

## Отзыв

Научных руководителей о диссертации  
Чернавской Екатерины Александровны  
“Предельные теоремы для бесконечноканальных систем с тяжелыми  
хвостами распределений времен обслуживания”, представленную на  
соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория  
вероятностей и математическая статистика.

В диссертационной работе Е.А. Чернавской изучаются системы обслуживания с бесконечным числом каналов, так что приходящее в систему требование сразу начинает обслуживаться. Подобные модели часто возникают в приложениях, например, в биологии, при описании транспортных потоков на дорогах, при оценке количества ожидающих посадки воздушных судов в районе аэропорта и т.д. Кроме того, как отмечено А.А.Боровковым, эти модели могут использоваться как приближение систем с конечным, но большим числом каналов.

Была поставлена задача асимптотического анализа с ростом времени числа требований в системе, когда среднее время обслуживания равно бесконечности. Насколько нам известно, для систем с конечным, но большим единицы, числом каналов эта проблема в литературе пока не обсуждалась. Традиционные предельные теоремы касаются поведения очереди, когда коэффициент загрузки  $\rho > 1$  или  $\rho \uparrow 1$ . Для бесконечноканальной системы упомянутая задача решена Капланом (N.Kaplan) в 1975г. для системы с рекуррентным входящим потоком. В работе Чернавской Е.А. изучаются системы с более общими потоками, что привело к значительному усложнению доказательств предельных теорем.

Первая глава посвящена системам с дважды стохастическим пуассоновским входящим потоком, случайная интенсивность которого – стационарный процесс. На основе выражения для характеристической функции изучаемого процесса с помощью довольно сложных оценок и выкладок устанавливаются закон больших чисел и центральная предельная теорема. Эти доказательства не следуют из работы Н.Каплана, но и не являются его обобщением. Обобщает эти результаты на весьма широкий круг входных потоков следующая глава, в которой изучаются системы с регенерирующим входным потоком и распределением времени обслуживания, хвост которых относится к классу регулярно меняющихся функций. Здесь есть три ступени. Во-первых, мажорирование процесса сверху и снизу, используя системы с групповым поступлением требований. Затем доказательство результатов для этих процессов, что само по себе представляет безусловный интерес. Наконец, с помощью случайной замены времени производится переход к изучаемому процессу  $q(t)$ , представляющему собой число требований в системе в момент  $t$ . Доказательство оказалось неожиданно сложным. Оно использует ряд оценок и неравенств, касающихся, например, отрицательных демимартингалов.



Модель, рассмотренная в третьей главе достаточно проста, ибо входящий поток – пуассоновский с интенсивностью, зависящей от времени. Для такой модели доказана сходимости конечномерных распределений нормированного и центрированного процесса  $q(tT)$  к конечномерным распределениям гауссовского процесса при  $T \rightarrow \infty, t \in (0,1)$ . Для случая входящего пуассоновского потока постоянной интенсивности доказана функциональная предельная теорема для процесса  $q(tT)$  при  $T \rightarrow \infty, t \in (0,1)$ .

Считаю, что со всеми поставленными задачами Чернавская Е.А. успешно справилась, проявив при этом высокую математическую культуру и любознательность. Ею изучена обширная литература, многие результаты из которой использованы при доказательстве теорем.

Диссертационная работа Чернавской Е.А. является законченным научно-исследовательским трудом и содержит решение задач, имеющих существенное значение для современной теории массового обслуживания. Все результаты получены ею самостоятельно. Считаю, что диссертационная работа отвечает требованиям Положения ВАК, а её автор Чернавская Екатерина Александровна заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Научный руководитель  
доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры теории вероятностей  
механико-математического факультета  
МГУ им. М.В. Ломоносова

Афанасьева Лариса Григорьевна

Научный руководитель  
кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры теории вероятностей  
механико-математического факультета  
МГУ им. М.В. Ломоносова

Баштова Елена Евгеньевна

Подпись Афанасьевой Л.Г. и Баштовой  
Е.Е. удостоверяю, и.о. декана механико-  
математического факультета МГУ им.  
Ломоносова, доктор физико-  
математических наук, профессор



Чубариков Владимир Николаевич