

УТВЕРЖДАЮ:

Декан механико-математического факультета
ФГБОУ ВО «МГУ имени М.В.Ломоносова»
доктор физико-математических наук, профессор

В.Н. Чубариков



«28» сентября 2016 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова»

Диссертация Цветковой Анны Валерьевны «Геометрические свойства волнового уравнения на графах и сингулярных пространствах постоянной кривизны» по специальности 01.01.04 – геометрия и топология (физико-математические науки) **выполнена** на кафедре дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

В 2013 году соискатель **окончил** ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», механико-математический факультет, **специальность** «Математика», кафедра дифференциальной геометрии и приложений.

Удостоверение о сдаче кандидатских экзаменов № 2671 выдано в 2016 году отделом аспирантуры отделения математики механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова».

Научный руководитель: Андрей Игоревич Шафаревич, ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», механико-математический факультет, кафедра дифференциальной геометрии и приложений; д.ф.-м.н., профессор.

Присутствовали: заведующий кафедрой, академик РАН А.Т. Фоменко; д.ф.-м.н., профессор А.О. Иванов; д.ф.-м.н., профессор А.А. Ошемков; д.ф.-м.н., профессор А.И. Шафаревич; к.ф.-м.н., доцент Д.П. Ильютко; к.ф.-м.н., доцент Е.А. Кудрявцева; к.ф.-м.н., доцент И.М. Никонов; к.ф.-м.н., доцент Г.В. Носовский; к.ф.-м.н., доцент Ф.Ю. Попеленский; к.ф.-м.н., ассистент А.Ю. Коняев; к.ф.-м.н., ассистент И.К. Козлов.

Повестка дня:

Обсуждение диссертационной работы на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук выпускницы аспирантуры кафедры дифференциальной геометрии и приложений Цветковой Анны Валерьевны.

Слушали: Доклад диссертанта.

Представленная работа является исследованием в области геометрических исследований объектов механики и физики. Целями работы являются исследования геометрических свойств

волнового уравнения на простейших сингулярных пространствах постоянной кривизны и однородном дереве.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка публикаций автора по теме диссертации и библиографии, включающей 18 наименований.

Во введении дана история вопроса, обоснована актуальность тематики исследований, которым посвящена работа, приведены основные результаты диссертации и краткое содержание работы.

В первой главе даются предварительные сведения, вводятся необходимые определения и теоремы.

Вторая глава посвящена исследованию задачи Коши для волнового уравнения на простейших декорированных графах постоянной кривизны, а именно, на Евклидовых пространствах и сферах с присоединенным лучом. Получены аналоги формулы Кирхгофа для решения задачи на данных объектах. Также рассмотрены случаи полного отражения волны от поверхностей и полного прохождения волны.

Третья глава посвящена описанию распределения энергии волны, являющейся решением задачи Коши на сингулярном пространстве, состоящем из трехмерного Евклидова пространства с присоединенным лучом, а также на сингулярном пространстве, образованном двумя трехмерными Евклидовыми пространствами, соединенными отрезком.

В четвертой главе рассматриваются операторы Лапласа с обобщенными условиями Кирхгофа на бесконечном однородном дереве. Найдены спектры данных операторов, а также представлены решения задачи Коши для волнового уравнения для каждого из операторов. Описано распределение энергии волны, являющейся решением задачи, при стремлении времени к бесконечности.

В заключении приведены основные результаты и описаны дальнейшие пути исследования.

В качестве рецензента от кафедры выступил кандидат физико-математических наук, доцент Ф.Ю. Попеленский, отметивший актуальность изучения дифференциальных уравнений на сложных геометрических объектах: бесконечных графах и сингулярных пространствах. Доцент Попеленский подчеркнул, что диссертация удовлетворяет требованиям ВАК и предложил рекомендовать диссертацию к защите в диссертационном совете Д.501.001.84.

В дискуссии приняли участие А.О. Иванов, Е.А. Кудрявцева.

Профессор А.О. Иванов попросил докладчика привести примеры унитарных матриц, задающих различные распространения волн на сингулярном пространстве. Соответствующие примеры докладчиком были приведены. Профессор А.О. Иванов поддержал предложение Ф.Ю. Попеленского рекомендовать диссертацию к защите.

Доцент Е.А. Кудрявцева попросила докладчика обосновать выбор самосопряженного расширения для оператора Лапласа на однородном дереве, а также подробнее рассказать о локальном распределении энергии в окрестности вершины дерева. Докладчик привел соответствующие обоснования и исчерпывающе ответил на все вопросы. Доцент Е.А. Кудрявцева также поддержала предложение Ф.Ю. Попеленского рекомендовать диссертацию к защите.

По итогам обсуждения диссертации принято следующее заключение:

Представленная диссертация является самостоятельно выполненной работой. Научные результаты диссертации, выносимые на защиту, получены лично автором, являются новыми и обоснованы в виде строгих математических доказательств. Результаты других авторов, упомянутые в тексте диссертации, отмечены соответствующими ссылками.

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Описание унитарных матриц, задающих неотрицательно определенный оператор Лапласа-Бельтрами на простейших сингулярных пространствах постоянной кривизны.
2. Описание решений задачи Коши для волнового уравнения на сингулярных пространствах, состоящих из Евклидовых пространств и сфер с присоединенным лучом.
3. Описание унитарных матриц, задающих полное отражение и полное прохождение волны.
4. Описание распределения энергии волны, являющейся решением задачи Коши, на сингулярном пространстве, состоящем из трехмерного Евклидова пространства, а также на сингулярном пространстве, образованном двумя трехмерными Евклидовыми пространствами, соединенными отрезком.
5. Описание спектра оператора Лапласа с обобщенными условиями Кирхгофа на однородном дереве.
6. Описание решения задачи Коши для волнового уравнения на однородном дереве.
7. Описание распределения энергии волны на однородном дереве при стремлении времени к бесконечности для каждого из рассмотренных операторов Лапласа.

Методы исследования: в диссертации применяются методы дифференциальной геометрии, спектральной теории, математической физики.

Апробация диссертации:

Результаты диссертации докладывались автором на следующих всероссийских и международных конференциях:

- международная научная конференция «Спектральные задачи, нелинейный анализ и комплексный анализ» (г. Уфа, 1-3 октября 2015 года)
- 58-ая научная конференция МФТИ (г. Москва, 23-28 ноября 2015 года)
- международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2016» (МГУ, 11-15 апреля 2016 года)
- международная научная конференция «Александровские чтения-2016» (МГУ, 23-25 мая 2016 года)
- международная научная конференция «Дни дифракции-2016» (г. Санкт-Петербург, 27 июня – 1 июля 2016 года)
- международная конференция по дифференциальным уравнениям и динамическим системам (г. Суздаль, 8-12 июля 2016 года)
- международная конференция «Анализ, вероятность и геометрия» (МГУ, 26 сентября – 1 октября 2016 года)

Тема диссертации входит в координационный план РАН. Государственный регистрационный номер 01 2001 17236 «Дифференциальная геометрия и ее приложения», шифр 1.1.6.2 «Алгебраические и аналитические методы в геометрии. Дифференциальная геометрия».

Тема диссертации входит в координационный план РАН. Государственный регистрационный номер 01 2001 17236 «Дифференциальная геометрия и ее приложения», шифр 1.1.6.2 «Алгебраические и аналитические методы в геометрии. Дифференциальная геометрия».

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах автора:

1. A.I. Shafarevich, A.V. Tsvetkova. Solutions of the wave equation on hybrid spaces of constant curvature // Rus. J. Math. Phys., 21:4 (2014), pp. 509-520.
2. А.В. Цветкова, А.И. Шафаревич. Задача Коши для волнового уравнения на однородном дереве // Математические заметки, 100:6 (2016), сс. 923-931.
3. A.V. Tsvetkova. Distribution of energy of solutions of the wave equation on singular spaces of constant curvature and a homogeneous tree // Rus. J. Math. Phys., 23:4 (2016), pp. 532-546.

Диссертация является научно-квалификационной работой и удовлетворяет требованиям пункта 9 «Положения о порядке присуждения учёных степеней» ВАК Минобрнауки РФ. В ней содержатся решения задач: описание спектра оператора Лапласа с обобщенными условиями Кирхгофа на однородном дереве, нахождение аналогов формулы Кирхгофа для задачи Коши для волнового уравнения на простейших сингулярных пространствах постоянной кривизны и однородном дереве, описание распределения энергии при стремлении времени к бесконечности.

Диссертация к защите представляется впервые.

Диссертация Цветковой Анны Валерьевны «Геометрические свойства волнового уравнения на графах и сингулярных пространствах постоянной кривизны» **рекомендуется к защите** на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология (физико-математические науки) к защите на диссертационном совете Д.501.001.84 на базе ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Заключение принято на заседании кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Присутствовало на заседании 11 чел. Результаты голосования: «за» - 11 чел., «против» - нет, «воздержалось» - нет, протокол № 09/28-1 от 28 сентября 2016 г.

Заведующий кафедрой дифференциальной геометрии и приложений,

академик РАН

Фоменко Анатолий Тимофеевич

Ученый секретарь кафедры дифференциальной геометрии и приложений,

к.ф.-м.н, доцент

Попеленский Федор Юрьевич