Захаров А.В.

20.01.2017