ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу Чернавской Екатерины Александровны

"Предельные теоремы для бесконечноканальных систем с тяжелыми хвостами распределений времен обслуживания",

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика

Актуальность для науки и практики

Работа посвящена асимптотическому анализу распределения числа требований в бесконечноканальной системе обслуживания в предположении, что математическое ожидание времени обслуживания равно бесконечности.

Изучение систем обслуживания с бесконечным числом приборов началось в середине прошлого века и интенсивно продолжается до сих пор. При конечном среднем времени обслуживания, в достаточно общих предположениях, распределение числа требований $q(t)$ в системе в момент t при $t \to \infty$ сходится к некоторому предельному распределению, и в этом случае основное внимание уделяется анализу этого распределения. При этом рассматриваются системы все более сложной структуры, например, системы с ограничениями, прерыванием обслуживания, сети систем и т.д. Значительная часть исследований посвящена доказательству предельных теорем в ситуации высокой загрузки, например, когда интенсивность входящего потока неограниченно растет.

В моделях, изучаемых в диссертации, входящий поток остается неизменным, а рост числа требований в системе возникает из-за тяжелого хвоста распределения времени обслуживания, что приводит к отсутствию его среднего значения. Подобная ситуация рассматривалась Капланом (Kaplan, 1975) для системы с рекуррентным входящим потоком. Новизна предпринятого в диссертации исследования в первую очередь в том, что в качестве входящих потоков рассматриваются более общие процессы (дважды стохастический пуассоновский, регенерирующий), что существенно усложняет задачу и требует применения широкого спектра математических методов, предельных теорем теории вероятностей и теории случайных процессов. Интерес к системам с бесконечным числом приборов вызван не только своеобразием возникающих математических моделей, но и широким кругом возможных приложений. Например, в теории связи, при описании транспортных сетей, в тестировании программного обеспечения и т.д. Кроме того, бесконечноканальные системы могут быть использованы в качестве мажорирующих для многоканальных систем, представляющих собой весьма трудный для анализа объект.

Таким образом, предпринятые в диссертации исследования актуальны и лежат в русле современных проблем теории вероятностей.

Основные научные результаты, их новизна и значимость для науки

Результаты диссертационной работы являются новыми и представляют несомненный интерес, поскольку рассматриваются весьма общие входящие потоки и изучается случай, когда распределение времени обслуживания имеет тяжёлые хвосты.

Диссертации состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, содержащего 102 работы. Всё это занимает 96 стр.

Во введении приводится обзор литературы по данной тематике, поясняются цели диссертации, обосновывается ее актуальность, и приводится описание структуры диссертации.

В первой главе рассматривается бесконечноканальная система с дважды стохастическим пуассоновским входящим потоком, т.е. потоком, интенсивность которого является стационарным в широком смысле случайным процессом. Поскольку при фиксированной траектории этого стационарного процесса входящий поток становится пуассоновским с интенсивностью, зависящей от времени, удается получить выражение для характеристической функции процесса $q(t)$. Используя вид этой характеристической функции проводится асимптотический анализ распределения $q(t)$ при $t \to \infty$. В предположении, что ковариационная функция случайной интенсивности входящего потока убывает достаточно быстро по сравнению с хвостом распределения времени обслуживания, доказаны закон больших чисел (ЗБЧ) и центральная предельная теорема (ЦПТ) для определенным образом нормированного (нормированного и центрированного во втором случае) процесса $q(t)$. Рассматриваются два примера: система, в которой случайная интенсивность входящего потока является регенерирующим случайным процессом, и система с марковски модулированным входящим потоком.

Во второй главе изучаются системы с регенерирующим входящим потоком. Это – потоки достаточно общего вида и таковыми являются большинство процессов, рассматриваемых в теории обслуживания в качестве входящих потоков. Сначала рассматривается процесс q_n с дискретным временем, представляющий собой число требований в системе в момент n-й регенерации входяшего потока, так называемый вложенный процесс. Показано, что q_n сверху и снизу оценивается числом требований в системе, в которой требования поступают группами случайного объема через случайные промежутки времени. На основе анализа характеристической функции установлены ЗБЧ и ЦПТ для системы с групповым поступлением требований, откуда в силу мажорирования следует справедливость этих теорем для вложенного процесса q_n.

Чтобы из предельных теорем для вложенного процесса получить предельные теоремы для самого процесса $q(t)$, автор рассматривает $q_{N(t)}$, где $N(t)$ - номер последнего периода регенерации в момент t. Таким образом, необходимо распространить доказательство на случайную замену времени. Поскольку вложенный процесс описывается суммой случайных величин, то при переходе к $q_{N(t)}$ нужны неравенства для максимума этих последовательных сумм. Но слагаемые являются зависимыми величинами, и поэтому для доказательства неравенств для максимума автору пришлось воспользоваться понятием демимартингала. Затем, с помощью еще нескольких оценок устанавливаются ЗБЧ и ЦПТ для самого процесса $q(t)$. Отметим, что во второй главе в качестве функций распределения времен обслуживания выступают правильно меняющиеся.

В третьей главе делается попытка получить функциональные предельные теоремы. В качестве входящего потока рассматривается пуассоновский процесс. Сначала при определенных условиях доказывается сходимость конечномерных распределений нормированного и центрированного $q(t)$ к гауссовскому процессу с определенной ковариационной функцией. Затем на основе результатов второй главы установлена плотность соответствующих мер, откуда и следует функциональная предельная теорема.

Рекомендации по использованию результатов диссертации

Диссертация носит теоретический характер. Её результаты и разработанные методы могут служить хорошей основой для проведения дальнейших исследований как в теории очередей, так и при исследовании ветвящихся и других случайных процессов.

Общие замечания

Работа в основном написана четко и на хорошем математическом уровне. Тем не менее имеется ряд замечаний к работе.

1) На стр. 32 не очень четко указан вид зависимости между наборами τ_i и $.\xi_i$/
2) Формулировка Замечания 1 не очень удачная, ибо вторая часть не зависит от $\varphi(n)$.
3) Структура главы 2 не очень продумана. Следовало бы в начале главы привести план доказательства. При выбранной структуре изложения читателю не очень понятно для чего в начале исследуются вспомогательные объекты
4) В последней формуле на стр. 32 пропущено одно слагаемое, Но это не влияет на дальнейшее изложение, поскольку при доказательствах это слагаеиое принимается во внимание.
5) Требование существования четвертого моменту величин $.\xi_i$ скорее всего излишне и связано только с применяемым методом..

6) На стр. 34 в самом начале вводится величина M_n , а в середине страницы вводится соответствующее обозначение.
7) Входящий поток иногда называется входным, что не очень хорошо.
8) В автореферате на стр. 7 отсутствует определение величины λ и на стр. 6 говорится, что результаты опубликованы в 12 работах, а в списке в конце приводится только 11 работ. Впрочем, в диссертации указаны все 12 работ.

Заключение

Диссертационная работа в целом представляет несомненный научный и практический интерес, отмеченные недостатки не являются существенными. В работе поставлены интересные проблемы и их решение потребовало от автора владения широким спектром методов теории вероятностей, теории меры, функционального анализа. Доказательства некоторых теорем достаточно сложны и свидетельствуют о высокой математической культуре автора и его способности к глубоким и точным исследования.

Диссертационное исследование соответствует всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по математике, а его автор Чернавская Екатерина Александровна безусловно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

Официальный оппонент:
Пресман Эрнст Львович,
главный научный сотрудник лаборатории
стохастической оптимизации и теории риска
Центрального экономико-математического института РАН,
доктор физико-математических наук (01.01.05),
Адрес: 117418 Москва, Нахимовский проспект, 47.
Телефон: 8 (499) 724-24-56.

Подпись Пресмана Э.Л. удостоверяю
Ученый секретарь ЦЭМИ РАН, к.э.н. А.И. Ставячиков