

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации **А.В. Цветковой**
“Геометрические свойства волнового уравнения на графах и сингулярных пространствах постоянной кривизны”,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико - математических наук
(специальность 01.01.04 – геометрия и топология)

Диссертация Цветковой Анны Валерьевны “Геометрические свойства волнового уравнения на графах и сингулярных пространствах постоянной кривизны”, представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, посвящена интересной задаче дифференциальной геометрии, возникшей в рамках и имеющей важные приложения в математической физике. А именно, в последние несколько десятилетий математики активно изучали и решали дифференциальные уравнения на сингулярных пространствах, получающихся объединением разноразмерных гладких компонент. Возможно, одним из первых такие задачи рассматривал еще К.Ф. Гаусс, затем они встречались и в теории потенциала, и в некоторых подходах к гравитации; в последние годы во всем мире вызывают большой интерес работы М. Соломяка, развившего спектральную теорию оператора Шредингера на однородном дереве, являющимся частным случаем таких сингулярных многообразий. Однородным же деревьям посвящена работа А.А. Толченникова, В.Л. Чернышева и А.И. Шафаревича, в которой исследовалась задача распространения гауссовых волновых пакетов на такого сорта графах.

Задачи, поставленные для обсуждаемой диссертационной работы, касаются двух видов интересующих специалистов сингулярных пространств: во - первых, простейшие сингулярные разноразмерные пространства постоянной кривизны, и во - вторых, однородные деревья. Исходя из этих вводных данных А.В. Цветкова получила следующие результаты:

на простейших сингулярных пространствах постоянной кривизны были выведены условия, при которых соответствующие операторы Лапласа - Бельтрами являются неотрицательно определенными;

далее для сингулярных пространств, содержащих двумерное или трехмерное евклидово пространство (плоский случай), а также двумерную или трехмерную сферы (случай постоянной положительной кривизны), были получены решения задачи Коши для волнового уравнения;

затем для тех же пространств были описаны унитарные матрицы, индуцирующие два предельных случая в спектре возможного поведения волны — полное отражение и полное прохождение.

Эти результаты были получены для простейших сингулярных пространств, представляющих собой пространство постоянной кривизны с приклеенным лучом. Менее простой случай — с двумя евклидовыми пространствами, соединенными отрезком, — был разобран для описания распределения энергии волны при стремлении времени к бесконечности, причем было получено исчерпывающее описание.

Кроме того, диссертант получила результаты, касающиеся графов, представляемых однородными деревьями. Для этого случая:

был вычислен спектр оператора Лапласа с обобщенными условиями Кирхгофа;
было получено решение задачи Коши для волнового уравнения;

была найдена зависимость распределения энергии волны при стремлении времени к бесконечности от вида выбранного оператора Лапласа.

Диссертация полным объемом в 72 страницы включает в себя Введение, 4 главы, Заключение и двойной список литературы, подразделенный на работы автора диссертации (8 наименований) и на прочие работы (18 наименований).

Во введении изложена общая постановка задач, а также исторические ссылки по теме диссертационного исследования, обоснована актуальность темы, перечислены основные результаты и описана структура диссертации.

Глава 1 приводит необходимые сведения и результаты, используемые на протяжении диссертационной работы.

Глава 2 посвящена нахождению точного решения задачи Коши для волнового уравнения на простейших сингулярных пространствах постоянной кривизны. Таковыми являются пространства постоянной кривизны с приклеенными лучами. Сначала необходимо уточнить саму задачу, а именно выделить те случаи, когда оператор Лапласа - Бельтрами на таких сингулярных пространствах является неотрицательно определенным. Затем находятся все решения задач Коши для волнового уравнения на двумерном и трехмерном пространствах с приклеенной струной, а затем для случая двумерной и трехмерной сфер.

В главе 3 находятся распределения энергии решения задачи Коши для волнового уравнения для двух декорированных пространств: трехмерного евклидова пространства с приклеенной струной, а затем для пары евклидовых пространств, соединенных отрезком.

Глава 4 посвящена другому интересному примеру сингулярного пространства — однородному дереву. Для получения заявленных результатов сначала вводится необходимое обобщение оператора Лапласа, согласованного с условиями Кирхгофа. Затем был вычислен спектр такого оператора. Далее представлены выкладки, приводящие к последним двум результатам автора диссертации, — получено решение задачи Коши для волнового уравнения и найдено распределение энергии волны при стремлении времени к бесконечности.

Результаты диссертационного исследования А. В. Цветковой "Геометрические свойства волнового уравнения на графах и сингулярных пространствах постоянной кривизны" являются новыми и оригинальными. Они изящно и математически строго выведены и представлены в конкретном и явном виде. Материал диссертации опубликован полностью и своевременно в 3 статьях (все 3, содержащие доказательства основных результатов, опубликованы в журналах Перечня ВАК РФ) и 5 тезисах докладов.

Конструкции и доказательства диссертационной работы явно показывают высокий уровень технической подготовленности диссертанта в нескольких разделах современной математики — дифференциальной геометрии и теории дифференциальных уравнений, а также не менее высокий уровень общематематической культуры.

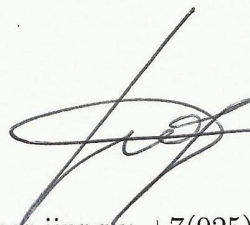
Диссертация изложена ясным языком и достаточно иллюстративно оформлена. В тексте диссертации не было обнаружено заметных опечаток. В Заключении представлены открытые задачи, над которыми диссертант планирует заниматься в дальнейшем, что показывает высокую профессиональную заинтересованность автора диссертации в своих исследованиях. В качестве единственного замечания могу указать только на то,

что в тексте приклеенный луч к пространству постоянной кривизны иногда именуется приклеенной струной, что звучит гораздо лучше; однако это замечание не снижает высокой оценки диссертационного текста.

Результаты диссертации были представлены на международных конференциях в России и могут быть использованы исследователями, работающими как в области дифференциальной геометрий, так и в математической физике. Содержание диссертационного исследования соответствует специальности 01.01.04 – геометрия и топология. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Значительный объём выполненных автором исследований по актуальной и важной теме позволяет рассматривать представленную работу как несомненно удовлетворяющую всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, и автора этих работ, Цветкову Анну Валерьевну, как заслуживающую присвоения ей искомой учёной степени по специальности 01.01.04.

Официальный оппонент,
профессор РАН по отд. мат. наук,
доктор физико-математических наук
(01.01.06 - математическая логика,
алгебра и теория чисел),
начальник сектора N 1 научного отдела
“Современная математическая физика”
ЛТФ ОИЯИ (Дубна)
20 января 2017 г.



Н.А.Тюрин

ntyurin@theor.jinr.ru; +7(925)8007367; +7(496)2163005
Лаборатория Теоретической Физики им. Н.Н. Боголюбова,
Объединенный Институт Ядерных Исследований (Дубна),
141980, Жолио - Кюри, 6, г. Дубна, Московская область

Подпись Н.А. Тюрина удостоверяю
Учёный секретарь ЛТФ ОИЯИ



А.В. Андреев